

【C3 習作 4-1】

1. 試利用加減消去法解方程組  $\begin{cases} x+4y=-1 \\ 5x-y=16 \end{cases}$ 。
2. 程大位是明朝著名的珠算家，他編撰的《算法統宗》一書蒐集了當時各種數學問題和解法，其中一道題目如下：「啞子來買肉，難言錢數目，一斤少四十，九兩多十六。試問能算者，合與多少肉？」意思是有個啞巴來買肉，說不清楚帶了多少錢，只知買一斤肉不足 40 文錢，買 9 兩肉則多了 16 文錢。請幫他算算他身上的錢可以買幾兩肉？（1 斤=16 兩）
3. 老師傅太陽餅店的招牌口味有蜂蜜、麥芽、牛奶三種，為吸引顧客，店家推出三種口味可混搭的 10 入綜合禮盒。已知小丸子選了 3 個蜂蜜、3 個麥芽、4 個牛奶，要價 285 元；靜香選了 2 個蜂蜜、5 個麥芽、3 個牛奶，要價 290 元；花媽選了 4 個蜂蜜、4 個麥芽、2 個牛奶，要價 280 元。試問三種口味的太陽餅單價分別為何？
4. 試利用克拉瑪公式解方程組  $\begin{cases} x+2y=7 \\ 2x-y=9 \end{cases}$ 。
5. 試利用克拉瑪公式解方程組  $\begin{cases} 3x+y+2z=10 \\ x-2y-2z=-4 \\ 3x-y-z=3 \end{cases}$ 。
6. 試寫出方程組  $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x+y=-4 \\ x+7y=5 \end{cases}$  的係數矩陣及增廣矩陣。
7. 試利用矩陣列運算解  $\begin{cases} x-y=4 \\ 2x+3y=3 \end{cases}$ 。
8. 試利用矩陣列運算解  $\begin{cases} x+2y+z=2 \\ 3x+y-2z=1 \\ 4x-3y-z=3 \end{cases}$ 。
9. 已知  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{5}{6} \end{cases}$ ，試求  $x$ 、 $y$ 、 $z$  之值。

10. 若矩陣  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 9 \\ 3 & 2 & 2 & 7 \end{array} \right]$  經過列運算後可以化成  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \end{array} \right]$ ，試求

$a^2 + b^2 + c^2$  之值。

【C3 習作 4-2】

1. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 4 & 3 & -2 \end{bmatrix}$  的第(1,3)元為  $a$ ，第(2,1)元為  $b$ ，試求  $a-b$ 。
2. 已知二階方陣  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ ，其中第  $(i, j)$  元滿足  $a_{ij} = i + j$ ，試求  $A$ 。
3. 若  $\begin{bmatrix} x-y & 3 \\ 3x-2y & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a+b \\ 0 & 2a-b \end{bmatrix}$ ，試求  $x$ 、 $y$ 、 $a$ 、 $b$  之值。
4. 以下是某大專院校三個科系去年度與今年度的新生人數統計表：

去年：

	機械系	電子系	財資系
大學部	58	61	52
碩士班	10	13	8

今年：

	機械系	電子系	財資系
大學部	53	60	48
碩士班	6	12	8

- (1) 去年度與今年度各科系大學部及碩士班的新生人數共有多少人？(以矩陣表示)
  - (2) 今年度各科系大學部及碩士班的新生人數比去年度減少多少人？(以矩陣表示)
5. 設  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ，試求：
- (1)  $3A$       (2)  $-2B$       (3)  $3A - 2B$

6. 某家電賣場今年6月和7月的冷氣銷售量、售價及安裝費用如下列兩個表格所示，假設消費者購買冷氣時必定同時安裝，試求6月和7月販售冷氣機的總收入分別為何？

銷售量（單位為台）

	型號甲	型號乙
6月	40	52
7月	50	60

7. 已知  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ ，試求  $A^{-1}$ 。
8. 設  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 11 & 4 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ，若矩陣  $X$  滿足  $AX = B$ ，試求矩陣  $X$ 。
9. 設  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ ，若矩陣  $X$  滿足  $X + 5A = 3X + 3B$ ，試求  $X$ 。
10. 小米想借哥哥的平板使用，但被四位數密碼鎖住無法執行，哥哥故意刁難，僅告訴小米平板密碼  $abcd$  符合以下二階方陣的等式：

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \text{ 請試著幫 } \underline{\text{小米}} \text{ 找出此四位數密碼。}$$

