

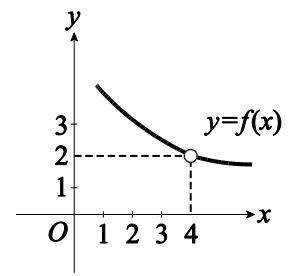
【C4 習作 3-1】

1. 試求 $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x - 7}$ 的定義域。

2. 已知函數 $f(x) = 4x + k$ 、 $g(x) = 2x + 3$ ，若滿足合成函數 $g(f(x)) = f(g(x))$ ，試求實數 k 之值。

3. 已知函數 $f(x)$ 之圖形如右，試求下列各值：

(1) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ (2) $f(4)$



4. 試求下列各極限值：

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3^+} |x-3|$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3^-} |x-3|$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3} |x-3|$$

5. 試求下列各極限值：

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|x-3|}{x-3}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{x-3}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3|}{x-3}$$

6. 試求下列各極限值：

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} (x^{10} - 5x + 6)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x} - 4)$$

7. 試求下列各極限值：

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x - 2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{(x-1)^2}$$

8. 若 $f(x) = \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$ ，試求 $\lim_{x \rightarrow 9} f(x)$ 。

9. 設 $a \in \mathbb{R}$ ，且極限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + a}{x - 1}$ 存在，試求：

(1) a 之值 (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + a}{x - 1}$

10. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 4, & \text{當 } x \geq 1 \\ ax - 2, & \text{當 } x < 1 \end{cases}$ 為連續函數，試求實數 a 之值。

【C4 習作 3-2】

1. 下表是小瑋從國小到高中階段的身高變化紀錄表，試比較哪個階段的身高平均變化率最大？

階段	國小	國中	高中
身高 (cm)	124~145	145~160	160~164

2. 設時間 (t) 單位為秒，一運動質點 P 之位移函數為 $f(t) = 2t^2 + 1$ (公尺)，試求：

(1) 質點 P 在 $1 \leq t \leq 4$ 時的平均速度。

(2) 質點 P 在 $t = 2$ 時的瞬時速度。

3. 設 $f(x) = x^2 + 4x - 2$ ，試求：

(1) 函數 $f(x)$ 在 $-1 \leq x \leq 2$ 時的平均變化率。

(2) 在 $x = 2$ 處的導數。

4. 設 $f(x) = 3x^2 - 2x$ ，試求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 。

5. 設 $f(x) = x^2 - x + 5$ ，試求 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 。

6. 設 $f(x) = 2x^2 + 5x - 2$ ，試求曲線 $y = f(x)$ 於 $x = 1$ 處之切線方程式。

7. 設 a 為實數，試求 $f(x) = ax + 2020$ 之導函數。

8. 設 $f(x) = 1 - 2x + 3x^2$ ，試求 $f(x)$ 之導函數。

9. 設 $f(x)$ 為一多項式，已知 $f'(1)=10$ ，試求 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{5h}$ 。

10. 已知一分段函數 $f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{當 } x \geq 1 \\ 1-x, & \text{當 } x < 1 \end{cases}$ ，試求 $f(x)$ 在 $x=0$ 與 $x=1$ 的導數。

【C4 習作 3-3】

1. 試求下列函數的導函數：

(1) $f(x) = -x^2 + 3x + 3$

(2) $f(x) = \pi r^2$

(3) $f(x) = x\sqrt{x}$

2. 設函數 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x + \frac{1988}{2021}$ ，試求 $f'(1)$ 。

3. 已知 $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$, $g(x) = -3x + 8$, 試求 :

(1) $\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)]$ (2) $\frac{d}{dx}[f(x) - g(x)]$

4. 試求下列函數的導函數：

(1) $f(x) = (x^3 + 1)(2x + 7)$

(2) $f(x) = \frac{2x-1}{5x+3}$

5. 試求下列函數的導函數：

$$(1) f(x) = (3x + 5)^4$$

$$(2) f(x) = (1 - 2x^3)^8$$

6. 設函數 $f(x) = 2x^5 + x^3 - 4x^2 + x$ ，試求 $f'''(1)$ 。

7. 設函數 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 7x - 6$ ，試求使得 $f^{(n)}(x) = 0$ 的最小正整數 n 。

