

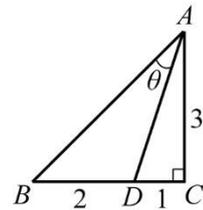
2-5 正弦定理與餘弦定理_題本

一、 單選題

- () 在 $\triangle ABC$ 中，若 $a=2$ 、 $b=4$ 、 $c=5$ ，則最大角之餘弦值為 (A) $\frac{37}{16}$ (B) $-\frac{5}{16}$ (C) $\frac{13}{16}$
(D) $-\frac{7}{16}$
- () 已知 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=5$ ， $\overline{AC}=2$ ， $\angle A=30^\circ$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積為 (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$
(C) 5 (D) $5\sqrt{3}$
- () 在 $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之對應邊長，若 $a=3$ ， $c=7$ ， $\angle C=120^\circ$ ，則 $\overline{AC} =$
(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 9
- () 在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=3$ 、 $c=5$ 且 $\angle A=60^\circ$ ，則 $a^2 =$
(A) 19 (B) 16 (C) 10 (D) 20
- () $\triangle ABC$ 中， $b=6$ ， $a=2\sqrt{3}$ ， $\angle A=30^\circ$ 且 $\angle B$ 為銳角，則 $\triangle ABC$ 的面積為 (A) $6\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) 6
- () $\triangle ABC$ ，已知 $\angle A=60^\circ$ ， $a=2\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圓半徑為 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) 2 (D) $2\sqrt{3}$
- () $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$ 且已知 $a=\sqrt{2}$ ，則 $b =$ (A) 4 (B) 3 (C) $\sqrt{3}$ (D) 2
- () $\triangle ABC$ 中， $\angle A:\angle B:\angle C=3:1:2$ ，試求 $a:b:c =$
(A) 1:2:3 (B) $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$ (C) 2:1: $\sqrt{3}$ (D) $2:\sqrt{2}:1$
- () 下列何者為鈍角三角形的三邊長？ (A) 2, 3, 4 (B) 3, 4, 5 (C) 4, 5, 6 (D) 5, 6, 7
- () 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A=30^\circ$ 、 $\angle B=60^\circ$ ，則 $a:b:c =$
(A) $1:2:\sqrt{3}$ (B) $1:\sqrt{3}:2$ (C) $2:1:\sqrt{3}$ (D) $2:\sqrt{3}:1$
- () 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ ， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{AC}=2$ ，試求邊長 $\overline{BC} =$
(A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{7}$ (C) $\sqrt{17}$ (D) $\sqrt{19}$
- () 在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=4$ 且 $\sin B = \frac{1}{4}$ ，則外接圓面積為 (A) 8 (B) 8π (C) 64π (D) 64
- () 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=4$ 、 $\overline{AC}=3$ 、 $\angle A=30^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為 (A) 6 (B) $6\sqrt{2}$ (C) 3 (D) $3\sqrt{2}$
- () 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle C=60^\circ$ 且外接圓半徑 $R=3$ ，則 $c =$
(A) 6 (B) $6\sqrt{3}$ (C) 3 (D) $3\sqrt{3}$
- () $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ 、 $\angle B=45^\circ$ 、 $\overline{BC}=\sqrt{6}$ 、 $\overline{AC}=b$ 、外接圓半徑為 R ，則 $b+R =$ (A) $2\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (C) $2+\sqrt{2}$ (D) $2+2\sqrt{2}$
- () 設 $\triangle ABC$ 之三邊長 $\overline{BC}=5$ ， $\overline{AC}=3$ ， $\overline{AB}=4$ ，若 $\angle A$ 的內角平分線與 \overline{BC} 邊的交點為 D ，則線段 \overline{AD} 之長為 (A) $\frac{9\sqrt{2}}{7}$ (B) $\frac{10\sqrt{2}}{7}$ (C) $\frac{11\sqrt{2}}{7}$ (D) $\frac{12\sqrt{2}}{7}$
- () 在 $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 分別表示三邊長，若 $(b+c):(c+a):(a+b)=5:6:7$ ，則 $\sin A:\sin B:\sin C =$ (A) 5:6:7 (B) 3:2:1 (C) 6:5:4 (D) 4:3:2

