

【C2 習作 2-1】

1. 坐標平面上三點 $P(k,5)$ 、 $Q(1,4)$ 、 $R(-4,3)$ ，已知三點共線，試求 k 值。

2. 已知直角三角形三頂點 $A(3,-2)$ 、 $B(1,a)$ 、 $C(2,-1)$ ，若 $\angle C = 90^\circ$ ，試求 a 值。

3. 試求下列各直線方程式：

(1) 過點 $(-1,5)$ 且斜角為 45°

(2) 過 $(2,5)$ 與 $(2,1)$ 兩點

(3) 斜率為 -3 且 y 截距為 8

(4) x 截距為 5 且 y 截距為 -3

4. 在熱脹冷縮效應作用之下，固態物體的長度會隨溫度上升而增加。若物體在 0°C 時的長度為 y_0 ，溫度升高為 $x^{\circ}\text{C}$ 時的物體長度為 y ，則
- $$y = y_0 + \alpha y_0 x$$
- （常數 α 稱為線膨脹係數），因此物體的長度 y 與溫度 x 的關係可用直線方程式表示。今已知一根鐵棒在 20°C 時長度為 850.6 毫米，在 100°C 時長度為 851.4 毫米，試求此直線方程式之斜率。

5. 「淡水老街」是全台知名的熱門景點，饕客絡繹不絕，同時吸引了不少外國遊客慕名前來，街道兩旁熱鬧商店林立。如果將街道看成是一個坐標平面，人氣美食之淡水阿給 $(0,2)$ 、淡水魚丸 $(-3,12)$ 及淡水鐵蛋 $(3,t)$ 皆落在直線 $ax+by+6=0$ 上，試求 $a+b+t$ 之值。

6. 試求下列各直線方程式：

(1) 過點 $(1, -3)$ 且與 $6x - y + 3 = 0$ 平行

(2) 過點 $(0, 2)$ 且與 $4x + 5y = 5$ 垂直

7. 試求點 $P(0, -1)$ 到直線 $7x - 24y + 1 = 0$ 之距離。

8. 已知平面上一直線 $L: x+2y+13=0$ ，試求與 L 平行且距離為 $\sqrt{5}$ 之直線方程式。

9. 試求通過點(3,8)且兩軸截距相等之直線方程式。(提示：本題有兩解)

10. 已知平面上兩點 $A(-1,2)$ 與 $B(2,4)$ ，設直線 $x+2y-5=0$ 與 \overline{AB} 交於點 P ，試求 $\overline{AP} : \overline{BP}$ 。

【C2 習作 2-2】

1. 若點 $P(x, y)$ 在平面上任意移動，且與定點 $O(3, -1)$ 之距離恆為 2，試求 P 點所形成之圖形方程式。

2. 人稱「圓點女王」的草間彌生是日本當代的世界前衛藝術家，她擅長以圓點貫穿不同的物件來進行創作。假設她在構思作品時布局了大小兩圓： $(x+4)^2+(y-3)^2=36$ 與 $(x-8)^2+(y+9)^2=2$ ，試求此兩圓的連心線方程式。

3. 已知一圓的直徑兩端點為 $A(4,2)$ 與 $B(-4,8)$ ，試求此圓方程式。

4. 試求下列各圓的圓心與半徑：

(1) $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 8 = 0$

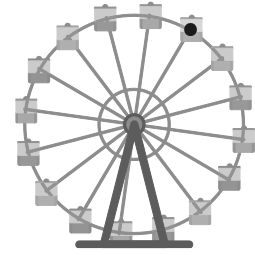
(2) $3x^2 + 3y^2 - 6x + 12y + 9 = 0$

5. 設圓 $C_1 : x^2 + y^2 - 2x + 2y - 5 = 0$ ，圓 $C_2 : x^2 + y^2 - 4y - 1 = 0$ ，試求此兩圓心之間的距離。

6. 若二元二次方程式 $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 3k + 8 = 0$ 之圖形為一圓，試求 k 的範圍。

