

【C3 習作 2-1】

1. 試化簡下列各式：

(1)  $a^1 \times a^2 \times a^3$       (2)  $(a^2)^3 \times a^4$       (3)  $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)^2$

2. 已知  $a = 2 + \sqrt{3}$ ，試求  $a + a^{-1}$  之值。

3. 試計算下列各式：

(1)  $4^{\frac{3}{2}} \times 27^{\frac{2}{3}}$       (2)  $\left(\frac{343}{64}\right)^{-\frac{2}{3}}$

4. 已知  $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{2} = 2^r$ ，試求  $r$  值。

5. 試求  $\left(5\frac{1}{16}\right)^{0.25} \times \left(2\frac{7}{9}\right)^{0.5}$  之值。

6. 在臨床醫療上使用的放射碘是一種具放射性的碘同位素——碘 131，其半衰期約為 8 天。某病患遵照醫生指示接受放射碘治療 32 毫居里（放射性強度單位），試問經過 40 天後，其放射性強度約為多少毫居里？

7. 設  $a$ 、 $b$  為正實數，若  $\frac{\sqrt[4]{ab^3}}{\sqrt[3]{a^2b}} = a^r \times b^s$ ，試求  $r+s$  之值。

8. 已知  $9^x = 6$ ，試求  $4 \times 3^{1-x}$  之值。

9. 設  $a$  為正實數，若  $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ ，試求：

(1)  $a + a^{-1}$       (2)  $a^2 + a^{-2}$

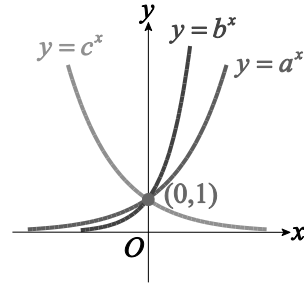
10. 勒克斯是一種常用的光照度單位，表示 1 標準燭光在距離 1 公尺的物體表面所產生的照明度。設燈泡與被照明物相距  $d$  公尺時，被照明物表面的照度為  $L$  勒克斯，且  $L$  與  $d$  之關係式為  $L = 50000 \times d^{-2}$ ，則

(1) 當距離  $d = 5$  公尺時，其照度  $L$  為何？

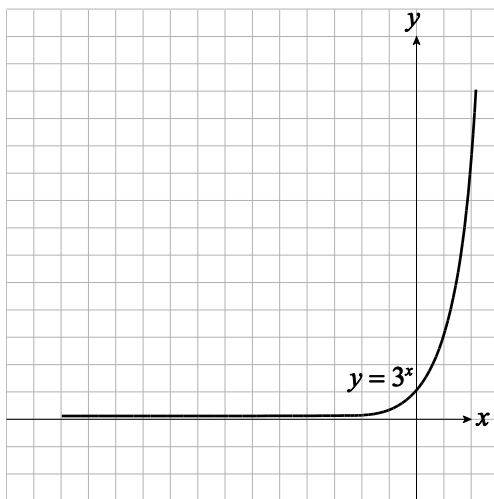
(2) 若距離  $d = 10$  公尺時之照度為  $l$ ，那該如何調整距離才能使照度提升為 100 倍？

【C3 習作 2-2】

1. 設  $a, b, c > 0$ ，且  $y = a^x$ ， $y = b^x$ ， $y = c^x$  的圖形如右，試比較  $a, b, c$  的大小關係。



2. 已知指數函數  $f(x) = a^x$  的圖形通過點  $(2, 9)$ ，試求  $f(-1)$  之值。
3. 已知指數函數  $f(x) = 10^x$ ，若  $f(a) = 3$ ， $f(b) = 5$ ，試求  $f(a+b)$  之值。
4. 將  $y = a^x$  的圖形向右平移 3 單位，再向下平移 4 單位後，所得之新函數為  $y = a^{x+m} + n$ ，試求  $m, n$  之值。
5. 試以  $y = 3^x$  圖形為基礎，畫出  $y = 9 \times 3^x + 3$  之圖形。



