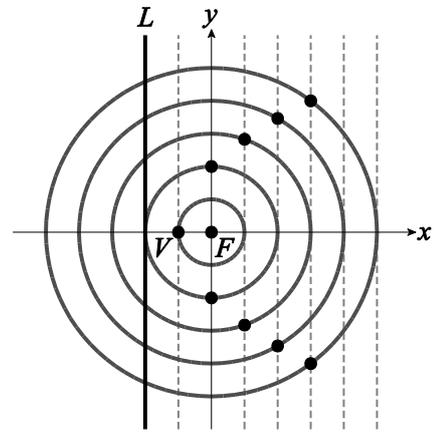


【C4 習作 2-1】

1. 如圖，是以定點  $F(0,0)$  為圓心且半徑分別為 1、2、3、... 的同心圓，以及直線  $L$  和一系列與  $L$  距離為 1、2、... 的平行線，試求圖中符合以  $F$  為焦點、 $L$  為準線的拋物線定義的正焦弦長。



2. 試求下列拋物線的焦點與準線：

(1)  $x^2 = 36y$       (2)  $y^2 + 16x = 0$

3. 試求頂點在原點，焦點為 $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$ 的拋物線方程式。

4. 已知拋物線方程式為  $(x+2)^2 = 8(y+3)$ ，試求頂點、焦點及準線。

5. 已知  $P(x, y)$  為坐標平面上任一點，若  $P(x, y)$  滿足

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y+1)^2} = |x-5|, \text{ 試求所有 } P \text{ 點所形成的圖形方程式。}$$

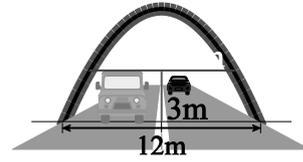
6. 試求以  $(1, 4)$  為焦點且  $y = -2$  為準線的拋物線方程式。

7. 已知拋物線方程式為  $y^2 + 4x + 4y + 2 = 0$ ，試求頂點、焦點及準線。

8. 試求對稱軸垂直  $x$  軸，且過  $(0, 2)$ 、 $(1, 4)$  及  $(-1, 2)$  三點的拋物線方程式。

9. 已知拋物線之焦點為 $(2, -1)$ ，軸平行 $x$ 軸且正焦弦長為 $4$ ，試求此拋物線方程式。(有兩解)

10. 如圖所示，一隧道內設有雙向車道，隧道截面由一堵拋物線牆所建構而成，已知隧道底部路寬 12 公尺且距地面高為 3 公尺處的隧道寬度為 8 公尺，今為行車安全，要求行駛車輛與隧道頂點在垂直方向之高度至少相差 1.4 公尺，試問通行此隧道之車輛限高多少公尺？



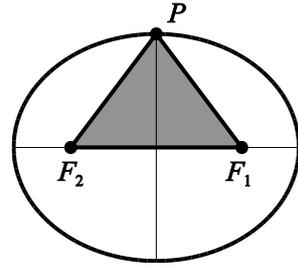
【C4 習作 2-2】

1. 試求下列各橢圓的焦點、長短軸頂點與正焦弦長。

$$(1) \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$$(2) x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$$

2. 如圖，已知一橢圓長軸長 30 公分，短軸長 24 公分，試求兩焦點與一短軸頂點所形成之三角形  $PF_1F_2$  面積。



3. 試求兩焦點為  $(6, 0)$  與  $(-6, 0)$ ，且長軸長為 20 的橢圓方程式。

4. 試求中心在原點，一焦點為 $(0, 3)$ 且短軸長為8的橢圓方程式。

5. 試求下列各橢圓的焦點、長短軸頂點與正焦弦長。

$$(1) \frac{(x-5)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$$

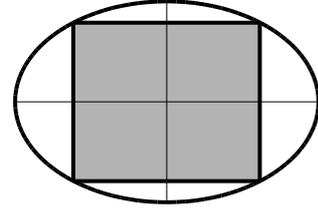
$$(2) \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$$

