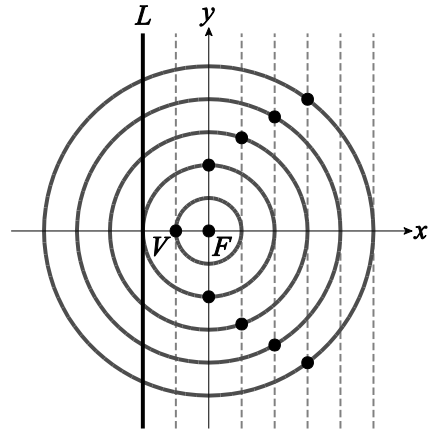


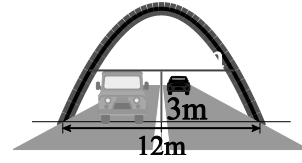
【C4 習作 2-1】

1. 如圖，是以定點 $F(0,0)$ 為圓心且半徑分別為 1、2、3、... 的同心圓，以及直線 L 和一系列與 L 距離為 1、2、... 的平行線，試求圖中符合以 F 為焦點、 L 為準線的拋物線定義的正焦弦長。



2. 試求下列拋物線的焦點與準線：
- (1) $x^2 = 36y$ (2) $y^2 + 16x = 0$
3. 試求頂點在原點，焦點為 $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$ 的拋物線方程式。
4. 已知拋物線方程式為 $(x+2)^2 = 8(y+3)$ ，試求頂點、焦點及準線。
5. 已知 $P(x, y)$ 為坐標平面上任一點，若 $P(x, y)$ 滿足 $\sqrt{(x-3)^2 + (y+1)^2} = |x-5|$ ，試求所有 P 點所形成的圖形方程式。
6. 試求以 $(1, 4)$ 為焦點且 $y = -2$ 為準線的拋物線方程式。
7. 已知拋物線方程式為 $y^2 + 4x + 4y + 2 = 0$ ，試求頂點、焦點及準線。
8. 試求對稱軸垂直 x 軸，且過 $(0, 2)$ 、 $(1, 4)$ 及 $(-1, 2)$ 三點的拋物線方程式。
9. 已知拋物線之焦點為 $(2, -1)$ ，軸平行 x 軸且正焦弦長為 4，試求此拋物線方程式。(有兩解)

10. 如圖所示，一隧道內設有雙向車道，隧道截面由一堵拋物線牆所建構而成，已知隧道底部路寬 12 公尺且距地面高為 3 公尺處的隧道寬度為 8 公尺，今為行車安全，要求行駛車輛與隧道頂點在垂直方向之高度至少相差 1.4 公尺，試問通行此隧道之車輛限高多少公尺？

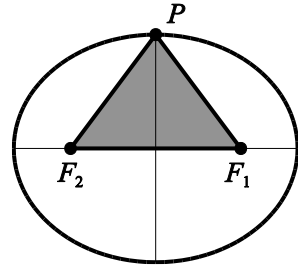


【C4 習作 2-2】

1. 試求下列各橢圓的焦點、長短軸頂點與正焦弦長。

$$(1) \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1 \quad (2) x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$$

2. 如圖，已知一橢圓長軸長 30 公分，短軸長 24 公分，試求兩焦點與一短軸頂點所形成之三角形 PF_1F_2 面積。



3. 試求兩焦點為 $(6, 0)$ 與 $(-6, 0)$ ，且長軸長為 20 的橢圓方程式。
 4. 試求中心在原點，一焦點為 $(0, 3)$ 且短軸長為 8 的橢圓方程式。
 5. 試求下列各橢圓的焦點、長短軸頂點與正焦弦長。