6. 試比較  $a = 1.1^{\sqrt{2}}$ ， $b = 1.1^{\sqrt{3}}$ ， $c = 1.1^2$  的大小關係。
7. 試比較  $a = \sqrt{0.3}$ ， $b = (0.09)^{0.3}$ ， $c = \left(\frac{3}{10}\right)^{0.4}$  的大小關係。

8. 布袋蓮是一種漂浮性水生植物，其無性繁殖的能力使它能迅速蔓延遍布整個水域，常導致河道堵塞或威脅其他藻類植物生長。假設布袋蓮每 10 天覆蓋的面積可擴張成原來的  $\frac{3}{2}$  倍，而經過  $x$  天後，其覆蓋的面積會擴張成原來的  $y$  倍，則
- (1) 試寫出  $x$  與  $y$  的函數關係式。
  - (2) 假設布袋蓮有足夠繁殖空間，則經過一個月 (30 天) 後，其面積會擴張成原來的幾倍？
9. 若  $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \frac{1}{2}$ ， $\left(\frac{1}{4}\right)^b = \frac{1}{9}$ ， $\left(\frac{1}{8}\right)^c = \frac{1}{64}$ ，試比較  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係。
- 10 有些人擔心若吃太多藥，則藥物會累積在體內而傷身體，事實上，只要遵照醫師指示服用，經過正常的代謝程序，人體皆可將藥物排出體外。若某種藥物在人體血中之濃度  $y$  (單位：毫克/分升) 與時間  $x$  (單位：小時) 的函數關係為  $y = 500a^x$ ，則
- (1) 假設病人服藥 3 小時後，測得血藥濃度為 250 毫克/分升，試求  $a$  值。
  - (2) 若醫生建議該藥物的血藥濃度不可低於 125 毫克/分升，則每隔多少個小時病人必須再次服藥？(註：血藥濃度是指藥物吸收後在血漿內的總濃度)

【C3 習作 2-3】

1. 試求下列各式之值：

(1)  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$       (2)  $\log_5 1$       (3)  $\log_{10} 0.001$

2. 試求下列各式之值：

(1)  $\log_9 27$     (2)  $\log_{\frac{1}{25}} \sqrt{5}$     (3)  $\log_8 \sqrt{32}$

3. 設  $\log_2 x = -2$ ，試求  $\log_x 64$  之值。

4. 試求  $\log_{10} \frac{5}{9} + \log_{10} 6 + \log_{10} 30$  之值。

5. 試求  $\log_4 6 \times \log_6 10 \times \log_{10} 16$  之值。

6. 試求  $3^{\log_3 4} + 4^{\log_2 5}$  之值。

7. 試求  $\log_2 \sqrt{3} + \frac{1}{2} \log_2 200 - \frac{1}{2} \log_2 75$  之值。

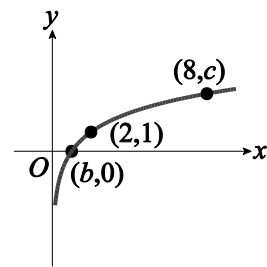
8. 設  $a = \log_{10} 2$ ， $b = \log_{10} 3$ ，試以  $a$ 、 $b$  表示  $\log_{10} \sqrt{150}$ 。

9. 試求  $(\log_5 9 + \log_{25} 3)(\log_3 125 - \log_9 25)$  之值。

10. 試求  $\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{2}{3} + \log_2 \frac{3}{4} + \cdots + \log_2 \frac{63}{64}$  之值。

