

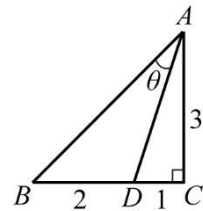
## 2-5 正弦定理與餘弦定理\_題本

### 一、 單選題

- ( ) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $a=2$ 、 $b=4$ 、 $c=5$ ，則最大角之餘弦值為 (A)  $\frac{37}{16}$  (B)  $-\frac{5}{16}$  (C)  $\frac{13}{16}$   
(D)  $-\frac{7}{16}$
- ( ) 已知 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=5$ ， $\overline{AC}=2$ ， $\angle A=30^\circ$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積為 (A)  $\frac{5}{2}$  (B)  $\frac{5}{2}\sqrt{3}$   
(C) 5 (D)  $5\sqrt{3}$
- ( ) 在 $\triangle ABC$ 中， $a$ 、 $b$ 、 $c$ 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之對應邊長，若 $a=3$ ， $c=7$ ， $\angle C=120^\circ$ ，則 $\overline{AC} =$   
(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 9
- ( ) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=3$ 、 $c=5$ 且 $\angle A=60^\circ$ ，則 $a^2 =$   
(A) 19 (B) 16 (C) 10 (D) 20
- ( )  $\triangle ABC$ 中， $b=6$ ， $a=2\sqrt{3}$ ， $\angle A=30^\circ$ 且 $\angle B$ 為銳角，則 $\triangle ABC$ 的面積為 (A)  $6\sqrt{3}$  (B)  $3\sqrt{3}$  (C)  $4\sqrt{3}$  (D) 6
- ( )  $\triangle ABC$ ，已知 $\angle A=60^\circ$ ， $a=2\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑為 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C) 2 (D)  $2\sqrt{3}$
- ( )  $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$ 且已知 $a=\sqrt{2}$ ，則 $b =$  (A) 4 (B) 3 (C)  $\sqrt{3}$  (D) 2
- ( )  $\triangle ABC$ 中， $\angle A:\angle B:\angle C=3:1:2$ ，試求 $a:b:c =$   
(A) 1:2:3 (B)  $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$  (C) 2:1: $\sqrt{3}$  (D)  $2:\sqrt{2}:1$
- ( ) 下列何者為鈍角三角形的三邊長？ (A) 2, 3, 4 (B) 3, 4, 5 (C) 4, 5, 6 (D) 5, 6, 7
- ( ) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A=30^\circ$ 、 $\angle B=60^\circ$ ，則 $a:b:c =$   
(A)  $1:2:\sqrt{3}$  (B)  $1:\sqrt{3}:2$  (C)  $2:1:\sqrt{3}$  (D)  $2:\sqrt{3}:1$
- ( ) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ ， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{AC}=2$ ，試求邊長 $\overline{BC} =$   
(A)  $\sqrt{5}$  (B)  $\sqrt{7}$  (C)  $\sqrt{17}$  (D)  $\sqrt{19}$
- ( ) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=4$ 且 $\sin B = \frac{1}{4}$ ，則外接圓面積為 (A) 8 (B)  $8\pi$  (C)  $64\pi$  (D) 64
- ( ) 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=4$ 、 $\overline{AC}=3$ 、 $\angle A=30^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為 (A) 6 (B)  $6\sqrt{2}$  (C) 3 (D)  $3\sqrt{2}$
- ( ) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C=60^\circ$ 且外接圓半徑 $R=3$ ，則 $c =$   
(A) 6 (B)  $6\sqrt{3}$  (C) 3 (D)  $3\sqrt{3}$
- ( )  $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ 、 $\angle B=45^\circ$ 、 $\overline{BC}=\sqrt{6}$ 、 $\overline{AC}=b$ 、外接圓半徑為 $R$ ，則 $b+R =$  (A)  $2\sqrt{2}$  (B)  $\sqrt{3}+\sqrt{2}$  (C)  $2+\sqrt{2}$  (D)  $2+2\sqrt{2}$
- ( ) 設 $\triangle ABC$ 之三邊長 $\overline{BC}=5$ ， $\overline{AC}=3$ ， $\overline{AB}=4$ ，若 $\angle A$ 的內角平分線與 $\overline{BC}$ 邊的交點為 $D$ ，則線段 $\overline{AD}$ 之長為 (A)  $\frac{9\sqrt{2}}{7}$  (B)  $\frac{10\sqrt{2}}{7}$  (C)  $\frac{11\sqrt{2}}{7}$  (D)  $\frac{12\sqrt{2}}{7}$
- ( ) 在 $\triangle ABC$ 中， $a$ 、 $b$ 、 $c$ 分別表示三邊長，若 $(b+c):(c+a):(a+b)=5:6:7$ ，則 $\sin A:\sin B:\sin C =$  (A) 5:6:7 (B) 3:2:1 (C) 6:5:4 (D) 4:3:2