7. 已知平面上三點 $A(-1,2)$ 、 $B(1,3)$ 、 $C(-3,-1)$ ，試求 $\triangle ABC$ 之外接圓方程式。

8. 目前世上最高的摩天輪是位於美國 拉斯維加斯的豪客摩天輪 (High Roller)，其外觀直徑為160公尺。設此摩天輪的圓心在距離地面高88公尺處，倘若小青從最低點登艙，且在摩天輪逆時針旋轉了 150° 時拿起手機自拍，試問此時小青離地面多少公尺？



9. 若方程式 $\frac{x^2}{k-4} + \frac{y^2}{10-k} = 12$ 為圓的方程式，試求此圓之半徑。

10. 試求通過 $(1,2)$ 與 $(5,-2)$ 兩點，且圓心在 x 軸上之圓方程式。

【C2 習作 2-3】

1. 若點 $P(0,1)$ 在圓 $C : x^2 + y^2 + 2x + 4y + k = 0$ 之內部，試求 k 之範圍。

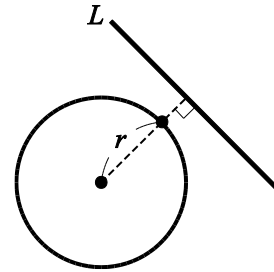
2. 設圓 $C : x^2 + (y-1)^2 = 1$ ，試判斷下列各直線與圓 C 的關係：

(1) $L_1 : 5x - 12y + 6 = 0$

(2) $L_2 : 12x + 5y + 8 = 0$

(3) $L_3 : 5x + 12y + 3 = 0$

3. 如圖，試求圓 $C : (x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 上的點到直線 $L : x + y - 3 = 0$ 的最短距離。



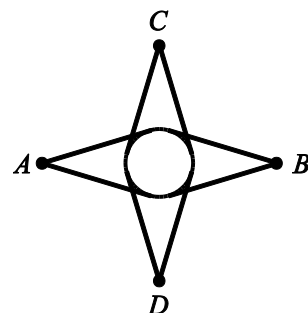
4. 試求與直線 $L: x+2y+4=0$ 平行，且與圓 $C: x^2+(y-1)^2=5$ 相切的切線方程式。

5. 設直線 $L: x+2y=0$ 與圓 $C: x^2+y^2+2x=0$ 交於 A 、 B 兩點，試求 \overline{AB} 的長度。

6. 小威對機電設計有濃厚興趣，想自行研發一款遙控自走車，設計過程中連結了一道數學問題：自走車利用動力爬上一段斜坡，若以地面為 x 軸作一坐標平面，則當車輪壓過斜坡上一定點 $(5,1)$ 時，其輪圈的圓心坐標為 $(4,6)$ ，試求斜坡上過該定點且與輪圈相切的直線方程式。

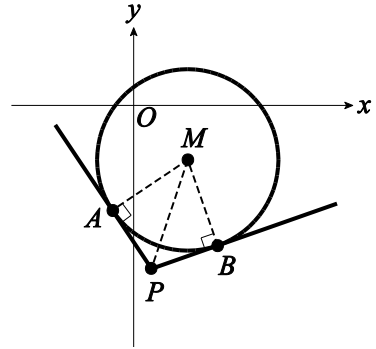
7. 試求過圓 $C : x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ 外一點 $P(2,2)$ ，且與圓 C 相切的直線方程式。

8. 一群高中師生利用假日前往海灘響應「淨灘減塑」的環保活動，共撿拾了100多支寶特瓶，並利用瓶蓋圈出一個圓，再延伸作出如右圖象徵「環保明日之星」的裝置藝術。已知圓方程式為 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ ，且 $A(-6, -2)$ 、 B 、 C 、 D 四點分別對稱於圓心，並各自向圓作切線，形成四道等長的尖角光芒，試求圖形中所有切線段長之和。