6. 試求長軸頂點為 $(5, -1)$ 、 $(-5, -1)$ 且一焦點為 $(3, -1)$ 的橢圓方程式。

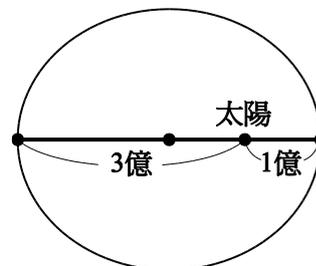
7. 試求長軸在  $x=3$  上、短軸在  $y=1$  上、長軸長為短軸長的 3 倍，且中心到焦點的距離為  $2\sqrt{2}$  的橢圓方程式。

8. 已知橢圓參數式為  $\begin{cases} x = 12 \cos \theta \\ y = 3 \sin \theta \end{cases}$ ，其中  $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試求橢圓標準式。

9. 設有一座廢棄的橢圓形溜冰練習場，長軸長 30 公尺，短軸長 20 公尺，今欲在場內圍出一塊面積最大的矩形園地（考慮其邊與長、短軸皆平行），以架設太陽能板，如圖，試求此最大矩形的面積。（提示：利用橢圓參數式）



10. 某行星繞太陽運轉，其軌道為橢圓形，太陽在橢圓軌道的一個焦點上。若定義橢圓的離心率為半焦距長與半長軸長之比值（即 $\frac{c}{a}$ ），已知行星運轉時離太陽最遠距離為3億公里，且離心率为 $\frac{1}{3}$ ，試求此橢圓軌道的短軸長。（註：兩焦點的距離為焦距）



【C4 習作 2-3】

1. 試求下列雙曲線之焦點、頂點與正焦弦長。

$$(1) \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{32} = 1 \quad (2) y^2 - x^2 = 9$$

2. 坐標平面上有一組圓心在原點的同心圓，已知一雙曲線之中心與同心圓圓心重合，且其頂點與焦點分別位於半徑為 4 與 6 的圓上，試求此雙曲線的正焦弦長。

3. 試求到兩定點 $(4, 0)$ 、 $(-4, 0)$ 之距離差為 2 的所有點所形成的軌跡方程式。

4. 試求中心在原點，一焦點為 $(0, 13)$ ，一頂點為 $(0, -12)$ 的雙曲線方程式。

5. 試求下列各雙曲線的中心、焦點與正焦弦長。

$$(1) \frac{(x-4)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$$

$$(2) \frac{(y+2)^2}{4} - \frac{(x+1)^2}{5} = 1$$

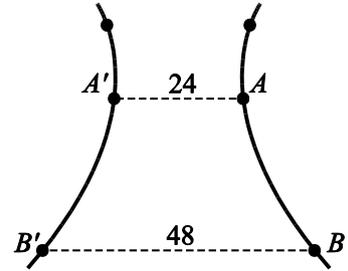
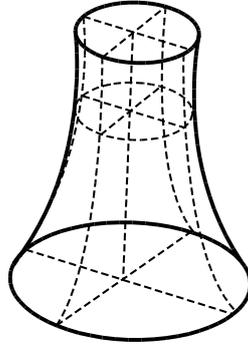
6. 試求兩頂點為  $(5, 3)$ 、 $(-1, 3)$  且共軛軸長為 4 的雙曲線方程式。

7. 已知  $A$ 、 $B$  兩地相距 360 公尺，今在兩地相繼聽到救護車的鳴笛聲由遠而近再由近而遠。假設在  $A$ 、 $B$  兩地聽到救護車鳴笛聲的秒差為定值（ $A$  地比  $B$  地早 1 秒），且聲音每秒約可傳 340 公尺，試問救護車在行進時與  $B$  地的最近距離為何？（提示： $A$ 、 $B$  為焦點）

8. 試求雙曲線  $x^2 - y^2 + 6x + 6y - 1 = 0$  的漸近線。

9. 設  $P$  為雙曲線  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  上一點且位於第一象限，若  $A$ 、 $B$  為此雙曲線的兩焦點且  $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 3$ ，試求  $\triangle PAB$  的周長。

10. 冷卻塔的截面為雙曲線，因為雙曲線型的設計有助於提高冷卻效率，如圖是某冷卻塔的立體圖，觀察截面其頸線  $\overline{AA'}$  為雙曲線的貫軸，且下口直徑  $\overline{BB'}$  與共軛軸等長。若已知  $\overline{AA'} = 24$ ， $\overline{BB'} = 48$ ，試求其兩焦點的距離。
- 註：冷卻塔為火力發電廠或核能發電廠的循環水冷卻裝置。