18. ( )  $\triangle ABC$  之三邊長  $a = 8, b = 10, c = 12$ , 則  $\sin^2 A =$  (A)  $\frac{5}{16}$  (B)  $\frac{7}{16}$  (C)  $\frac{9}{16}$  (D)  $\frac{11}{16}$
19. ( ) 若  $\triangle ABC$  中,  $\overline{AB} = 7, \overline{BC} = 8, \overline{CA} = 9$ , 則  $\cos(\angle A + \angle B) =$   
 (A)  $\frac{3}{4}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $-\frac{3}{4}$  (D)  $-\frac{2}{3}$
20. ( ) 已知  $\triangle ABC$  中,  $\overline{AC} = 6, \overline{BC} = 2\sqrt{3}, \angle A = 30^\circ, \angle B > 90^\circ$ , 則  $\triangle ABC$  之面積為何? (A)  $2\sqrt{3}$  (B)  $3\sqrt{3}$  (C)  $4\sqrt{3}$  (D)  $6\sqrt{3}$
21. ( )  $\triangle ABC$  中, 若  $\angle A = 30^\circ, \angle B = 120^\circ$  且  $c = 2$ , 則下列何者有誤? (A)  $\triangle ABC$  為等腰三角形 (B)  $a = 2$  (C)  $b = 4\sqrt{3}$  (D)  $\triangle ABC$  之外接圓半徑為 2
22. ( )  $\triangle ABC$  中, 已知  $\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 5$  且  $\angle ABC = 60^\circ$ , 則  $\overline{AC} =$  (A) 7 (B) 8 (C)  $2\sqrt{10}$  (D)  $\sqrt{42}$
23. ( )  $\triangle ABC$  中,  $\overline{AB} = 5, \overline{AC} = 4, \angle A = 60^\circ$ , 則  $\overline{BC} =$  (A)  $\sqrt{19}$  (B)  $\sqrt{21}$  (C)  $\sqrt{23}$  (D)  $\sqrt{26}$
24. ( )  $\triangle ABC$  三邊長  $a, b, c$ , 滿足條件  $a - 2b + c = 0$  和  $2a + b - 2c = 0$ , 則  $\sin A : \sin B : \sin C =$   
 (A) 3 : 4 : 5 (B) 3 : 5 : 7 (C) 1 : 2 : 1 (D) 2 : 1 : 2
25. ( ) 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ, D$  在  $\overline{BC}$  線段上, 且線段長  $\overline{BD} = 2, \overline{DC} = 1, \overline{AC} = 3$ , 如圖所示。令  $\angle BAD = \theta$ , 求  $\cos \theta =$

- (A)  $\frac{1}{\sqrt{10}}$  (B)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (C)  $\frac{2}{\sqrt{10}}$  (D)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$



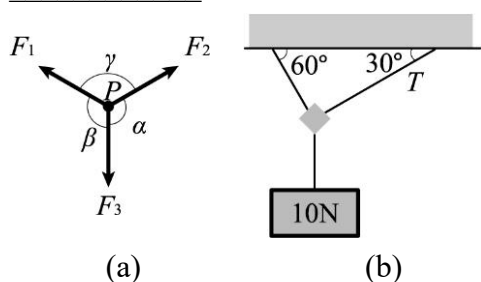
26. ( )  $\triangle ABC$  中, 若  $\frac{7}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{13}{\sin C}$ , 則  $\angle C =$  (A)  $30^\circ$  (B)  $60^\circ$  (C)  $120^\circ$  (D)  $150^\circ$
27. ( ) 設  $\triangle ABC$  之三邊長為  $a, b, c$ , 若  $(b+c) : (c+a) : (a+b) = 11 : 11 : 8$ , 則  $\frac{\sin A - \sin C}{\sin B} =$   
 (A)  $-\frac{3}{4}$  (B) 0 (C)  $\frac{3}{4}$  (D)  $\frac{11}{4}$
28. ( )  $\triangle ABC$  中, 若  $\frac{7}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{13}{\sin C}$ , 則  $\cos C =$  (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (D)  $-\frac{1}{2}$
29. ( )  $\triangle ABC$  中, 若  $(b+c) : (c+a) : (a+b) = 5 : 6 : 7$ , 則  $\frac{\sin A}{2\sin B - \sin C} =$  (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D)  $\frac{3}{2}$
30. ( )  $\triangle ABC$  中, 若  $\angle A = 60^\circ, \overline{AB} = 30, \overline{AC} = 10$ ,  $\angle A$  的角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$  點, 則  $\overline{AD} =$  (A)  $\frac{11}{2}\sqrt{3}$  (B)  $\frac{13}{2}\sqrt{3}$  (C)  $\frac{15}{2}\sqrt{3}$  (D)  $\frac{17}{2}\sqrt{3}$
31. ( ) 設  $a, b, c$  表  $\triangle ABC$  三邊長, 若  $\frac{a^2 + c^2 - b^2}{ac} = -\sqrt{3}$ , 則  $\angle B =$   
 (A)  $150^\circ$  (B)  $120^\circ$  (C)  $30^\circ$  或  $150^\circ$  (D)  $30^\circ$  或  $120^\circ$
32. ( ) 已知  $\triangle ABC$  三邊長為 7、8、13, 若其外接圓半徑為  $R$ 、內切圓半徑為  $r$ , 則  $R \times r =$  (A)  $13\sqrt{3}$  (B) 13 (C)  $\frac{13}{\sqrt{3}}$  (D)  $\frac{13}{3}$
33. ( )  $\triangle ABC$  中, 若  $b^2 - (c-a)^2 = ca$ , 則  $\angle B =$  (A)  $30^\circ$  (B)  $45^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $120^\circ$

