

【C3 習作 2-1】

1. 試化簡下列各式：

(1) $a^1 \times a^2 \times a^3$

(2) $(a^2)^3 \times a^4$

(3) $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)^2$

2. 已知 $a = 2 + \sqrt{3}$ ，試求 $a + a^{-1}$ 之值。

3. 試計算下列各式：

$$(1) 4^{\frac{3}{2}} \times 27^{\frac{2}{3}} \quad (2) \left(\frac{343}{64} \right)^{\frac{2}{3}}$$

4. 已知 $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{2} = 2^r$ ，試求 r 值。

5. 試求 $\left(5\frac{1}{16}\right)^{0.25} \times \left(2\frac{7}{9}\right)^{0.5}$ 之值。

6. 在臨床醫療上使用的放射碘是一種具放射性的碘同位素——碘 131，其半衰期約為 8 天。某病患遵照醫生指示接受放射碘治療 32 毫居里（放射性強度單位），試問經過 40 天後，其放射性強度約為多少毫居里？

7. 設 a 、 b 為正實數，若 $\frac{\sqrt[4]{ab^3}}{\sqrt[3]{a^2b}} = a^r \times b^s$ ，試求 $r+s$ 之值。

8. 已知 $9^x = 6$ ，試求 $4 \times 3^{1-x}$ 之值。

9. 設 a 為正實數，若 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ ，試求：

(1) $a + a^{-1}$ (2) $a^2 + a^{-2}$

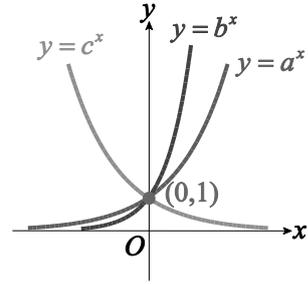
10. 勒克斯是一種常用的光照度單位，表示 1 標準燭光在距離 1 公尺的物體表面所產生的照明度。設燈泡與被照明物相距 d 公尺時，被照明物表面的照度為 L 勒克斯，且 L 與 d 之關係式為 $L = 50000 \times d^{-2}$ ，則

(1) 當距離 $d = 5$ 公尺時，其照度 L 為何？

(2) 若距離 $d = 10$ 公尺時之照度為 l ，那該如何調整距離才能使照度提升為 100 倍？

【C3 習作 2-2】

1. 設 $a, b, c > 0$ ，且 $y = a^x$ ， $y = b^x$ ， $y = c^x$ 的圖形如右，試比較 a, b, c 的大小關係。

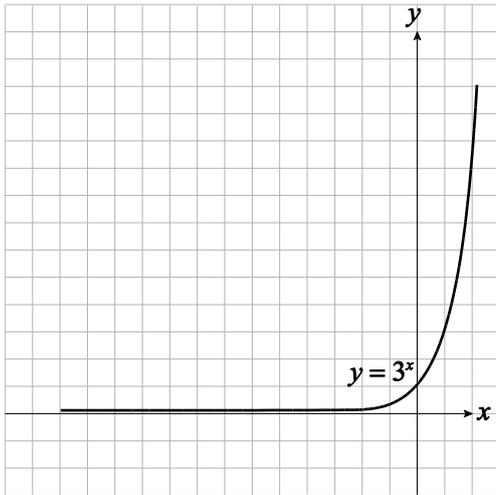


2. 已知指數函數 $f(x) = a^x$ 的圖形通過點 $(2, 9)$ ，試求 $f(-1)$ 之值。

3. 已知指數函數 $f(x)=10^x$ ，若 $f(a)=3$ ， $f(b)=5$ ，試求 $f(a+b)$ 之值。

4. 將 $y = a^x$ 的圖形向右平移 3 單位，再向下平移 4 單位後，所得之新函數為 $y = a^{x+m} + n$ ，試求 m 、 n 之值。

5. 試以 $y = 3^x$ 圖形為基礎，畫出 $y = 9 \times 3^x + 3$ 之圖形。



6. 試比較 $a = 1.1^{\sqrt{2}}$, $b = 1.1^{\sqrt{3}}$, $c = 1.1^2$ 的大小關係。

7. 試比較 $a = \sqrt{0.3}$, $b = (0.09)^{0.3}$, $c = \left(\frac{3}{10}\right)^{0.4}$ 的大小關係。