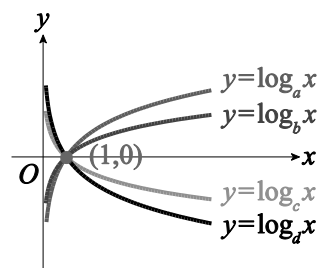
【C3 習作 2-4】

1. 設  $a$ 、 $b$  均大於 0 且不等於 1，若  $y = \log_a x$  與  $y = \log_b x$  之圖形對稱於  $x$  軸，試求  $ab$  之值。
2. 設  $a > 1$ ，考慮函數  $f(x) = \log_a x$ ，下列敘述何者正確？  
(A)  $f(3) + f(4) = f(7)$     (B)  $f(16) = 2f(8)$   
(C)  $f(18) - f(9) = f(2)$     (D)  $y = f(x)$  的圖形與  $y$  軸交於一點
3. 設  $a > 0$  且  $a \neq 1$ ，關於函數  $f(x) = \log_a x$ ，下列敘述何者正確？  
(A)  $f(x)$  恆過定點  $(0,1)$     (B)  $f(x)$  與  $g(x) = a^x$  圖形對稱於  $y$  軸  
(C)  $f(x)$  與  $g(x) = \log_{\frac{1}{a}} x$  圖形交於  $(1,0)$     (D) 若  $x_1 > x_2$ ，則  $f(x_1) \geq f(x_2)$
4. 已知函數  $f(x)$  滿足  $f(mn) = f(m) + f(n)$ ，其中  $m$ 、 $n > 0$ 。若  $f(2) = 3$ ，試求  $f(8)$  之值。
5. 將  $y = \log_2 x$  的圖形向右平移 3 單位再向上平移 2 單位，所得之新函數為  $y = \log_2(ax+b)$ ，試求  $a$ 、 $b$  之值。
6. 試比較  $a = \log_3 5$ ， $b = \log_9 16$ ， $c = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{5}$  的大小關係。
7. 右圖為函數  $y = \log_a x$  的圖形，已知圖形通過  $(2,1)$ 、 $(b,0)$ 、 $(8,c)$  三點，試求  $a+b+c$  之值。



8. 大西洋鮭魚每年都要逆流而上，游回自己出生的淡水河流中產卵。研究鮭魚的科學家發現鮭魚的游速可以用對數函數  $v(x) = \log_3 \sqrt{x}$  表示（單位為公尺／秒），其中  $x$  表鮭魚耗氧量的單位數，試問當一條鮭魚的耗氧量為 27 個單位時，牠的游速為何？

9. 右圖為  $y = \log_a x$ ， $y = \log_b x$ ， $y = \log_c x$  及  $y = \log_d x$  四個函數的圖形，試比較  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  之大小關係。



10. 在不考慮空氣阻力條件下，假設火箭的最大速度  $v$  (公里/秒) 與燃料的重量  $M$  (公斤) 及火箭 (不含燃料) 的重量  $m$  (公斤) 之函數關係為  $v = 2\log_2\left(1 + \frac{M}{m}\right)$ ，試問燃料重量是火箭重量的多少倍時 (即  $\frac{M}{m}$  值多大)，火箭的最大秒速可達 10 公里以衝出大氣層？

【C3 習作 2-5】

- 已知  $\log 1965 = 3.2931$ ，試求下列各對數之首數與尾數：  
(1)  $\log 19.65$       (2)  $\log 0.001965$
- 試求下列各對數之尾數：  
(1)  $\log x = 5.4321$       (2)  $\log x = -5.4321$
- 試求下列各對數之首數：  
(1)  $\log 2020$       (2)  $\log 0.07$       (3)  $\log \frac{1}{3}$
- 已知  $\log x$  之首數與  $\log 123.4$  的首數相同， $\log x$  之尾數與  $\log 56.78$  的尾數相同，試求  $x$  之值。
- 已知  $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，試求下列各值：  
(1)  $\log 0.012$       (2)  $\log 180$
- 已知  $\log 2 = 0.3010$ ，若  $a = \log 1 + \log 3 + \log 5$ ， $b = \log 2 + \log 4 + \log 6$ ，試求  $a - b$  之值。
- 已知  $\log 2 = 0.3010$ ，試求  $20^{50}$  是幾位數？
- 已知  $\log 3 = 0.4771$ ，試求  $\left(\frac{1}{27}\right)^{10}$  自小數點後第幾位始不為 0？
- 「pH 值」是溶液酸鹼程度的衡量標準，若溶液中的氫離子濃度為  $x$ ，則該溶液的 pH 值為  $-\log x$ ，例如：在  $25^\circ\text{C}$  下，純水的氫離子濃度為  $1.0 \times 10^{-7}$ ，因此其 pH 值為  $-\log(1.0 \times 10^{-7}) = 7$ 。若小琬體內胃酸的氫離子濃度為  $2.1 \times 10^{-2}$ ，試求其 pH 值。（已知  $\log 2.1 = 0.3222$ ，四捨五入計算至小數以下第一位）
- 化石年代的測定常使用「碳 14 定年法」，假設當化石組織內的碳 14 含量不足起始含量的  $\frac{1}{1000}$  時，一般放射性探測技術會因為其含量太少而難以偵測，試問此種探測技術大約在幾個半衰期後，會因為碳 14 含量太少而難以測量化石的年代？（已知  $\log 2 = 0.3010$ ）