34. ( )  $\triangle ABC$  中，若  $\frac{3}{\sin A} = \frac{3}{\sin B} = \frac{4}{\sin C}$ ，則  $\cos A =$   
 (A)  $\frac{1}{9}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{2}{9}$  (D)  $\frac{3}{4}$
35. ( ) 在  $\triangle ABC$  中， $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別為  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  之對應邊長，已知  $(a+b) : (b+c) : (a+c) = 4 : 5 : 6$ ，則  $\sin A : \sin B : \sin C =$   
 (A)  $4 : 5 : 6$  (B)  $5 : 3 : 7$  (C)  $3 : 5 : 6$  (D)  $4 : 7 : 6$
36. ( )  $\triangle ABC$  中， $a = 6$ ， $c = 7$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，則  $\cos A =$  (A)  $\frac{\sqrt{43}}{43}$  (B)  $\frac{4\sqrt{43}}{43}$  (C)  $\frac{7\sqrt{43}}{43}$  (D)  $\frac{10\sqrt{43}}{43}$
37. ( ) 梯形  $ABCD$  中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若  $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{CD} = 10$ 、 $\overline{AD} = 4$ ，則此梯形面積為 (A)  $7\sqrt{6}$  (B)  $\frac{50\sqrt{6}}{7}$  (C)  $\frac{52\sqrt{6}}{7}$  (D)  $8\sqrt{6}$
38. ( )  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 4$ 、 $\overline{AC} = 2$ ，設  $\overline{BC}$  的中點為  $D$ ，則  $\overline{AD} =$  (A)  $\frac{\sqrt{10}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (C)  $\frac{5}{2}$  (D)  $5$
39. ( )  $\triangle ABC$  中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  所對應的邊長分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，若  $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ ，則  $\triangle ABC$  一定是 (A) 直角三角形 (B) 鈍角三角形 (C) 等腰三角形 (D) 等邊三角形
40. ( )  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{BC} = \sqrt{13}$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，則  $\cos C$  之值為何？ (A)  $-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$  (B)  $-\frac{1}{\sqrt{13}}$  (C)  $\frac{1}{\sqrt{13}}$  (D)  $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$
41. ( )  $\triangle ABC$  三內角  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  之對應邊長分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，若  $a = 2\sqrt{3}$ 、 $b = 2$ 、 $\angle A = 120^\circ$ ，則  $c =$  (A)  $\sqrt{3}$  (B)  $2$  (C)  $3$  (D)  $2\sqrt{3}$

## 二、 填充題

- 已知  $\triangle ABC$  之三邊長分別為  $7$ 、 $8$ 、 $9$ ，則  $\triangle ABC$  的面積為\_\_\_\_\_。
- $\triangle ABC$  中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為三邊長， $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 1 : 2$ ，求  $\frac{c}{a+b} =$ \_\_\_\_\_。
- $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = 60^\circ$ 、 $b = 10$ 、 $c = 8$ ，則  $\triangle ABC$  面積 =\_\_\_\_\_。
- $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\angle A = 45^\circ$ ，則  $\triangle ABC$  的面積為\_\_\_\_\_平方單位。
- $\triangle ABC$  中， $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ，則  $a : b : c =$ \_\_\_\_\_。
- 若  $\triangle ABC$  之三邊長為  $5$ 、 $6$ 、 $7$ ，求  $\triangle ABC$  面積為\_\_\_\_\_。
- 在  $\triangle ABC$  中，若  $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 1 : 2$ ，則  $\angle C =$ \_\_\_\_\_弧度。
- $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB} = 7$ 、 $\overline{AC} = 8$  且  $\triangle ABC$  面積為  $14$ ，求  $\sin A =$ \_\_\_\_\_。
- 在  $\triangle ABC$  中，若  $a = 5$ 、 $b = 4$ 、 $c = 6$ ，則  $\cos B =$ \_\_\_\_\_。
- $\triangle ABC$  中， $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ，則  $a : b : c =$ \_\_\_\_\_。
- $\triangle ABC$  中， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 75^\circ$ ， $a = 4\sqrt{3}$ ，求  $c =$ \_\_\_\_\_。
- 在  $\triangle ABC$  中，若  $a : b : c = 4 : 5 : 7$ ，求  $\cos C =$ \_\_\_\_\_。
- $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，則  $\triangle ABC$  面積為\_\_\_\_\_平方單位。