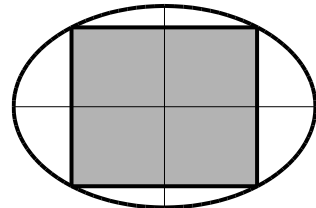
$$(1) \frac{(x-5)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$$

$$(2) \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$$

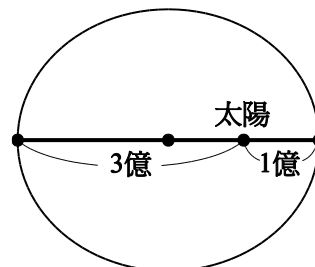
6. 試求長軸頂點為 $(5, -1)$ 、 $(-5, -1)$ 且一焦點為 $(3, -1)$ 的橢圓方程式。
 7. 試求長軸在 $x=3$ 上、短軸在 $y=1$ 上、長軸長為短軸長的 3 倍，且中心到焦點的距離為 $2\sqrt{2}$ 的橢圓方程式。

8. 已知橢圓參數式為 $\begin{cases} x = 12 \cos \theta \\ y = 3 \sin \theta \end{cases}$ ，其中 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試求橢圓標準式。

9. 設有一座廢棄的橢圓形溜冰練習場，長軸長 30 公尺，短軸長 20 公尺，今欲在場內圍出一塊面積最大的矩形園地（考慮其邊與長、短軸皆平行），以架設太陽能板，如圖，試求此最大矩形的面積。（提示：利用橢圓參數式）



10. 某行星繞太陽運轉，其軌道為橢圓形，太陽在橢圓軌道的一個焦點上。若定義橢圓的離心率為半焦距長與半長軸長之比值（即 $\frac{c}{a}$ ），已知行星運轉時離太陽最遠距離為3億公里，且離心率为 $\frac{1}{3}$ ，試求此橢圓軌道的短軸長。（註：兩焦點的距離為焦距）



【C4 習作 2-3】

1. 試求下列雙曲線之焦點、頂點與正焦弦長。

$$(1) \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{32} = 1 \quad (2) y^2 - x^2 = 9$$

2. 坐標平面上有一組圓心在原點的同心圓，已知一雙曲線之中心與同心圓圓心重合，且其頂點與焦點分別位於半徑為 4 與 6 的圓上，試求此雙曲線的正焦弦長。

3. 試求到兩定點 $(4, 0)$ 、 $(-4, 0)$ 之距離差為 2 的所有點所形成的軌跡方程式。

4. 試求中心在原點，一焦點為 $(0, 13)$ ，一頂點為 $(0, -12)$ 的雙曲線方程式。

5. 試求下列各雙曲線的中心、焦點與正焦弦長。

$$(1) \frac{(x-4)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1 \quad (2) \frac{(y+2)^2}{4} - \frac{(x+1)^2}{5} = 1$$

6. 試求兩頂點為 $(5, 3)$ 、 $(-1, 3)$ 且共軛軸長為 4 的雙曲線方程式。

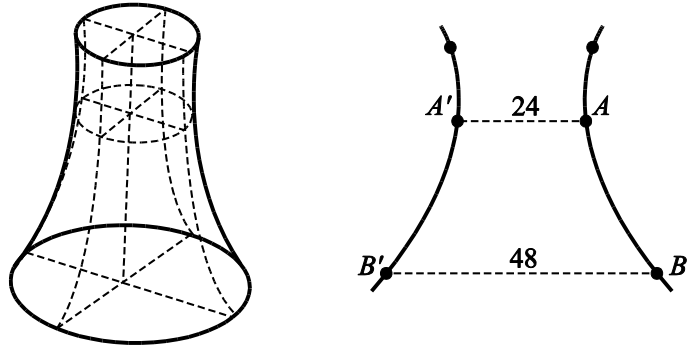
7. 已知 A 、 B 兩地相距 360 公尺，今在兩地相繼聽到救護車的鳴笛聲由遠而近再由近而遠。假設在 A 、 B 兩地聽到救護車鳴笛聲的秒差為定值 (A 地比 B 地早 1 秒)，且聲音每秒約可傳 340 公尺，試問救護車在行進時與 B 地的最近距離為何？ (提示： A 、 B 為焦點)

8. 試求雙曲線 $x^2 - y^2 + 6x + 6y - 1 = 0$ 的漸近線。

9. 設 P 為雙曲線 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 上一點且位於第一象限，若 A 、 B 為此雙曲線的

兩焦點且 $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 3$ ，試求 $\triangle PAB$ 的周長。