8. 在直線公路上行駛的一輛汽車，從剎車到停止的這段時間內，測得剎車後在 t 秒內前進的距離為 $-\frac{1}{3}t^3 + 9t$ 公尺，試求此車在剎車後第 2 秒的瞬時加速度。

9. 設函數 $f(x) = (3x^2 - x + 1)^2$ ，試求 $f''(0)$ 。

10. 設函數 $f(x) = (2x-1)^5$ ，試求 $f(x)$ 在 $(1,1)$ 處的切線方程式。

【C4 習作 3-4】

1. 試討論函數 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$ 的遞增與遞減區間。

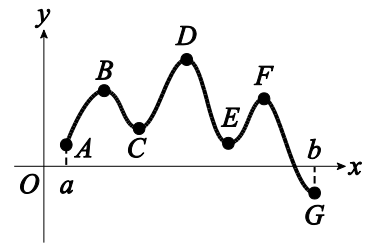
2. 試討論函數 $f(x) = 12 + 12x - x^3$ 圖形的凹向。

3. 已知 a 、 b 為實數，設函數 $f(x) = x^3 + ax^2 - 2x + 1$ 之反曲點為 $(-1, b)$ ，試求 a 、 b 。

4. 試求函數 $f(x) = -3x^2 + 6x - 5$ 的極值。

5. 試求函數 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11$ 的極大值與極小值。

6. 已知 $f(x)$ 在區間 $[a, b]$ 之函數圖形如右，試分別找出極大值、極小值與最大值、最小值的點。



7. 設函數 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ ，在 $-1 \leq x \leq 3$ 的範圍下，試求其最大值與最小值。

8. 試描繪函數 $f(x) = 2x^3 - 6x + 7$ 的圖形。

9. 若函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 在 $x = 1$ 與 $x = 3$ 處發生極值，試求 a 、 b 。

10. 設一電玩公司銷售某款線上遊戲點數卡，其每日銷售 x 張的利潤函數為 $f(x) = x^3 - 450x^2$ ， $x \geq 0$ 且 x 為整數，試求此電玩公司銷售之利潤函數的遞增區間為何？

【C4 自我評量 ch3】

(C) 1. 設 $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

(A) 2 (B) 0 (C) -1 (D) 1。

(A) 2. 設 $f(x) = \frac{(x+1)^3 - 1}{x}$, 則 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

(A) 3 (B) 1 (C) 0 (D) -2。

(B) 3. 設 $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1}$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

(A) 2 (B) 3 (C) 0 (D) 不存在。

(A) 4. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+3}{x^2+x-1} - \sqrt{3x+1} \right) =$

(A) 3 (B) 1 (C) 4 (D)不存在。

(B) 5. 設函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{當 } x \geq 0 \\ 1 - 3x, & \text{當 } x < 0 \end{cases}$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 不存在。

(D) 6. 函數 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-a}, & \text{當 } x \neq 1 \\ 4 & \text{當 } x = 1 \end{cases}$ ，若 $f(x)$ 於 $x=1$ 處連續，則 $a =$

(A) 2 (B) 4 (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$ 。

(C) 7. 設 $f(x) = x^3$ ，則曲線 $y = f(x)$ 於 $x = 1$ 處之切線方程式為

(A) $x - y = 0$ (B) $2x - y - 1 = 0$ (C) $3x - y - 2 = 0$

(D) $x - 3y + 2 = 0$ 。

- (C) 8. 若一運動物體之位移函數 $f(t) = at^2$ 公尺，已知此物體在 $t = 2$ 秒時之瞬時速度為 32 公尺／秒，則 $a =$
- (A) 32 (B) 16 (C) 8 (D) 4。

(B) 9. 若函數 $f(x) = 1 - 2x^2$ ，則 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} =$

