

【C3 習作 1-1】

1. 為紀念畢達哥拉斯，希臘在 1955 年發行了一張郵票，如圖所示，中間的三角形是邊長比為 3:4:5 的直角三角形，而旁邊的三個正方形則是依照直角三角形的三邊長所延伸而得，試求圖中 $\sin(\alpha + \beta)$ 之值。



2. 試求 $\frac{\tan 50^\circ + \tan 10^\circ}{1 - \tan 50^\circ \tan 10^\circ}$ 之值。

3. 設 $\tan \alpha$ 、 $\tan \beta$ 是 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 之兩根，試求 $\tan(\alpha + \beta)$ 之值。
(提示：利用根與係數關係)

4. 試求 $\cos 57^\circ \cos 12^\circ + \sin 57^\circ \sin 12^\circ$ 之值。

5. 若 $0^\circ < \alpha < 90^\circ < \beta < 180^\circ$ ，且 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ， $\sin \beta = \frac{12}{13}$ ，試求：

(1) $\sin(\alpha + \beta)$ (2) $\cos(\alpha - \beta)$ 。

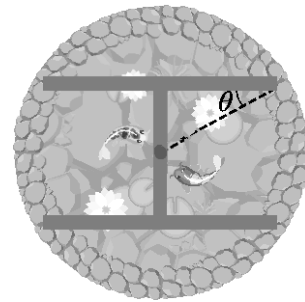
6. 已知 θ 為銳角且 $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ，試求 $\sin 2\theta$ 、 $\cos 2\theta$ 及 $\tan 2\theta$ 之值。

7. 已知 θ 為銳角且 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，試求 $\sin 2\theta$ 之值。

8. 設兩直線 $L_1: x+y+5=0$ 與 $L_2: 3x-y+19=0$ 之夾角為 θ ，試求 $\sin \theta$ 之值。

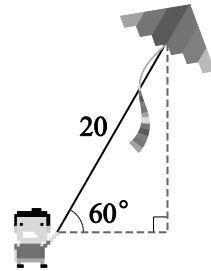
9. 試求 $f(x) = \cos 2x - 2\cos x$ 之最大值與最小值。

10. 某休閒農莊的景觀造景中有一個供遊客觀察水中生態的圓形池塘，已知其半徑為 6 公尺，如圖所示，若今欲建造對稱於圓心的工形木橋，則此木橋總長度最長為多少公尺？



【C3 習作 1-2】

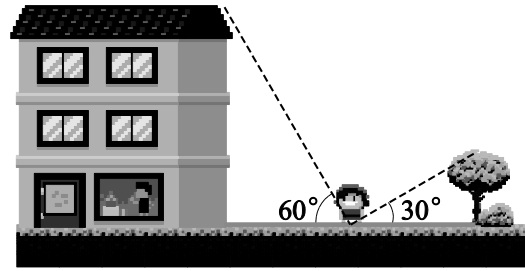
1. 有一個小朋友放風箏，放出了 20 公尺長的線，已知風箏仰角為 60° ，試求風箏高度。



2. 小倩在高 500 公尺的山頂上俯看東方地面 A 、 B 兩處的俯角分別為 45° 及 30° ，試求 A 、 B 兩地之距離。

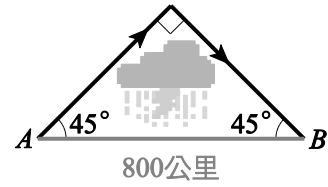
3. 已知 A 、 B 兩地相距 10 公里，從 A 、 B 兩處發出 2 束仰角均為 60° 的探照燈光投射在位於 \overline{AB} 正上方的一架飛機上，試求此時飛機的高度。

4. 小睿站在某建築物與一棵小樹的中點處，分別測得建築物與小樹的仰角為 60° 與 30° ，試問建築物高度是小樹高度的多少倍？



5. 某機場基於飛航安全考量，限制機場附近的建築物從塔臺地面到建築物頂樓的仰角不得超過 8° 。某公司打算在離塔臺 1 公里處蓋大樓，為符合機場規定，該大樓高度不得超過多少公尺？（ $\tan 8^\circ \approx 0.1405$ ）

6. 一架飛機從 A 地飛往 B 地，飛行員為了避開某一雷雨區的雲層，因此從機場起飛後就拉高航線成仰角 45° 飛行，途中再調轉方向朝 B 地繼續直飛，如圖所示，若 $\overline{AB} = 800$ 公里，試問這趟航行共飛行多少公里？