14. 在  $\triangle ABC$  中，若  $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 2 : 4$ ，則  $a : b : c =$  \_\_\_\_\_。
15.  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 25^\circ$ ， $\angle C = 20^\circ$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則  $\triangle ABC$  外接圓半徑為 \_\_\_\_\_。
16. 在  $\triangle ABC$  中，若  $a = 10$ 、 $\sin A = \frac{1}{2}$ ，則外接圓半徑  $R =$  \_\_\_\_\_。
17.  $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，則  $\triangle ABC$  面積為 \_\_\_\_\_ 平方單位。
18.  $\triangle ABC$  中， $a$ 、 $b$ 、 $c$  為三邊長， $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 1$ ，求  $\frac{a}{b+c} =$  \_\_\_\_\_。
19. 三角形  $ABC$  中，已知三邊長為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，且  $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ ，則  $\angle A =$  \_\_\_\_\_。
20.  $\triangle ABC$  中，若  $\angle A : \angle B : \angle C = 8 : 1 : 3$ ，則  $a : b : c =$  \_\_\_\_\_。  
 (提示： $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ )
21.  $\triangle ABC$  中， $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 5 : 6 : 7$ ，則  $\sin A : \sin B : \sin C =$  \_\_\_\_\_。
22.  $\triangle ABC$  中，若  $\frac{5}{12}(a-b+c) = \sin A - \sin B + \sin C$ ，則  $\triangle ABC$  之外接圓半徑  $R$  為 \_\_\_\_\_。
23.  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 75^\circ$ 、 $\angle B = 60^\circ$ 、 $b = 2\sqrt{3}$ ，試求：  
 (1)  $\angle C =$  \_\_\_\_\_ 度  
 (2)  $c =$  \_\_\_\_\_
24. 西元 2019 年國際風箏節在屏東亮麗登場，Amy 也想自製一個有特色的風箏來參加活動，買了三張不同顏色的三角形紙張準備製作風箏，發現其形狀不同但面積相同，且外接圓半徑值也相等，另外也發現三張紙中每張紙之其中一邊  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別為  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  之對應邊，其邊上的高分別為  $h_a$ 、 $h_b$ 、 $h_c$ ，若  $h_a : h_b : h_c = 2 : 4 : 3$ ，則  $\frac{\sin C}{\sin A + \sin B} =$  \_\_\_\_\_。
25.  $\triangle ABC$  中，已知  $2a + b - 2c = 0$ ， $4a - b - 2c = 0$ ，則  $\sin A : \sin B : \sin C =$  \_\_\_\_\_。
26.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{AC} = 6$ 、 $\angle A = 120^\circ$ ， $\angle A$  的角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$  點，則  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。
27.  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AB} = \sqrt{3} - 1$ 、 $\overline{BC} = 2$ 、 $\overline{AC} = \sqrt{2}$ ，則：  
 (1)  $\angle A =$  \_\_\_\_\_  
 (2)  $\angle B =$  \_\_\_\_\_  
 (3)  $\angle C =$  \_\_\_\_\_
28.  $\triangle ABC$  中，若  $\frac{5}{\sin A} = \frac{6}{\sin B} = \frac{7}{\sin C}$ ，則  $\frac{2\sin A - \sin B}{\sin C} =$  \_\_\_\_\_。
29. 大勇有一塊三角形土地，邊長分別為 14 公尺、16 公尺、18 公尺，今大勇想整地，計費方式是以每平方公尺 2000 元計算，則需要花 \_\_\_\_\_ 元才能將此土地整地完成。(提示： $\sqrt{5} \doteq 2.236$ )
30. 靜力學中的拉密定理用來處理三力平衡：如果三個共點力的合力為 0，則任一力與其相對角的正弦之比值均相等。如圖(a)  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  為作用在點  $P$  的三個力， $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  為  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  三力相對角的角度，則  $\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{F_3}{\sin \gamma}$ 。如圖(b)，以輕繩懸掛重 10 牛頓之重物，則右邊繩子的張力  $T$  為 \_\_\_\_\_ 牛頓。



31.  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 120^\circ$  且  $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 7$ ，若  $\angle A$  的內角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$ ，試求  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。

32.  $\triangle ABC$  中，若  $a = 7$ 、 $b = 5$ 、 $c = 8$ ，則：

- (1)  $\angle A =$  \_\_\_\_\_ 度
- (2)  $\triangle ABC$  面積 = \_\_\_\_\_
- (3) 內切圓半徑 = \_\_\_\_\_
- (4) 外接圓半徑 = \_\_\_\_\_
- (5) 最短邊上的高 = \_\_\_\_\_