【C3 自我評量 ch2】

( A ) 1. 設  $a = \frac{1}{2}$ ，則  $a^0 + a^{-1} + a^{-2} =$  (A)7 (B) $\frac{1}{7}$  (C)6 (D) $\frac{1}{6}$ 。

( D ) 2. 若  $2x = \sqrt[3]{16}$ ，則  $x^3 =$  (A)4 (B)8 (C)16 (D)2。

( D ) 3.  $(3^2 - 2^3)^{-2} + (2^3 - 3^2)^{-3} =$  (A)2 (B)3 (C)1 (D)0。

( C ) 4. 設  $a > 0$ ，若  $a + a^{-1} = 5$ ，則  $a^2 + a^{-2} =$   
(A)25 (B)24 (C)23 (D)20。

( C ) 5. 在計算機概論中，有關儲存容量的單位換算如下：

$$1\text{TB} = 2^{10}\text{GB}, 1\text{GB} = 2^{10}\text{MB}, 1\text{MB} = 2^{10}\text{KB}, 1\text{KB} = 2^{10}\text{Bytes}。$$

假設一外接式硬碟的儲存空間剩餘 0.5TB，而一個中文字所占的容量為 2Bytes，若硬碟沒有壞軌，則這顆硬碟尚可儲存多少個中文字？ (A) $2^{36}$  (B) $2^{37}$  (C) $2^{38}$  (D) $2^{39}$ 。

( B ) 6. 已知函數  $f(x)$  滿足  $f(a+b) = f(a)f(b)$ ，若  $f(1) = 2$ ，則  
 $f(4) =$  (A)8 (B)16 (C)32 (D)4。

( A ) 7. 設  $y = 5^x$  與  $y = 5^{-x}$  兩函數圖形交於點  $(a, b)$ ，則  $a + b =$   
(A)1 (B)3 (C)5 (D) $\frac{1}{5}$ 。

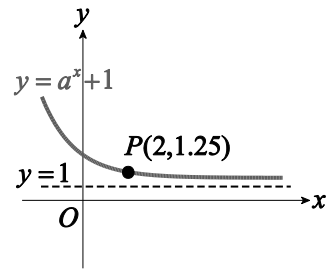
( B ) 8. 設  $a = \sqrt{3}$ ， $b = \sqrt[3]{9}$ ， $c = \sqrt[4]{27}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為  
(A) $a > b > c$  (B) $c > b > a$  (C) $b > c > a$  (D) $c > a > b$ 。



- ( C ) 9. 某食品工廠將未經處理的廢水直接排放入河川中，造成嚴重污染，水質檢測報告顯示有多個項目不合格，其中化學需氧量更高達 10000ppm，遠超出放流水標準，因此環保局依水污染防治法勒令停工。假設河水每天會稀釋 40% 污染源，而事發一天後，河川中的化學需氧量為 6000ppm，則事發三天後，河水中的化學需氧量為 (A)6400 (B)5200 (C)2160 (D)3600 ppm。

- ( A ) 10. 右圖是函數  $y = a^x + 1$  的圖形，已知點  $P(2, 1.25)$  在圖形上，則

$$a = \text{(A)} \frac{1}{2} \quad \text{(B)} 2 \quad \text{(C)} \frac{1}{4} \quad \text{(D)} \frac{1}{3}。$$



- ( D ) 11. 下列何者有意義？

$$\text{(A)} \log_{(-2)} 8 \quad \text{(B)} \log_2(-4) \quad \text{(C)} \log_1 5 \quad \text{(D)} \log_5 1。$$