7. 雷達站測出在過去 3 小時內，某航空母艦的位置由恆春東南方 200 公里處直線移動到恆春外海南 15° 西的 100 公里處，試求航空母艦移動的距離。

8. 一棟大樓高 50 公尺，樹 A 在大樓正東方，樹 B 在大樓的南 30° 東方向，小玲從樓頂測得兩樹之俯角皆為 45° ，試求兩樹之距離。

9. 根據氣象預報，中度颱風桃芝今早的中心位置位於臺灣南 60° 東，暴風半徑約為 200 公里，由東朝西前進。已知當桃芝繼續西行 120 公里後位於臺灣南 45° 東，倘若其路徑不變，則此颱風是否會侵襲本島？

10. 一位賞鳥人士在神木的正東方一點 A 測得樹上鳥巢的仰角為 45° ，在神木的正南方一點 B 測得仰角為 75° 。已知 A 、 B 兩點相隔 100 公尺，試求鳥巢離地多少公尺？

【C3 習作 1-3】

1. 試將下列各極坐標化為直角坐標：

(1)(2,45°) (2)(1,-210°)

2. 試將下列各直角坐標化為極坐標：(取 $r \geq 0$, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$)

(1) $(-4\sqrt{3}, 4)$ (2) $(6, 6)$

3. 試求下列各複數的絕對值：

$$(1) z_1 = 3\sqrt{3} + 3i \quad (2) z_2 = \frac{1}{1-i} \quad (3) z_3 = -10i$$

4. 試求下列各值：

(1) $|(2-i)(1+2i)|$

(2) $\left| \frac{12-5i}{3+2i} \right|$

(3) $\left| [2(\cos 10^\circ + i \sin 10^\circ)]^4 \right|$

5. 試將下列各複數標準式化為極式：(輻角取主輻角)

(1) $-5+5i$ (2) $3-\sqrt{3}i$

6. 試求 $z = -\cos 38^\circ - i \sin 38^\circ$ 之主幅角。

7. 若 $z_1 = 2\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$, $z_2 = 4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$, 試求 $\frac{z_1}{z_2}$ 。

8. 試求 $z = \frac{(\cos 88^\circ + i \sin 88^\circ)(\cos 5^\circ + i \sin 5^\circ)}{\cos 33^\circ + i \sin 33^\circ}$ 之值。

9. 已知 $|z| = 2$ 且 $\text{Arg}(z) = 270^\circ$ ，試求 $\frac{z}{1+i}$ 。

10. 在極坐標系上，已知 $A(4, 50^\circ)$ 、 $B(1, 110^\circ)$ ，試求 \overline{AB} 的長。

【C3 自我評量 ch1】

(B) 1. $\sin 75^\circ - \cos 75^\circ$ 之值為 (A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 。

(B) 2. $\cos 70^\circ \cos 25^\circ + \sin 70^\circ \sin 25^\circ$ 之值為

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1。

(C) 3. $\frac{\tan 24^\circ + \tan 36^\circ}{1 - \tan 24^\circ \tan 36^\circ}$ 之值為 (A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) 1 (C) $\sqrt{3}$ (D) $-\sqrt{3}$ 。

(A) 4. $\sin 15^\circ \times \cos 15^\circ$ 之值為 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

(A) 5. 已知 $\tan \theta = 2$ ，則 $\tan(45^\circ + \theta) + \tan(45^\circ - \theta)$ 之值為

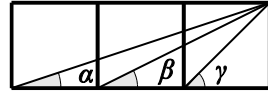
(A) $-\frac{10}{3}$ (B) 3 (C) $\frac{10}{3}$ (D) $-\frac{8}{3}$ 。

(C) 6. 設 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} < \beta < \pi$, 若 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \beta = \frac{12}{13}$, 則 $\sin(\alpha + \beta) =$

- (A) $\frac{56}{65}$ (B) $-\frac{56}{65}$ (C) $\frac{16}{65}$ (D) $-\frac{16}{65}$ 。

(A) 7. 由三個邊長為 1 的正方形砌成如右圖的長方塊，則 $\alpha + \beta + \gamma =$

(A) 90° (B) 120° (C) 60° (D) 180° 。



(C) 8. 已知兩交流電的電流 i (單位：安培) 與時間 t 的關係式為

$$i_1(t) = 20\sin 100t, \quad i_2(t) = 60\sin\left(100t + \frac{\pi}{2}\right), \quad \text{則 } i_1(t) + i_2(t) \text{ 之}$$

最大值為 (A)20 (B)30 (C) $20\sqrt{10}$ (D)60。

(B) 9. 設 $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 且 $\cos \theta = \frac{3}{5}$ ，則 $\cos 2\theta =$

(A) $\frac{7}{25}$ (B) $-\frac{7}{25}$ (C) $\frac{24}{25}$ (D) $-\frac{24}{25}$ 。

(C) 10. 已知 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{5}$ ，則 $\sin 2\theta =$

(A) $\frac{7}{25}$ (B) $-\frac{7}{25}$ (C) $\frac{24}{25}$ (D) $-\frac{24}{25}$ 。