33. 在  $\triangle ABC$  中，若  $b = \sqrt{6}$  且  $\angle A = 75^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，試求  $c =$  \_\_\_\_\_。

34.  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 60^\circ$ 、 $b = \sqrt{6}$ 、 $c = 2\sqrt{6}$ ，則：

- (1)  $a =$  \_\_\_\_\_
- (2)  $\angle B =$  \_\_\_\_\_
- (3)  $\angle C =$  \_\_\_\_\_

35.  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 100^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\overline{AB} = 4$ ，則  $\triangle ABC$  的外接圓面積為 \_\_\_\_\_ 平方單位。

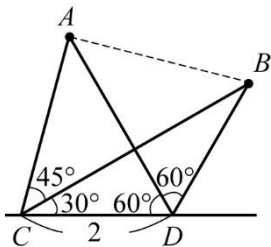
36.  $\triangle ABC$  中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  所對應的邊長分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，若  $a = 1$ ， $b = \sqrt{3}$ ， $\angle A + \angle C = 2\angle B$ ，則  $\sin A =$  \_\_\_\_\_。

37.  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 25^\circ$ ， $\angle C = 20^\circ$ ， $\overline{BC} = 10$ ，則  $\triangle ABC$  外接圓半徑為 \_\_\_\_\_。

38.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \sqrt{3} + 1$ ， $\overline{AC} = 2$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，則  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_。

39. 在  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{BC} = 4$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 75^\circ$ ，試求  $\overline{AC} =$  \_\_\_\_\_。

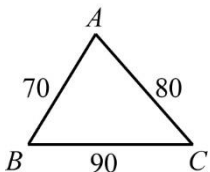
40. 突擊隊要突擊  $A$ 、 $B$  兩個營地，偵察兵在  $C$  點偵測，得  $\angle ACB = 45^\circ$ 、 $\angle BCD = 30^\circ$ 。偵察兵向東移動 2 公里到  $D$  點偵測得  $\angle CDA = 60^\circ$ 、 $\angle ADB = 60^\circ$ ，如圖，則：



- (1)  $A$ 、 $B$  兩個營地相距 \_\_\_\_\_ 公里
- (2) 若營地士兵使用的迫擊砲最大射程為 1815 公尺，則突擊隊先突襲  $A$  營地時， $B$  營地士兵可否直接用迫擊砲支援？ \_\_\_\_\_

41.  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 65^\circ$ ， $\angle B = 85^\circ$ ， $c = 10$ ，則  $\triangle ABC$  外接圓半徑為 \_\_\_\_\_。

42.  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三村，任兩村皆有道路連接， $\overline{AB} = 70$  公里、 $\overline{BC} = 90$  公里、 $\overline{AC} = 80$  公里，如圖



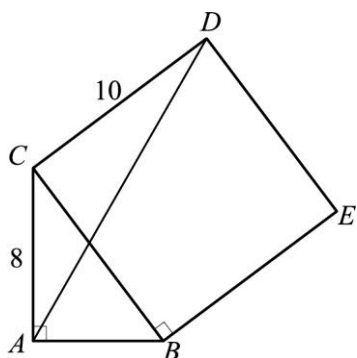
- (1) 若想在和三條路等距離的地方設休息站供用路人上廁所，休息站距離道路為 \_\_\_\_\_ 公里
- (2) 若想在和  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三村等距離的地方設救災中心，則救災中心和  $A$  村距離為 \_\_\_\_\_ 公里

43.  $\triangle ABC$  中，若  $a : b : c = 13 : 8 : 7$ ，則  $\angle A =$  \_\_\_\_\_。

44.  $\triangle ABC$  中， $a = 10$ 、 $\angle B = 60^\circ$ 、 $\angle C = 75^\circ$ ，則  $b =$  \_\_\_\_\_。