(A) 8 (B) -8 (C) 4 (D) -4。

(A) 10. 若函數 $f(x) = 3x^2 - 4$ ，則 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{3h} =$

(A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) -1。

(A) 11. 設 $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{(x+1)(3x+5)}$ ，則 $f'(1) =$

(A) $-\frac{1}{16}$ (B) $\frac{1}{16}$ (C) 1 (D) -1 。

(提示：本題可運用導數定義來處理)

(D) 12. 在某一電路中，電流為 $I = \frac{200}{R}$ (安培)， R 為電阻，試求當電阻

為 10 歐姆時， I 對 R 的變化率為

(A) 2 (B) 1 (C) -1 (D) -2。

- (A) 13. 設 $f(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^2$, 則 $f'(1) =$
(A) -2 (B) 6 (C) 3 (D) 4。

(D) 14. 設 $f(x) = (x-4)(5x^2 + x - 1)$ ，則 $f'(0) =$

(A) 5 (B) 10 (C) 11 (D) -5。

(D) 15. 設 $f(x) = \frac{4x+5}{3x-2}$ ，則 $f'(1) =$

(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{-23}{(3x-2)^2}$ (C) 23 (D) -23。

- (C) 16. 設 $f(x) = (4x+1)^3$ ，則曲線 $y = f(x)$ 於 $x=0$ 處之切線斜率為
(A) 3 (B) 4 (C) 12 (D) 10。

(C) 17. 設 $f(x)=(2x-5)^4$ ，試問下列何者正確？

(A) $f'(2)=-4$ (B) $f''(2)=-48$ (C) $f'''(2)=-192$

(D) $f^{(4)}(2)=0$ 。

(D) 18. 一條長為 12 公尺的鐵絲截成兩段，分別彎成兩個正方形。

若欲使兩個正方形的面積和最小，試求其最小面積和為

(A) 6 (B) 9 (C) $\frac{11}{2}$ (D) $\frac{9}{2}$ 平方公尺。

(D) 19. 設 $f(x) = 6x^2 - 6x + 1$ ，試問下列敘述何者錯誤？

(A) 在區間 $\left[\frac{1}{2}, \infty\right)$ 內為遞增函數

(B) $f(x)$ 之極小值為 $-\frac{1}{2}$

(C) 函數圖形在區間 $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$ 內為凹口向上

(D) 反曲點為 $(0, 1)$ 。

(D) 20. 設函數 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2021$ ， $f(x)$ 在區間 $[-1, 1]$ 之最大值為

M 與最小值為 m ，則 $M - m =$

(A) 2026 (B) 2020 (C) 6 (D) 5。

(A) 21. 設函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 之反曲點為 $(-1, 3)$ ，則 $a + b =$

(A) 1 (B) 3 (C) -3 (D) 2。

(B) 22. 已知函數 $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 18x + 19$ ，試求 $f(x)$ 在何區間為遞減函數？

- (A) $\left[-1, \frac{3}{2}\right]$ (B) $\left[-\frac{3}{2}, 1\right]$ (C) $[1, \infty)$ (D) $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$ 。

(C) 23. 已知函數 $f(x) = (1-2x)^3$ ，試問 $y = f(x)$ 之圖形在何區間凹口向上？

- (A) $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$ (B) $(-\infty, \infty)$ (C) $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ (D) $(-2, 2)$ 。

- (B) 24. 某客運公司每日的載客量平均為 300 人，票價為 200 元，公司希望調漲票價以增加營收，經市場調查後發現票價每調高 x 元，就會流失乘客 x 人，試問該調漲票價多少元以達到最大收益？ (A) 100 元 (B) 50 元 (C) 40 元 (D) 30 元。

- (B) 25. 某飲料商販售易開罐飲料（形狀為半徑 r cm 之圓柱體），已知飲料商的獲利函數為 $f(r) = \pi r^3 - \pi r^2$ 元，而瓶罐可製作的半徑範圍為 $1 \leq r \leq 3$ ，則每罐飲料的最大利潤為
- (A) 20 元 (B) 18π 元 (C) 15π 元 (D) 12π 元。