8. 布袋蓮是一種漂浮性水生植物，其無性繁殖的能力使它能迅速蔓延遍布整個水域，常導致河道堵塞或威脅其他藻類植物生長。假設布袋蓮每 10 天覆蓋的面積可擴張成原來的 $\frac{3}{2}$ 倍，而經過 x 天後，其覆蓋的面積會擴張成

原來的 y 倍，則

(1) 試寫出 x 與 y 的函數關係式。

(2) 假設布袋蓮有足夠繁殖空間，則經過一個月（30 天）後，其面積會擴張成原來的幾倍？

9. 若 $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \frac{1}{2}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^b = \frac{1}{9}$, $\left(\frac{1}{8}\right)^c = \frac{1}{64}$, 試比較 a 、 b 、 c 的大小關係。

- 10 有些人擔心若吃太多藥，則藥物會累積在體內而傷身體，事實上，只要遵照醫師指示服用，經過正常的代謝程序，人體皆可將藥物排出體外。若某種藥物在人體血中之濃度 y （單位：毫克／分升）與時間 x （單位：小時）的函數關係為 $y = 500a^x$ ，則
- (1) 假設病人服藥 3 小時後，測得血藥濃度為 250 毫克／分升，試求 a 值。
 - (2) 若醫生建議該藥物的血藥濃度不可低於 125 毫克／分升，則每隔多少個小時病人必須再次服藥？（註：血藥濃度是指藥物吸收後在血漿內的總濃度）

【C3 習作 2-3】

1. 試求下列各式之值：

$$(1) \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} \quad (2) \log_5 1 \quad (3) \log_{10} 0.001$$

2. 試求下列各式之值：

$$(1) \log_9 27 \quad (2) \log_{\frac{1}{25}} \sqrt{5} \quad (3) \log_8 \sqrt{32}$$

3. 設 $\log_2 x = -2$ ，試求 $\log_x 64$ 之值。

4. 試求 $\log_{10} \frac{5}{9} + \log_{10} 6 + \log_{10} 30$ 之值。

5. 試求 $\log_4 6 \times \log_6 10 \times \log_{10} 16$ 之值。

6. 試求 $3^{\log_3 4} + 4^{\log_2 5}$ 之值。

7. 試求 $\log_2 \sqrt{3} + \frac{1}{2} \log_2 200 - \frac{1}{2} \log_2 75$ 之值。

8. 設 $a = \log_{10} 2$, $b = \log_{10} 3$, 試以 a 、 b 表示 $\log_{10} \sqrt{150}$ 。

9. 試求 $(\log_5 9 + \log_{25} 3)(\log_3 125 - \log_9 25)$ 之值。

10. 試求 $\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{2}{3} + \log_2 \frac{3}{4} + \cdots + \log_2 \frac{63}{64}$ 之值。

【C3 習作 2-4】

1. 設 a 、 b 均大於 0 且不等於 1，若 $y = \log_a x$ 與 $y = \log_b x$ 之圖形對稱於 x 軸，試求 ab 之值。

2. 設 $a > 1$ ，考慮函數 $f(x) = \log_a x$ ，下列敘述何者正確？

(A) $f(3) + f(4) = f(7)$ (B) $f(16) = 2f(8)$

(C) $f(18) - f(9) = f(2)$ (D) $y = f(x)$ 的圖形與 y 軸交於一點

3. 設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，關於函數 $f(x) = \log_a x$ ，下列敘述何者正確？