(C) 11. 設兩直線 $2x+3y-5=0$ 與 $x+y-11=0$ 所夾之銳角為 θ ，則

$$\tan \theta = \text{(A)} \frac{1}{2} \quad \text{(B)} \frac{1}{3} \quad \text{(C)} \frac{1}{5} \quad \text{(D)} 3。$$

(B) 12. 關於三角測量，下列敘述何者正確？

(A) P 點的方位為 O 點的東 50° 北， Q 點的方位為 O 點的西 50°

北，則 $\overline{OP} \perp \overline{OQ}$

(B) A 點的方位為 O 點的西 20° 南， B 點的方位為 O 點的北 70°

東，則 O 、 A 、 B 三點共線

(C) 從地面上 A 點仰看樹上 B 點之仰角為 60° ，則從 B 點俯看 A

點之俯角為 30°

(D) 某甲自地面上爬上電線桿之一半高度，若此時遠處乙看甲之

仰角為 θ ，則乙看桿頂之仰角為 2θ 。

(D) 13. 一樹經颱風吹折後其樹頂著地與樹根相距 3 公尺，若樹末梢經

吹折後與地平面成 θ 角，且 $\tan \theta = \frac{8}{15}$ ，則樹木原本的高度為

(A)8 (B)15 (C)17 (D)5 公尺。

(B) 14. 日月潭邊有 A 、 B 、 C 三處，若從 C 點處測得 $\angle ACB = 60^\circ$ ，且

$\overline{AC} = 400$ 公尺， $\overline{BC} = 200$ 公尺，則 A 與 B 的距離為

(A) 200 (B) $200\sqrt{3}$ (C) 400 (D) $400\sqrt{3}$ 公尺。

- (C) 15. 港口邊有一燈塔，今一漁船等速度由西向東行駛，於 A 點見燈塔在其北 60° 東，繼續行駛 6 哩於 B 點又見燈塔在東北方，倘若航向不變，則航行中漁船離燈塔之最近距離為
- (A) $3\sqrt{3}$ (B) $6\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{3}+3$ (D) $3\sqrt{3}-3$ 哩。

- (A) 16. 小昱從高 300 公尺的觀測站俯看 A 點之俯角為 45° ，原地旋轉 60° 後，觀測 B 點之俯角也是 45° ，則地面上 A 、 B 兩點之距離為 (A)300 (B) $300\sqrt{2}$ (C) $300\sqrt{3}$ (D)450 公尺。

(D) 17. 一大樓高 30 公尺，樂樂站在樓頂看電塔頂端之仰角為 α ，底端

之俯角為 β ，已知 $\tan \alpha = \frac{4}{5}$ ， $\tan \beta = \frac{3}{4}$ ，則電塔高度為

(A)60 (B)32 (C)70 (D)62 公尺。

- (D) 18. 在地圖上，若將火車站當作原點，則某文創園區之直角坐標為 $(2\sqrt{3}, -6)$ ，極坐標為 (r, θ) ，其中 $r > 0$ ，試問 θ 可能為下列何值？ (A) 420° (B) 120° (C) 240° (D) 300° 。

(B) 19. 已知複數 $z = (1+i)(1+2i)(1+3i)$ ，則 $|z| =$

(A) $\sqrt{10}$ (B) 10 (C) $10i$ (D) $10\sqrt{10}$ 。

(C) 20. 已知複數 $z = \frac{a-i}{3+i}$ ， a 為實數，若 $|z|=1$ ，則 $a =$

(A)9 (B) ± 9 (C) ± 3 (D) $\sqrt{3}$ 。

(D) 21. 已知複數 $z = 3(\cos 60^\circ - i \sin 60^\circ)$ ，則 $\text{Arg}(z) =$

(A) 150° (B) 240° (C) 210° (D) 300° 。

(A) 22. 已知複數 $z = \frac{(5-12i)^2(3+4i)}{(4-3i)(12+5i)}$ ，則 $|z| =$

(A)13 (B) $\sqrt{13}$ (C)169 (D) $13i$ 。

(B) 23. 設 $z = -2 + \sqrt{3}i$ ，則 $\left| \left(\frac{\bar{z}}{z} \right)^2 \right| =$ (A)12 (B)7 (C)49 (D)25。

(A) 24. 在 $\triangle ABC$ 中，

$$(\cos 2A + i \sin 2A)(\cos 2B + i \sin 2B)(\cos 2C + i \sin 2C) =$$

(A) 1 (B) i (C) 0 (D) -1 。

(B) 25. $z = \frac{(\cos 170^\circ + i \sin 170^\circ)(\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ)}{\cos 100^\circ + i \sin 100^\circ} =$

(A) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (B) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.