10. 冷卻塔的截面為雙曲線，因為雙曲線型的設計有助於提高冷卻效率，如圖是某冷卻塔的立體圖，觀察截面其頸線 $\overline{AA'}$ 為雙曲線的貫軸，且下口直徑 $\overline{BB'}$ 與共軛軸等長。若已知 $\overline{AA'} = 24$ ， $\overline{BB'} = 48$ ，試求其兩焦點的距離。
- 註：冷卻塔為火力發電廠或核能發電廠的循環水冷卻裝置。



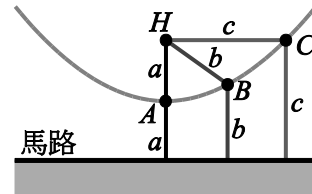
【C4 自我評量 ch2】

- (D) 1. 某衛星接收天線的截面圖為一拋物線，已知訊號波束以平行對稱軸方向射入後，經反射聚焦在焦點處，若接收天線頂點（即拋物線頂點）與焦點的距離為 3 公尺，則其正焦弦長為
(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 公尺。
- (B) 2. 關於拋物線 $y^2 + 20x = 0$ 的敘述，下列何者正確？
(A) 開口向右 (B) 焦點為 $(-5, 0)$ (C) 準線為 $y = 5$
(D) 正焦弦長為 10。
- (A) 3. 已知 $\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = |x+4|$ 之圖形為拋物線，試問下列敘述何者有誤？
(A) 頂點在 $(0, 0)$ (B) 焦點在 $(2, 0)$ (C) 準線為 $x+4=0$
(D) 對稱軸為 $y=0$ 。
- (D) 4. 頂點為 $(2, 1)$ 、焦點為 $(2, -1)$ 的拋物線方程式為
(A) $(y-1)^2 = -8(x-2)$ (B) $(y-1)^2 = 8(x-2)$
(C) $(x-2)^2 = 8(y-1)$ (D) $(x-2)^2 = -8(y-1)$ 。
- (C) 5. 拋物線 $x^2 - 4x + 12y + 4 = 0$ 的焦點坐標為
(A) $(2, 0)$ (B) $(2, 3)$ (C) $(2, -3)$ (D) $(3, 2)$ 。
- (B) 6. 已知拋物線之對稱軸為 $x=3$ 且焦點在 $x+2y=1$ 上，則其焦點坐標為
(A) $(7, -3)$ (B) $(3, -1)$ (C) $(1, -3)$ (D) $(3, -3)$ 。

- (B) 7. 如圖所示，阿建家在一條東西向馬路的北方 H 處，為了到馬路上等公車，他走到馬路的路線有下列 3 條：

- (1) 向南走 a 公尺到達 A 後再繼續向南走 a 公尺到馬路
 (2) 向東南走 b 公尺到達 B 後再繼續向南走 b 公尺到馬路
 (3) 向東走 c 公尺到達 C 後再繼續向南走 c 公尺到馬路

根據上述資料，下列何者錯誤？



- (A) $c = 2a$
 (B) $b = \sqrt{2}a$
 (C) A 、 B 、 C 三點位於以 H 為焦點之拋物線上
 (D) A 、 B 、 C 三點共圓。

- (B) 8. 對稱軸平行 x 軸且過 $(1, 0)$ 、 $(1, -4)$ 、 $(-2, 2)$ 三點的拋物線方程式的頂點坐標為 (A) $(2, 2)$ (B) $(2, -2)$ (C) $(1, \frac{3}{2})$ (D) $(\frac{3}{2}, -1)$ 。

- (C) 9. 有關橢圓 $4x^2 + y^2 = 4$ 的敘述，下列何者有誤？

- (A) 其一焦點為 $(0, \sqrt{3})$ (B) 其一長軸頂點為 $(0, -2)$
 (C) 短軸長為 4 (D) 正焦弦長為 1。

- (B) 10. 橢圓 $x^2 + 4y^2 = 16$ 上任一點到兩焦點的距離和為 (A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 20。

- (C) 11. 橢圓 $4x^2 + y^2 - 16x + 10y + 25 = 0$ 中兩焦點的距離為 (A) $2\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) 4。