- ( B ) 12. 下列各數何者為正？

$$\text{(A)} \sqrt[3]{2} - \sqrt{2} \quad \text{(B)} \log_2 3 - \log_3 2 \quad \text{(C)} \log_{\frac{1}{2}} 3 \quad \text{(D)} \log_9 25 - \log_3 5。$$

( A ) 13.  $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6} =$  (A)1 (B) $\frac{1}{2}$  (C) $\frac{1}{3}$  (D) $\frac{1}{6}$ 。

( D ) 14.  $\log_2 \frac{4}{5} - \log_2 \frac{3}{14} + \log_2 \frac{30}{7} =$  (A)2 (B)16 (C)8 (D)4。

( A ) 15.  $\log_7(4 + \sqrt{15}) + \log_7(4 - \sqrt{15}) =$  (A)0 (B)1 (C) $\frac{1}{2}$  (D)-1。

- ( C ) 16. 下列敘述何者有誤？

(A)  $y = 3^x$  與  $y = 3^{-x}$  圖形對稱於 y 軸

(B)  $y = \log_3 x$  與  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$  圖形對稱於 x 軸

(C)  $y = 3^x$  與  $y = \log_3 x$  圖形對稱於 y 軸

(D)  $y = 3^x$  與  $y = \log_3 x$  圖形不會相交。

( D ) 17. 設  $a = \log_3 5$  ,  $b = \log_5 3$  ,  $c = \log_{\frac{1}{3}} 5$  , 則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的大小關係為

(A)  $c > b > a$  (B)  $b > a > c$  (C)  $a > c > b$  (D)  $a > b > c$ 。

( D ) 18. 設  $a$ 、 $b$  均大於 0 且不為 1 , 下列敘述何者正確?

(A) 若  $a < 1$  且  $b > 1$  , 則  $\log_a b > 0$

(B) 若  $x > 0$  , 則  $\log_a x$  為遞增函數

(C)  $\log_3 2 > \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$

(D)  $\frac{\log_{\sqrt{2}} a}{\log_{\sqrt{2}} b} = \frac{\log_{\sqrt{3}} a}{\log_{\sqrt{3}} b}$ 。

( C ) 19. 若  $(a, b)$  是對數函數圖形  $y = \log_{10} x$  上一點 , 則下列哪個點不在該對數函數圖形上?

(A)  $(1, 0)$  (B)  $(10a, b+1)$  (C)  $(2a, 2b)$  (D)  $(a^2, 2b)$ 。

( D ) 20. 若  $\log N = -3.1416$  , 試問下列何者正確?

(A)  $N$  是負數 (B)  $\log N$  之首數為  $-3$  (C)  $\log N$  之尾數為  $0.1416$

(D)  $N$  自小數點後第 4 位始不為 0。

( A ) 21.  $\log 54780.24$  之首數為 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。

( B ) 22. 已知  $\log 2 = 0.3010$  , 則  $\left(\frac{5}{2}\right)^{100}$  的整數部分為幾位數?

(A) 39 (B) 40 (C) 41 (D) 50。

( A ) 23. 已知  $\log 7 = 0.8451$  , 則  $\left(\frac{1}{7}\right)^{50}$  表成小數時 , 小數點後第幾位開始

出現不為 0 的數字? (A) 43 (B) 44 (C) 45 (D) 46。

( B ) 24. 已知  $\log 2 = 0.3010$  ,  $\log 3 = 0.4771$  , 則滿足  $2^n > 3^{100}$  的最小正整數  $n$  為 (A) 160 (B) 159 (C) 158 (D) 149。

( C ) 25. 芮氏地震規模是一種表示地震規模大小的標度。已知芮氏規模

$M$  和所釋放出來的能量  $E$  (單位：焦耳) 滿足下列關係式：

$\log E = 5.24 + 1.44M$ ，則當地震的芮氏規模從 4 變成 6 時，

其震央所釋放的能量約變成原來的幾倍？

(A)100 (B)144 (C)758 (D)1048。(已知  $10^{1.44} = 27.54$ )