(A) $f(x)$ 恆過定點 $(0, 1)$ (B) $f(x)$ 與 $g(x) = a^x$ 圖形對稱於 y 軸

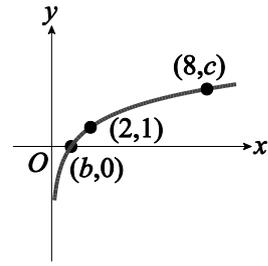
(C) $f(x)$ 與 $g(x) = \log_{\frac{1}{a}} x$ 圖形交於 $(1, 0)$ (D) 若 $x_1 > x_2$ ，則 $f(x_1) \geq f(x_2)$

4. 已知函數 $f(x)$ 滿足 $f(mn) = f(m) + f(n)$ ，其中 $m, n > 0$ 。若 $f(2) = 3$ ，試求 $f(8)$ 之值。

5. 將 $y = \log_2 x$ 的圖形向右平移 3 單位再向上平移 2 單位，所得之新函數為 $y = \log_2(ax+b)$ ，試求 a 、 b 之值。

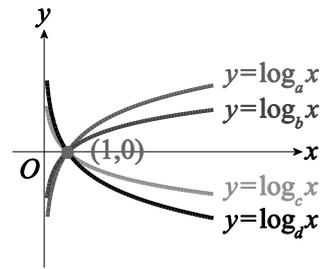
6. 試比較 $a = \log_3 5$, $b = \log_9 16$, $c = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{5}$ 的大小關係。

7. 右圖為函數 $y = \log_a x$ 的圖形，已知圖形通過 $(2,1)$ 、 $(b,0)$ 、 $(8,c)$ 三點，試求 $a+b+c$ 之值。



8. 大西洋鮭魚每年都要逆流而上，游回自己出生的淡水河流中產卵。研究鮭魚的科學家發現鮭魚的游速可以用對數函數 $v(x) = \log_3 \sqrt{x}$ 表示（單位為公尺／秒），其中 x 表鮭魚耗氧量的單位數，試問當一條鮭魚的耗氧量為 27 個單位時，牠的游速為何？

9. 右圖為 $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ 及 $y = \log_d x$ 四個函數的圖形，試比較 a 、 b 、 c 、 d 之大小關係。



10. 在不考慮空氣阻力條件下，假設火箭的最大速度 v (公里/秒) 與燃料的重量 M (公斤) 及火箭 (不含燃料) 的重量 m (公斤) 之函數關係為

$$v = 2 \log_2 \left(1 + \frac{M}{m} \right),$$

試問燃料重量是火箭重量的多少倍時 (即 $\frac{M}{m}$ 值多大)

，火箭的最大秒速可達 10 公里以衝出大氣層？

【C3 習作 2-5】

1. 已知 $\log 1965 = 3.2931$ ，試求下列各對數之首數與尾數：
- (1) $\log 19.65$ (2) $\log 0.001965$

2. 試求下列各對數之尾數：

(1) $\log x = 5.4321$ (2) $\log x = -5.4321$

3. 試求下列各對數之首數：

(1) $\log 2020$

(2) $\log 0.07$

(3) $\log \frac{1}{3}$

4. 已知 $\log x$ 之首數與 $\log 123.4$ 的首數相同， $\log x$ 之尾數與 $\log 56.78$ 的尾數相同，試求 x 之值。

5. 已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, 試求下列各值 :

(1) $\log 0.012$

(2) $\log 180$

6. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ，若 $a = \log 1 + \log 3 + \log 5$ ， $b = \log 2 + \log 4 + \log 6$ ，試求 $a - b$ 之值。

7. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ，試求 20^{50} 是幾位數？

8. 已知 $\log 3 = 0.4771$ ，試求 $\left(\frac{1}{27}\right)^{10}$ 自小數點後第幾位始不為 0？

9. 「pH 值」是溶液酸鹼程度的衡量標準，若溶液中的氫離子濃度為 x ，則該溶液的 pH 值為 $-\log x$ ，例如：在 25°C 下，純水的氫離子濃度為 1.0×10^{-7} ，因此其 pH 值為 $-\log(1.0 \times 10^{-7}) = 7$ 。若小琬體內胃酸的氫離子濃度為 2.1×10^{-2} ，試求其 pH 值。(已知 $\log 2.1 = 0.3222$ ，四捨五入計算至小數以下第一位)

10. 化石年代的測定常使用「碳 14 定年法」，假設當化石組織內的碳 14 含量不足起始含量的 $\frac{1}{1000}$ 時，一般放射性探測技術會因為其含量太少而難以偵測，試問此種探測技術大約在幾個半衰期後，會因為碳 14 含量太少而難以測量化石的年代？（已知 $\log 2 = 0.3010$ ）

【C3 自我評量 ch2】

(A) 1. 設 $a = \frac{1}{2}$ ，則 $a^0 + a^{-1} + a^{-2} =$ (A)7 (B) $\frac{1}{7}$ (C)6 (D) $\frac{1}{6}$ 。

(D) 2. 若 $2x = \sqrt[3]{16}$ ，則 $x^3 =$ (A)4 (B)8 (C)16 (D)2。

(D) 3. $(3^2 - 2^3)^{-2} + (2^3 - 3^2)^{-3} =$ (A)2 (B)3 (C)1 (D)0 ◦

- (C) 4. 設 $a > 0$ ，若 $a + a^{-1} = 5$ ，則 $a^2 + a^{-2} =$
(A)25 (B)24 (C)23 (D)20。

(C) 5. 在計算機概論中，有關儲存容量的單位換算如下：

$1\text{TB} = 2^{10} \text{GB}$ ， $1\text{GB} = 2^{10} \text{MB}$ ， $1\text{MB} = 2^{10} \text{KB}$ ， $1\text{KB} = 2^{10} \text{Bytes}$ 。

假設一外接式硬碟的儲存空間剩餘 0.5TB ，而一個中文字所占的容量為 2Bytes ，若硬碟沒有壞軌，則這顆硬碟尚可儲存多少個中文字？ (A) 2^{36} (B) 2^{37} (C) 2^{38} (D) 2^{39} 。

(B) 6. 已知函數 $f(x)$ 滿足 $f(a+b) = f(a)f(b)$ ，若 $f(1) = 2$ ，則

$$f(4) = \text{(A)8} \quad \text{(B)16} \quad \text{(C)32} \quad \text{(D)4}。$$

(A) 7. 設 $y = 5^x$ 與 $y = 5^{-x}$ 兩函數圖形交於點 (a, b) ，則 $a + b =$

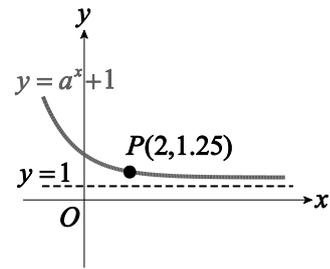
(A)1 (B)3 (C)5 (D) $\frac{1}{5}$ 。

- (B) 8. 設 $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt[3]{9}$, $c = \sqrt[4]{27}$, 則 a 、 b 、 c 的大小關係為
- (A) $a > b > c$ (B) $c > b > a$ (C) $b > c > a$ (D) $c > a > b$ 。

- (C) 9. 某食品工廠將未經處理的廢水直接排放入河川中，造成嚴重污染，水質檢測報告顯示有多個項目不合格，其中化學需氧量更高達 10000ppm，遠超出放流水標準，因此環保局依水污染防治法勒令停工。假設河水每天會稀釋 40% 污染源，而事發一天後，河川中的化學需氧量為 6000ppm，則事發三天後，河水中的化學需氧量為 (A)6400 (B)5200 (C)2160 (D)3600 ppm。