9. 試求過圓 $C : (x-1)^2 + y^2 = 4$ 外一點 $P(3,3)$ 的切線方程式。

10. 設圓 $C : (x-3)^2 + (y+3)^2 = 25$ ，自圓外一點 $P(1, -9)$ 作圓 C 的兩切線，切點分別為 A 、 B ，如圖所示，若圓 C 之圓心為 M ，試求四邊形 $PAMB$ 之外接圓方程式。



【C2 自我評量 ch2】

(D) 1. 關於直線 $x - y + 10 = 0$ 之敘述，下列何者正確？

(A)斜角為 135° (B)x 截距為 10 (C)兩軸截距和為 20

(D)圖形不通過第四象限。

- (D) 2. 已知平面上三點 $A(2,1)$ 、 $B(6,3)$ 、 $C(k,5)$ 無法構成一個三角形，
則 $k =$ (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。

(A) 3. 設平面上兩點 $A(3,-7)$ 、 $B(5,1)$ ，則 \overline{AB} 的垂直平分線方程式為

(A) $x+4y+8=0$ (B) $4x-y-19=0$ (C) $x-4y-16=0$

(D) $4x+y-13=0$ 。

(D) 4. 平面上有四條直線： $L_1 : 2x + y = 1$ ， $L_2 : x - ay = 2$ ，

$L_3 : 2x - y = 3$ ， $L_4 : bx + 4y = 5$ ，若此四條直線構成一平行四邊

形，則 ab 之值為 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。

(B) 5. 對於直線 $L: 2x - 3y = 6$ ，下列敘述何者正確？

(A) 斜率為 $-\frac{2}{3}$

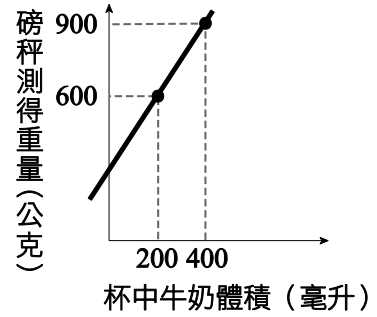
(B) 過原點且與 L 平行之直線為 $2x - 3y = 0$

(C) L 與兩坐標軸所圍三角形面積為 6

(D) 過點 $(2, -1)$ 且與 L 垂直之直線為 $3x + 2y + 4 = 0$ 。

(C) 6. 將裝有 400 毫升牛奶的玻璃杯放在已歸零的磅秤上，測得重量為 900 公克，喝掉一半牛奶後測得重量為 600 公克。已知杯中牛奶體積與磅秤測得的重量關係如右圖，則空玻璃杯的重量為

- (A) 200
- (B) 250
- (C) 300
- (D) 350 公克。



(B) 7. 點(2,5)到直線 $2x + y - 4 = 0$ 的距離為

(A)5 (B) $\sqrt{5}$ (C)1 (D) $\frac{1}{5}$ 。

- (B) 8. 平面上兩平行線 $3x+4y+1=0$ 與 $6x+8y+k=0$ 的距離為 2，則
所有 k 值之和為 (A)2 (B)4 (C)6 (D)8。

(D) 9. 若直線 L 通過點 $(5, -4)$ 且斜率為 2 ，則直線 L 之兩軸截距和為

(A)14 (B)-14 (C)7 (D)-7。

- (A) 10. 「百慕達三角洲」位於北大西洋，是由百慕達群島、波多黎各島和佛羅里達半島三地連線所圍成的三角形海域，以諸多神秘失蹤案件聞名。為了解開謎團，科學家計畫在與三地等距離之處建立研究基地，假設地圖上百慕達群島、波多黎各島和佛羅里達半島的地理坐標分別為 $(1,2)$ 、 $(-1,3)$ 及 $(2,4)$ ，則研究基地的坐標為

- (A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$
(C) $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ (D) $\left(1, \frac{7}{2}\right)$ 。



(D) 11. 二元二次方程式 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 6 = 0$ 之圖形為