【C4 自我評量 ch2】

- ( D ) 1. 某衛星接收天線的截面圖為一拋物線，已知訊號波束以平行對稱軸方向射入後，經反射聚焦在焦點處，若接收天線頂點（即拋物線頂點）與焦點的距離為 3 公尺，則其正焦弦長為  
(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 公尺。

( B ) 2. 關於拋物線  $y^2 + 20x = 0$  的敘述，下列何者正確？

(A)開口向右 (B)焦點為  $(-5, 0)$  (C)準線為  $y = 5$

(D)正焦弦長為 10。

( A ) 3. 已知  $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = |x+4|$  之圖形為拋物線，試問下列敘述何者有誤？

(A)頂點在  $(0, 0)$  (B)焦點在  $(2, 0)$  (C)準線為  $x+4=0$

(D)對稱軸為  $y=0$ 。

( D ) 4. 頂點為(2,1)、焦點為(2,-1)的拋物線方程式為

(A)  $(y-1)^2 = -8(x-2)$       (B)  $(y-1)^2 = 8(x-2)$

(C)  $(x-2)^2 = 8(y-1)$       (D)  $(x-2)^2 = -8(y-1)$ 。

( C ) 5. 拋物線  $x^2 - 4x + 12y + 4 = 0$  的焦點坐標為

(A)(2, 0) (B)(2, 3) (C)(2, -3) (D)(3, 2)。

- ( B ) 6. 已知拋物線之對稱軸為  $x=3$  且焦點在  $x+2y=1$  上，則其焦點坐標為 (A)(7, -3) (B)(3, -1) (C)(1, -3) (D)(3, -3)。

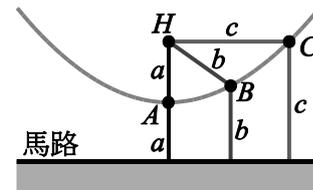
( B ) 7. 如圖所示，阿建家在一條東西向馬路的北方  $H$  處，為了到馬路上等公車，他走到馬路的路線有下列 3 條：

(1) 向南走  $a$  公尺到達  $A$  後再繼續向南走  $a$  公尺到馬路

(2) 向東南走  $b$  公尺到達  $B$  後再繼續向南走  $b$  公尺到馬路

(3) 向東走  $c$  公尺到達  $C$  後再繼續向南走  $c$  公尺到馬路

根據上述資料，下列何者錯誤？



(A)  $c = 2a$

(B)  $b = \sqrt{2}a$

(C)  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點位於以  $H$  為焦點之拋物線上

(D)  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點共圓。

- ( B ) 8. 對稱軸平行  $x$  軸且過  $(1, 0)$ 、 $(1, -4)$ 、 $(-2, 2)$  三點的拋物線方程式的頂點坐標為 (A) $(2, 2)$  (B) $(2, -2)$  (C) $\left(1, \frac{3}{2}\right)$  (D) $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$ 。

( C ) 9. 有關橢圓  $4x^2 + y^2 = 4$  的敘述，下列何者有誤？

(A) 其一焦點為  $(0, \sqrt{3})$       (B) 其一長軸頂點為  $(0, -2)$

(C) 短軸長為 4      (D) 正焦弦長為 1。

- ( B ) 10. 橢圓  $x^2 + 4y^2 = 16$  上任一點到兩焦點的距離和為  
(A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 20。

( C ) 11. 橢圓  $4x^2 + y^2 - 16x + 10y + 25 = 0$  中兩焦點的距離為

(A)  $2\sqrt{3}$  (B)  $3\sqrt{3}$  (C)  $4\sqrt{3}$  (D) 4。

( C ) 12. 中心在原點，長軸長為 20，正焦弦長為 3 且焦點在  $x$  軸上的

橢圓方程式為

(A)  $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{15} = 1$       (B)  $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{10} = 1$   
(C)  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{15} = 1$       (D)  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ 。

( D ) 13. 有關橢圓  $\sqrt{(x+4)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 10$  的敘述，下列何者有誤？