45. 若  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{AC}=8$ ，且  $\angle A=120^\circ$ ， $\angle A$  的角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$ ，試求  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。
46.  $\triangle ABC$  中，若  $b=2\sqrt{3}$ ， $c=2\sqrt{2}$ ， $\angle B=120^\circ$ ，則  $\angle A =$  \_\_\_\_\_。
47.  $\triangle ABC$  中， $a$ 、 $b$ 、 $c$  為三邊長，已知  $a-2b+c=0$ ， $3a+b-2c=0$ ，則  $\frac{\sin A}{\sin B + \sin C} =$  \_\_\_\_\_。
48. 已知  $\triangle ABC$  的三邊長分別為  $a=5$ ， $b=9$ ， $c=10$ ，則  $\triangle ABC$  面積為 \_\_\_\_\_ 平方單位。
49.  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC=60^\circ$ ， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{AC}=6$ ， $\angle BAC$  的角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$  點，則  $\overline{AD}$  的長為 \_\_\_\_\_。
50.  $\triangle ABC$  中，若  $\sin A : \sin B : \sin C = 8 : 7 : 5$ ，則  $\angle B =$  \_\_\_\_\_。
51.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{AC}=3$ ， $\overline{BC}=2$ ，則  $\sec(A+C) =$  \_\_\_\_\_。
52. 在  $\triangle ABC$  中，且  $\angle A = \frac{2\pi}{3}$ ， $b=3$ ， $c=4$ ，試求邊長  $a =$  \_\_\_\_\_。
53.  $\triangle ABC$  中， $\angle A=65^\circ$ 、 $\angle B=85^\circ$ 、 $c=10$ ，則  $\triangle ABC$  之外接圓半徑為 \_\_\_\_\_。
54.  $\triangle ABC$  中， $a$ 、 $b$ 、 $c$  為三邊長， $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 1 : 2$ ，求  $\frac{c}{a+b} =$  \_\_\_\_\_。
55.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=8$ 、 $\overline{AC}=6$ 、 $\angle A=120^\circ$ ，則  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_。
56.  $\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$  且  $\overline{AC}=4$ ， $\overline{BC}=6$ ，若  $\angle C$  的內角平分線交  $\overline{AB}$  於  $D$ ，則  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。
57.  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{BC}=\sqrt{13}$ ， $\overline{AC}=3$ ， $\angle A=60^\circ$ ，則  $\triangle ABC$  面積為 \_\_\_\_\_。
58.  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{BC}=5$ ， $\overline{CA}=7$ ， $\overline{AB}=8$ ，則  $\triangle ABC$  面積為 \_\_\_\_\_ 平方單位。
59.  $\triangle ABC$  中， $a=\sqrt{2}$ 、 $b=\sqrt{3}+1$ 、 $\angle C=45^\circ$ ，則：
- (1)  $c =$  \_\_\_\_\_
  - (2)  $\angle A =$  \_\_\_\_\_
  - (3)  $\angle B =$  \_\_\_\_\_
60.  $\triangle ABC$  中，若  $a=4$ ， $c=5$  且  $\angle B=60^\circ$ ，則  $b =$  \_\_\_\_\_。
61.  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AB}=c$ ， $\overline{AC}=b$ ， $\overline{BC}=a$ ，且  $(b+c) : (c+a) : (a+b) = 4 : 5 : 6$ ，則  $\cos A : \cos B : \cos C =$  \_\_\_\_\_。
62.  $\triangle ABC$  中，若  $\sin A : \sin B : \sin C = 2 : 3 : 4$ ，則  $\cos A : \cos B : \cos C =$  \_\_\_\_\_。
63. 已知梯形  $ABCD$  中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AB}=10$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{CD}=3$ ， $\overline{AD}=4$ ，則梯形  $ABCD$  面積 = \_\_\_\_\_。
64. 梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，且  $\overline{AB}=5$ 、 $\overline{BC}=10$ 、 $\overline{CD}=7$ 、 $\overline{AD}=4$ ，則此梯形的面積為 \_\_\_\_\_。
65.  $\triangle ABC$  中， $a=4$ 、 $b=5$ 、 $c=6$ ，則  $\cos(A+B) =$  \_\_\_\_\_。
66.  $\triangle ABC$  中，若  $(a+b+c)(-a+b+c) = bc$ ，則  $\angle A =$  \_\_\_\_\_。
67. 圓內接四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AB}=5$ 、 $\overline{BC}=3$ 、 $\overline{CD}=2$ ，且  $\angle ABC=60^\circ$ ，則  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。
68.  $\triangle ABC$  中，若  $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ ，則  $\triangle ABC$  為何種三角形？ \_\_\_\_\_  
(A) 銳角三角形 (B) 直角三角形 (C) 鈍角三角形
69.  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AB}=c$ ， $\overline{AC}=b$ ， $\overline{BC}=a$ ，且  $(b+c) : (c+a) : (a+b) = 4 : 5 : 6$ ，則  $\cos A : \cos B : \cos C =$  \_\_\_\_\_。
70. 圓內接四邊形  $ABCD$  中， $\angle CBD=30^\circ$ 、 $\angle ABD=45^\circ$ 、 $\overline{CD}=6$ ，則  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_。
71.  $\triangle ABC$  中，若  $\frac{5}{4}(a+b-2c) = \sin A + \sin B - 2\sin C$ ，則  $\triangle ABC$  之外接圓面積 = \_\_\_\_\_。

72. 某地方政府有兩塊用地， $\triangle ABC$  是一塊直角三角形的住宅用地，四邊形  $CBED$  則是一塊正方形的農業用地，如圖所示。若該地方政府將在  $A$  點蓋社會住宅，並且開闢一條新的直線道路  $\overline{AD}$  以快速到達位在  $D$  點的高鐵站，已知道路  $\overline{CD}$  長為 10 公里，道路  $\overline{AC}$  長為 8 公里，試求新開闢的道路  $\overline{AD}$  長為\_\_\_\_\_公里。