(A) 10. 右圖是函數 $y = a^x + 1$ 的圖形，已知點 $P(2, 1.25)$ 在圖形上，則

$a =$ (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ 。



(D) 11. 下列何者有意義？

(A) $\log_{(-2)} 8$ (B) $\log_2(-4)$ (C) $\log_1 5$ (D) $\log_5 1$ 。

(B) 12. 下列各數何者為正？

(A) $\sqrt[3]{2} - \sqrt{2}$ (B) $\log_2 3 - \log_3 2$ (C) $\log_{\frac{1}{2}} 3$ (D) $\log_9 25 - \log_3 5$ °

(A) 13. $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6} =$ (A)1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{6}$.

(D) 14. $\log_2 \frac{4}{5} - \log_2 \frac{3}{14} + \log_2 \frac{30}{7} =$ (A)2 (B)16 (C)8 (D)4 .

(A) 15. $\log_7(4+\sqrt{15})+\log_7(4-\sqrt{15})=$ (A)0 (B)1 (C) $\frac{1}{2}$ (D)-1 .

(C) 16. 下列敘述何者有誤？

(A) $y = 3^x$ 與 $y = 3^{-x}$ 圖形對稱於 y 軸

(B) $y = \log_3 x$ 與 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 圖形對稱於 x 軸

(C) $y = 3^x$ 與 $y = \log_3 x$ 圖形對稱於 y 軸

(D) $y = 3^x$ 與 $y = \log_3 x$ 圖形不會相交。

(D) 17. 設 $a = \log_3 5$, $b = \log_5 3$, $c = \log_{\frac{1}{3}} 5$, 則 a 、 b 、 c 的大小關係為

(A) $c > b > a$ (B) $b > a > c$ (C) $a > c > b$ (D) $a > b > c$ 。

(D) 18. 設 a 、 b 均大於 0 且不為 1，下列敘述何者正確？

(A) 若 $a < 1$ 且 $b > 1$ ，則 $\log_a b > 0$

(B) 若 $x > 0$ ，則 $\log_a x$ 為遞增函數

(C) $\log_3 2 > \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$

(D) $\frac{\log_{\sqrt{2}} a}{\log_{\sqrt{2}} b} = \frac{\log_{\sqrt{3}} a}{\log_{\sqrt{3}} b}$ 。

(C) 19. 若 (a, b) 是對數函數圖形 $y = \log_{10} x$ 上一點，則下列哪個點不在該對數函數圖形上？

(A) $(1, 0)$ (B) $(10a, b+1)$ (C) $(2a, 2b)$ (D) $(a^2, 2b)$ 。

(D) 20. 若 $\log N = -3.1416$ ，試問下列何者正確？

(A) N 是負數 (B) $\log N$ 之首數為 -3 (C) $\log N$ 之尾數為 0.1416

(D) N 自小數點後第 4 位始不為 0。

(A) 21. $\log 54780.24$ 之首數為 (A)4 (B)5 (C)6 (D)7。

(B) 22. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ，則 $\left(\frac{5}{2}\right)^{100}$ 的整數部分為幾位數？

(A)39 (B)40 (C)41 (D)50。

(A) 23. 已知 $\log 7 = 0.8451$ ，則 $\left(\frac{1}{7}\right)^{50}$ 表成小數時，小數點後第幾位開始

出現不為 0 的數字？ (A)43 (B)44 (C)45 (D)46。

- (B) 24. 已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, 則滿足 $2^n > 3^{100}$ 的最小正整數 n 為 (A)160 (B)159 (C)158 (D)149。

(C) 25. 芮氏地震規模是一種表示地震規模大小的標度。已知芮氏規模

M 和所釋放出來的能量 E (單位：焦耳) 滿足下列關係式：

$\log E = 5.24 + 1.44M$ ，則當地震的芮氏規模從 4 變成 6 時，

其震央所釋放的能量約變成原來的幾倍？

(A)100 (B)144 (C)758 (D)1048。(已知 $10^{1.44} = 27.54$)