(A) 中心為  $(0, 0)$       (B) 長軸在  $x$  軸上

(C) 短軸長為 6      (D) 正焦弦長為  $\frac{9}{5}$ 。

( A ) 14. 已知一橢圓的長軸長與短軸長比為 3 : 2，則短軸長與正焦弦長的

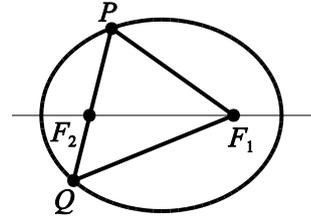
的比值為 (A)  $\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{4}{3}$  (C)  $\frac{3}{8}$  (D)  $\frac{3}{16}$ 。

( B ) 15. 試問下列哪些點不在橢圓  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{144} = 1$  上？

(A)(-5, 0) (B)(0, 0) (C)(0, -12) (D)(5 cos  $\theta$ , 12 sin  $\theta$ )。

- ( C ) 16. 假設坐標平面上有一長軸長為 10 公尺的橢圓，其兩焦點為  $F_1$ 、 $F_2$ ，今自  $F_1$  處發射出一道光束，此光束碰到橢圓上一點  $P$  後反射，反射光穿越  $F_2$  到達橢圓上另一點  $Q$ ，又反射回原焦點  $F_1$  處，如圖，試問  $\triangle PQF_1$  之周長為多少公尺？

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 40。



- ( A ) 17. 兩頂點為 $(2, 0)$ 、 $(-2, 0)$ 且一焦點為 $(3, 0)$ 之雙曲線的正焦弦長  
為 (A) 5 (B) 9 (C) 13 (D) 4。

( B ) 18. 平面上與兩定點 $(0,10)$ 、 $(0,-10)$ 之距離差為16的所有點所形

成的圖形方程式為

(A)  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$       (B)  $\frac{y^2}{64} - \frac{x^2}{36} = 1$

(C)  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$       (D)  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ 。

( A ) 19. 雙曲線  $4x^2 - y^2 - 8x - 2y - 1 = 0$  的兩焦點為  $F_1$ 、 $F_2$ ，則  $\overline{F_1F_2} =$

(A)  $2\sqrt{5}$  (B) 6 (C)  $6\sqrt{2}$  (D)  $2\sqrt{6}$ 。

( C ) 20. 有關雙曲線  $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  的敘述，下列何者正確？

(A) 焦點為  $(5, 0)$  與  $(-5, 0)$       (B) 貫軸長為 8

(C)  $4x + 3y - 4 = 0$  為漸近線      (D) 正焦弦長為  $\frac{9}{2}$ 。

( B ) 21. 一焦點在(2, 8)，共軛軸在  $y=3$  上且長為 8 的雙曲線方程式為

$$\begin{array}{ll} \text{(A)} \frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-3)^2}{16} = 1 & \text{(B)} \frac{(y-3)^2}{9} - \frac{(x-2)^2}{16} = 1 \\ \text{(C)} \frac{(y-3)^2}{16} - \frac{(x-2)^2}{9} = 1 & \text{(D)} \frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y-3)^2}{9} = 1。 \end{array}$$

( C ) 22. 滿足  $\left| \sqrt{(x+3)^2 + (y-3)^2} - \sqrt{(x-7)^2 + (y-3)^2} \right| = 8$  的共軛軸長為

(A) 8 (B) 10 (C) 6 (D) 4。

- ( A ) 23. 已知  $A(3\sqrt{2}, 4)$  為雙曲線  $16x^2 - 9y^2 = 144$  上一點，若  $F_1$ 、 $F_2$  為兩焦點，則  $|\overline{AF_1} - \overline{AF_2}| =$  (A) 6 (B) 8 (C)  $4\sqrt{2}$  (D)  $6\sqrt{2}$ 。

( C ) 24. 下列何者是雙曲線  $x^2 - 4y^2 + 2x - 8y - 7 = 0$  的漸近線？

(A)  $x + 2y - 1 = 0$       (B)  $x - 2y + 3 = 0$

(C)  $x + 2y + 3 = 0$       (D)  $2x + y + 1 = 0$ 。

- ( B ) 25. 坐標平面上  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  的圖形與  $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  圖形有幾個交點？ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4。