73.  $\triangle ABC$  中， $D$  在  $\overline{BC}$  上， $\overline{AB}=7$ 、 $\overline{AC}=13$ 、 $\overline{BD}=7$ 、 $\overline{CD}=8$ ，試求  $\overline{AD}=\underline{\hspace{2cm}}$
74.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=2$ ， $\overline{BC}=5$ ，面積為 4，試求  $\cos \angle ABC$  之值\_\_\_\_\_。
75.  $\triangle ABC$  中，若三邊上的高分別為  $h_a=20$ ， $h_b=15$ ， $h_c=12$ ，則  $\sin A : \sin B : \sin C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

### 三、計算題

- $\triangle ABC$  中，若  $\angle A = \angle B = 30^\circ$ ，且  $b = 1$ ，試求  $c$ 。
- $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB}=10$ ， $\overline{AC}=8$ ， $\angle A=45^\circ$ ，試求  $\triangle ABC$  的面積。
- $\triangle ABC$  中， $a=10$  且  $\angle A=30^\circ$ ，試求  $\triangle ABC$  之外接圓半徑。
- $\triangle ABC$  中，若  $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 1 : 4$ ，試求  $a : b : c$ 。
- $\triangle ABC$  中，若  $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 1 : 4$ ，試求  $a : b : c$ 。
- $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB}=6$ ， $\overline{AC}=10$ ， $\angle A=30^\circ$ ，試求  $\triangle ABC$  的面積。
- $\triangle ABC$  中，已知  $a=8$ ， $b=10$ ，且  $\angle C = \frac{\pi}{6}$ ，試求  $\triangle ABC$  的面積。
- $\triangle ABC$  中，若  $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 7$ ，試求  $a : b : c$ 。
- $\triangle ABC$  中，若  $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ ，試求  $a : b : c$ 。  
(提示： $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ )
- 已知  $\triangle ABC$  之外接圓半徑為  $\sqrt{2}$ ，且  $\angle B = 45^\circ$ ，試求  $b$ 。
- $\triangle ABC$  中， $a$ 、 $b$ 、 $c$  為三邊長，若  $a+2b-2c=0$  且  $a-2b+c=0$ ，試求  $\sin A : \sin B : \sin C$ 。

12.  $\triangle ABC$  中， $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別為  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的對邊長，若  $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 9 : 10 : 11$ ，試求  $\sin A : \sin B : \sin C$
13.  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 75^\circ$ 、 $\angle B = 60^\circ$ 、 $\overline{AC} = 6\sqrt{6}$ ，試求：  
(1)  $\overline{AB}$   
(2) 外接圓半徑
14.  $\triangle ABC$  中， $b = 4\sqrt{3}$ ， $c = 6$  且  $\angle A = 30^\circ$ ，試求  $a$ 。
15.  $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{AC} = 6$ 、 $\angle A = 60^\circ$ ，若  $\angle A$  的角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$  點，試求  $\overline{AD}$
16. 已知  $\triangle ABC$  之三邊長分別為 9、10、17，試求  $\triangle ABC$  之面積。
17.  $\triangle ABC$  中， $a = 4\sqrt{2}$ ， $b = 4$  且  $\angle C = 135^\circ$ ，試求  $c$ 。
18.  $\triangle ABC$  中，若  $a = 3$ ， $b = 5$ ， $\angle C = 120^\circ$ ，試求  $c$ 。
19.  $\triangle ABC$  三邊長分別為 5、12、13，試求：  
(1) 外接圓半徑  
(2) 內切圓半徑
20.  $\triangle ABC$  中， $a = \sqrt{6}$ 、 $c = \sqrt{3} - 1$ 、 $\angle B = 45^\circ$ ，試求  $b$
21.  $\triangle ABC$  中，若  $a : b : c = 3 : 7 : 8$ ，試求  $\angle B$ 。
22.  $\triangle ABC$  中，若  $a = 3$  且  $\angle A = 120^\circ$ ， $\angle B = 15^\circ$ ，試求  $\angle C$  及  $c$ 。
23.  $\triangle ABC$  中，若  $a = \sqrt{6}$ 、 $b = 2$ 、 $c = \sqrt{3} + 1$ ，試求：  
(1)  $\angle A$   
(2)  $\angle B$
24.  $\triangle ABC$  中， $a = 4$ 、 $b = 5$ 、 $c = 6$ ，試求  $\sec A$
25.  $\triangle ABC$  中， $a$ 、 $b$ 、 $c$  為三邊長，若  $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 7 : 9 : 10$ ，試求  $\sin A : \sin B : \sin C$
26.  $\triangle ABC$  中，三邊長為 4、5、7，試求：  
(1)  $\triangle ABC$  面積  
(2) 內切圓半徑  
(3) 外接圓半徑