(A) 圓心在 $(1, -2)$ 的圓 (B) 半徑為 1 的圓 (C) 點

(D) 沒有圖形。

(C) 12. 若圓 $C : x^2 + y^2 + 3x - 4y + k = 0$ 之半徑為 2，則 $k =$

- (A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{7}{4}$ (C) $\frac{9}{4}$ (D) $\frac{9}{2}$ 。

(A) 13. 若方程式 $x^2 + y^2 - 2x - y + \frac{5}{4}m = 0$ 代表一個點，則 $m =$

(A)1 (B)2 (C)-1 (D)-2。

(C) 14. 下列何者為圓方程式？

(A) $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 3 = 0$ (B) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$

(C) $x^2 + y^2 + x + 2y - 1 = 0$ (D) $\begin{cases} x = 2 + \cos \theta \\ y = 1 + \sin \theta \end{cases}, 0 \leq \theta \leq \pi$ 。

- (C) 15. 已知圓 C 通過 $(5,3)$ 及 $(-1,-3)$ 兩點，且圓心在 y 軸上，則下列哪一點也在圓 C 上？
- (A)(2,1) (B)(6,2) (C)(1,7) (D)(3,0)。

- (C) 16. 若平面上圓被兩平行線 $x-y=1$ 與 $x-y=5$ 所截之弦長皆為 4，則此圓半徑為 (A)2 (B)3 (C) $\sqrt{6}$ (D)4。

(B) 17. 若直線 $L : kx + 3y + 10 = 0$ 與圓 $C : x^2 + y^2 = 4$ 沒有交點，則 k 的範圍為

- (A) $-2 < k < 2$ (B) $-4 < k < 4$ (C) $-\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$
(D) $-1 < k < 1$ 。

(A) 18. 過圓 $C : x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ 上一點 $P(0, 2)$ 的切線斜率為

何？ (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{4}{3}$ (D) -2 。

- (B) 19. 大雄與三五好友參加智慧機器人設計大賽，參加隊伍必須使
機器人環繞 A 點順時針而行，且在行進過程中保持與 A 點之
距離不變。假設 A 點坐標為 $(5, -2)$ ，機器人與 A 點距離為 3，
而裁判桌位於直線 $3x - 4y + 2 = 0$ 上，則機器人在行進過程中
距裁判桌最近的距離為 (A)1 (B)2 (C)3 (D)4。

- (C) 20. 圓 $C : x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$ 與圓外一點 $P(4, 6)$ 的最遠距離
為 (A)5 (B)10 (C)15 (D)20。

- (B) 21. 平面上，若直線 $L: y = ax + b$ 與圓 $C: x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ 相切於 $(-1, 1)$ ，則 $2a + b =$ (A)4 (B)5 (C)6 (D)7。

(D) 22. 設圓 $C : x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$ ，直線 $L : 2x - y + 10 = 0$ ，試問下列

敘述何者正確？

(A) L 與圓 C 相交於 2 點

(B) L 與圓 C 相切

(C) 圓心到 L 之距離為 $2\sqrt{5}$

(D) 平行 L 且與圓 C 相切之直線可為 $2x - y - 3 = 0$ 。

(C) 23. 點 $P(4,6)$ 到圓 $C : 2x^2 + 2y^2 - 4x - 5y - 8 = 0$ 之切線段長為

(A)4 (B) $4\sqrt{2}$ (C)5 (D) $5\sqrt{2}$ 。

- (B) 24. 設圓 $C : (x-2)^2 + y^2 = 9$ ，兩點 $A(4,3)$ 、 $B(1,1)$ ，則 \overline{AB} 與圓 C 之交點個數為 (A)0 (B)1 (C)2 (D)無限多個。

- (C) 25. 坐標平面上，已知圓 C 之圓心在第一象限，且圓與兩坐標軸相切，若圓心在直線 $3x - y = 14$ 上，則圓 C 的半徑為何？
- (A)3 (B)5 (C)7 (D)9。