【C3 自我評量 ch4】

- ( B ) 1. 若兩個方程組  $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ ax - 2by = 5 \end{cases}$  與  $\begin{cases} x - 3y = 6 \\ ax + 2by = 1 \end{cases}$  有相同的解，則  $a + b =$   
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 0。
- ( D ) 2. 已知方程組  $\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ ax + 8y = b \end{cases}$  有無限多組解，則數對  $(a, b) =$   
(A)  $(-3, -5)$  (B)  $(3, 5)$  (C)  $(6, 10)$  (D)  $(-6, -10)$ 。
- ( D ) 3. 小凱想知道小珍生日，小珍繞圈子回答：「我生日月份和日期相加是 30，月份的 5 倍減去日期的 2 倍是 3。」試問關於小珍的生日下列何者正確？  
(A) 月份是 7 月 (B) 月份是 8 月  
(C) 日期是 24 日 (D) 日期是 21 日。
- ( D ) 4. 若  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  之解為  $(x, y) = (1, 2)$ ，則  $\begin{cases} 2a_1x + 3b_1y = 5c_1 \\ 2a_2x + 3b_2y = 5c_2 \end{cases}$  之解為  $(x, y) =$  (A)  $(5, 10)$  (B)  $\left(\frac{5}{2}, 10\right)$  (C)  $\left(5, \frac{10}{3}\right)$  (D)  $\left(\frac{5}{2}, \frac{10}{3}\right)$ 。
- ( C ) 5. 已知 3 杯拿鐵與 4 杯卡布奇諾價格相同，且 5 杯拿鐵和 5 杯卡布奇諾共 700 元，則拿鐵的單價為  
(A) 60 (B) 70 (C) 80 (D) 90 元。
- ( C ) 6. 班際籃球賽中，阿翔投進了 11 球，共得 21 分，其中罰球與三分球的個數相加比兩分球少 1 個，若阿翔在這場比賽中投進  $x$  個罰球（每球 1 分）， $y$  個兩分球及  $z$  個三分球，試問下列何者正確？  
(A)  $x = 4$  (B)  $y = 5$  (C)  $y + z = 8$  (D)  $z$  是奇數。
- ( C ) 7. 已知三平面  $2x + y + 3z = 2$ ， $x + 5y - 2z = 11$ ， $3x - y + 4z = -5$  交於一點，則此交點坐標為  
(A)  $(1, 2, 3)$  (B)  $(-1, 2, 3)$  (C)  $(-2, 3, 1)$  (D)  $(-3, 2, -1)$ 。

( A ) 8. 若矩陣  $\begin{bmatrix} a & 1 & 4 \\ 1 & b & -3 \end{bmatrix}$  經過列運算後可化成  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，則  $a+b=$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) -1。

( C ) 9. 下列算式為一矩陣列運算：

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 9 \\ 1 & 2 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -1 & a & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & -1 & a & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & b & c & -10 \end{bmatrix},$$

則  $(a,b,c)=$

(A) (5,5,7) (B) (-5,-4,7) (C) (-5,-5,-7) (D) (7,5,-5)。

( D ) 10. 關於矩陣  $N = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ ，下列各敘述何者錯誤？

(A) N 有 2 列 3 行，為  $2 \times 3$  階矩陣

(B) 第 (1,2) 元是 1

(C) 第 (2,3) 元是 5

(D) 第 (3,1) 元是 -2。

( B ) 11. 若矩陣  $\begin{bmatrix} 2a+b & 7 \\ a-b & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & c+2d \\ -1 & c-d \end{bmatrix}$ ，則  $a+b+c+d=$

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 6。

( C ) 12. 已知矩陣  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ ，其中  $a_{ij} = 2i + 3j$ ，則  $a_{23} =$

(A) 5 (B) 12 (C) 13 (D) 10。

( A ) 13. 設  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ ，若  $AB = [c_{ij}]_{3 \times 3}$ ，試求

$c_{11} + c_{22} + c_{33} =$  (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 6。

( D ) 14. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，則  $A^2 =$

(A)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ 。

- ( C ) 15. 以下是某商店 8 月與 9 月的果汁進貨明細：(單位為箱)

8 月

	玻璃瓶	寶特瓶	易開罐
蘋果汁	8	9	14
柳橙汁	9	13	16

9 月

	玻璃瓶	寶特瓶	易開罐
蘋果汁	5	7	10
柳橙汁	10	12	13

將 8 月與 9 月的進貨總量表示成矩陣  $A$ ，則關於矩陣  $A$  的敘述何者正確？

- (A)  $a_{12} = 25$  (B)  $a_{21} = 16$  (C)  $a_{23} = 29$  (D)  $a_{13} = 19$ 。

- ( C ) 16. 設  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ ，若矩陣  $X$  滿足

$X + 2A = 3(X + B - A)$ ，則矩陣  $X$  中第一列所有元之和為

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 11。

- ( A ) 17. 設  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ，則  $(A+B)(A-B) =$

- (A)  $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ 。

- ( C ) 18. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ ，則  $A^{-1} =$

- (A)  $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & -8 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$ 。

- ( C ) 19. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ a & 4 \end{bmatrix}$ ，若其反方陣  $A^{-1}$  不存在，則  $a =$

- (A) 0 (B) 6 (C) -6 (D) 12。

- ( D ) 20. 地衣是藻類和菌類的共生體，藻類行光合作用提供養分給菌類，菌類則提供水分和無機質給藻類。下面是實驗室培育地衣的觀察資料，令  $\langle a_n \rangle$  和  $\langle b_n \rangle$  分別代表藻類和菌類在時間點  $n$  的數量，已知彼此符合下列關係：

$$a_{n+1} = 2a_n + 3b_n, \quad b_{n+1} = 3a_n + 5b_n$$

若二階方陣  $A$  滿足  $\begin{bmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{bmatrix} = A \times \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$  (其中  $n$  為非負整數)，

則方陣  $A^{-1}$  之第 2 行的所有元之和為

- (A) 2 (B) 5 (C) 3 (D) -1。