27.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 、 $\overline{AC} = 2\sqrt{3}$ 、 $\angle A = 60^\circ$ ，試求：
- (1)  $\overline{BC}$
  - (2)  $\angle C$
28.  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A = 30^\circ$ 、 $\angle B = 120^\circ$ 、 $c = 2$ ，試求：
- (1)  $\angle C$
  - (2)  $b$
29.  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 16$ ，若  $\angle C$  的內角平分線交  $\overline{AB}$  於  $D$ ，試求  $\overline{CD}$ 。
30.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 20$ ， $\overline{AC} = 30$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，若  $\angle A$  的內角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$ ，試求  $\overline{AD}$ 。
31.  $\triangle ABC$  中，若  $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $b = 4\sqrt{3}$ ，試求  $c$  及外接圓半徑。
32.  $\triangle ABC$  中，若  $a : b : c = 3 : 5 : 7$ ，試求  $\angle C$ 。
33.  $\triangle ABC$  中， $b = 8$ 、 $c = 9$ 、 $\angle A = 60^\circ$ ，試求  $a$
34.  $\triangle ABC$  中，若  $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $a = 10$ ，試求  $c$  及外接圓半徑。
35.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{AC} = 9$ 、 $\angle A = 120^\circ$ ， $\angle A$  的角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$  點，試求  $\overline{AD}$
36.  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 10$ ，若  $\angle B$  的內角平分線交  $\overline{AC}$  於  $D$ ，試求  $\overline{BD}$ 。
37. 已知  $\triangle ABC$  之三邊長分別為 9、10、11，試求此三角形之周長與面積。
38.  $\triangle ABC$  中，若  $a = 10$ 、 $\angle A = 45^\circ$ 、 $\angle B = 120^\circ$ ，試求：
- (1)  $\angle C$
  - (2)  $b$
39. 已知  $\triangle ABC$  之三邊長分別為 7、9、12，試求此三角形之周長與面積。
40.  $\triangle ABC$  中，已知  $a = 2$ 、 $b = \sqrt{3} - 1$ 、 $c = \sqrt{6}$ ，試求：
- (1)  $\angle C$
  - (2)  $\angle A$
41.  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 30^\circ$ 、 $\angle C = 105^\circ$ 、 $\overline{BC} = 8$ ，試求：
- (1)  $\overline{AC}$
  - (2) 外接圓面積

42.  $\triangle ABC$  中，若  $a : b : c = 7 : 8 : 3$ ，試求  $\angle A$

43.  $\triangle ABC$  中， $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別為三邊長，若  $(a+2b-2c)^2 + |2a-b-c| = 0$ ，試求  $\sin A : \sin B : \sin C$

44.  $\triangle ABC$  中，若  $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 4 : 3$ ，試求  $\cos C$ 。

45.  $\triangle ABC$  中，若  $b = 6$  且  $\angle A = 105^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，試求  $\angle C$  及  $c$ 。

46.  $\triangle ABC$  中， $a = 4$ 、 $b = 2\sqrt{3}$ 、 $\angle C = 150^\circ$ ，試求  $c$

47.  $\triangle ABC$  中，已知  $a = \sqrt{7}$ ， $b = \sqrt{3}$ ， $c = 4$ ，試求  $\angle A$ 。

48.  $\triangle ABC$  中，若  $c^2 - (a-b)^2 = 3ab$ ，試求  $\angle C$

49.  $\triangle ABC$  中，若  $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$ ，試求  $\angle C$

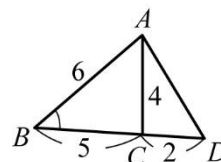
50.  $\triangle ABC$  中，若  $(b+c):(c+a):(a+b) = 9:8:7$ ，試求  $\sin A : \sin B : \sin C$ 。

51. 圓內接四邊形  $ABCD$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CD} = 4$ ， $\overline{AD} = 2$ ，求  $\overline{BD}$ 。

52.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 6$ 、 $\overline{AC} = 7$ ，設  $\overline{BC}$  的中點為  $D$ ，試求  $\overline{AD}$  之長

53.  $\triangle ABC$  中，若  $\sin A = \frac{5}{13}$ ， $\cos B = -\frac{3}{5}$ ， $\angle A$  對邊  $a = 25$ ，求  $\triangle ABC$  面積？（提示： $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$ ）

54.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{AC} = 4$ ，若延長  $\overline{BC}$  至  $D$ ，



取  $\overline{CD} = 2$ （如圖所示），試求  $\overline{AD}$  之長

55. 圓內接四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 4$ 、 $\overline{CD} = 4$ ，且  $\angle ABC = 120^\circ$ ，則  $\overline{AD}$  之長為何？

56. 圓內接四邊形  $ABCD$  中， $\overline{BC} = \sqrt{2}$ 、 $\overline{CD} = 3$ 、 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ ， $\angle ADC = 45^\circ$ ，試求  $\overline{AB}$  之長

57. 如圖之圓內接四邊形  $ABCD$  中，已知  $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AD} = 2$ ， $\angle B = 60^\circ$

(1) 試求  $\overline{CD} = ?$

(2) 試求四邊形  $ABCD$  的面積。