- (C) 12. 中心在原點，長軸長為 20，正焦弦長為 3 且焦點在 x 軸上的橢圓方程式為

- (A) $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{15} = 1$ (B) $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{10} = 1$
 (C) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{15} = 1$ (D) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ 。

(D) 13. 有關橢圓 $\sqrt{(x+4)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 10$ 的敘述，下列何者有誤？

(A)中心為(0,0) (B)長軸在 x 軸上 (C)短軸長為 6

(D)正焦弦長為 $\frac{9}{5}$ 。

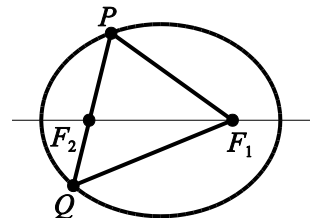
(A) 14. 已知一橢圓的長軸長與短軸長比為 3:2，則短軸長與正焦弦長的比值為 (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{3}{16}$ 。

(B) 15. 試問下列哪些點不在橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{144} = 1$ 上？

(A)(-5,0) (B)(0,0) (C)(0,-12) (D)(5cos θ , 12sin θ)。

(C) 16. 假設坐標平面上有一長軸長為 10 公尺的橢圓，其兩焦點為 F_1 、 F_2 ，今自 F_1 處發射出一道光束，此光束碰到橢圓上一點 P 後反射，反射光穿越 F_2 到達橢圓上另一點 Q ，又反射回原焦點 F_1 處，如圖，試問 ΔPQF_1 之周長為多少公尺？

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 40。



(A) 17. 兩頂點為(2,0)、(-2,0)且一焦點為(3,0)之雙曲線的正焦弦長為 (A) 5 (B) 9 (C) 13 (D) 4。

(B) 18. 平面上與兩定點(0,10)、(0,-10)之距離差為 16 的所有點所形成的圖形方程式為

(A) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ (B) $\frac{y^2}{64} - \frac{x^2}{36} = 1$

(C) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ (D) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ 。

(A) 19. 雙曲線 $4x^2 - y^2 - 8x - 2y - 1 = 0$ 的兩焦點為 F_1 、 F_2 ，則 $\overline{F_1F_2} =$

(A) $2\sqrt{5}$ (B) 6 (C) $6\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{6}$ 。

- (C) 20. 有關雙曲線 $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的敘述，下列何者正確？
- (A) 焦點為 $(5, 0)$ 與 $(-5, 0)$ (B) 貫軸長為 8
- (C) $4x + 3y - 4 = 0$ 為漸近線 (D) 正焦弦長為 $\frac{9}{2}$ 。
- (B) 21. 一焦點在 $(2, 8)$ ，共軛軸在 $y = 3$ 上且長為 8 的雙曲線方程式為
- (A) $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-3)^2}{16} = 1$ (B) $\frac{(y-3)^2}{9} - \frac{(x-2)^2}{16} = 1$
- (C) $\frac{(y-3)^2}{16} - \frac{(x-2)^2}{9} = 1$ (D) $\frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y-3)^2}{9} = 1$ 。
- (C) 22. 滿足 $\left| \sqrt{(x+3)^2 + (y-3)^2} - \sqrt{(x-7)^2 + (y-3)^2} \right| = 8$ 的共軛軸長為
- (A) 8 (B) 10 (C) 6 (D) 4。
- (A) 23. 已知 $A(3\sqrt{2}, 4)$ 為雙曲線 $16x^2 - 9y^2 = 144$ 上一點，若 F_1 、 F_2 為兩焦點，則 $|\overline{AF_1} - \overline{AF_2}| =$ (A) 6 (B) 8 (C) $4\sqrt{2}$ (D) $6\sqrt{2}$ 。
- (C) 24. 下列何者是雙曲線 $x^2 - 4y^2 + 2x - 8y - 7 = 0$ 的漸近線？
- (A) $x + 2y - 1 = 0$ (B) $x - 2y + 3 = 0$
- (C) $x + 2y + 3 = 0$ (D) $2x + y + 1 = 0$ 。
- (B) 25. 坐標平面上 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的圖形與 $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 圖形有幾個交點？ (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4。