18. () $\triangle ABC$ 之三邊長 $a = 8$, $b = 10$, $c = 12$, 則 $\sin^2 A =$ (A) $\frac{5}{16}$ (B) $\frac{7}{16}$ (C) $\frac{9}{16}$ (D) $\frac{11}{16}$
19. () 若 $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{CA} = 9$, 則 $\cos(\angle A + \angle B) =$
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{3}{4}$ (D) $-\frac{2}{3}$
20. () 已知 $\triangle ABC$ 中, $\overline{AC} = 6$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B > 90^\circ$, 則 $\triangle ABC$ 之面積為何? (A) $2\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) $6\sqrt{3}$
21. () $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 120^\circ$ 且 $c = 2$, 則下列何者有誤? (A) $\triangle ABC$ 為等腰三角形 (B) $a = 2$ (C) $b = 4\sqrt{3}$ (D) $\triangle ABC$ 之外接圓半徑為 2
22. () $\triangle ABC$ 中, 已知 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 5$ 且 $\angle ABC = 60^\circ$, 則 $\overline{AC} =$ (A) 7 (B) 8 (C) $2\sqrt{10}$ (D) $\sqrt{42}$
23. () $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 4$, $\angle A = 60^\circ$, 則 $\overline{BC} =$ (A) $\sqrt{19}$ (B) $\sqrt{21}$ (C) $\sqrt{23}$ (D) $\sqrt{26}$
24. () $\triangle ABC$ 三邊長 a , b , c , 滿足條件 $a - 2b + c = 0$ 和 $2a + b - 2c = 0$, 則 $\sin A : \sin B : \sin C =$
 (A) 3 : 4 : 5 (B) 3 : 5 : 7 (C) 1 : 2 : 1 (D) 2 : 1 : 2
25. () 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 在 \overline{BC} 線段上, 且線段長 $\overline{BD} = 2$, $\overline{DC} = 1$, $\overline{AC} = 3$, 如圖所示。令 $\angle BAD = \theta$, 求 $\cos \theta =$

- (A) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (C) $\frac{2}{\sqrt{10}}$ (D) $\frac{2}{\sqrt{5}}$



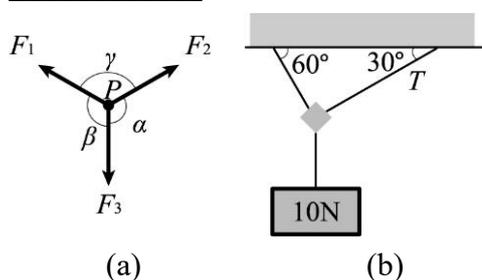
26. () $\triangle ABC$ 中, 若 $\frac{7}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{13}{\sin C}$, 則 $\angle C =$ (A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°
27. () 設 $\triangle ABC$ 之三邊長為 a , b , c , 若 $(b+c) : (c+a) : (a+b) = 11 : 11 : 8$, 則 $\frac{\sin A - \sin C}{\sin B} =$
 (A) $-\frac{3}{4}$ (B) 0 (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{11}{4}$
28. () $\triangle ABC$ 中, 若 $\frac{7}{\sin A} = \frac{8}{\sin B} = \frac{13}{\sin C}$, 則 $\cos C =$ (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$
29. () $\triangle ABC$ 中, 若 $(b+c) : (c+a) : (a+b) = 5 : 6 : 7$, 則 $\frac{\sin A}{2\sin B - \sin C} =$ (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{3}{2}$
30. () $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 60^\circ$, $\overline{AB} = 30$, $\overline{AC} = 10$, $\angle A$ 的角平分線交 \overline{BC} 於 D 點, 則 $\overline{AD} =$ (A) $\frac{11}{2}\sqrt{3}$ (B) $\frac{13}{2}\sqrt{3}$ (C) $\frac{15}{2}\sqrt{3}$ (D) $\frac{17}{2}\sqrt{3}$
31. () 設 a , b , c 表 $\triangle ABC$ 三邊長, 若 $\frac{a^2 + c^2 - b^2}{ac} = -\sqrt{3}$, 則 $\angle B =$
 (A) 150° (B) 120° (C) 30° 或 150° (D) 30° 或 120°
32. () 已知 $\triangle ABC$ 三邊長為 7, 8, 13, 若其外接圓半徑為 R , 內切圓半徑為 r , 則 $R \times r =$ (A) $13\sqrt{3}$ (B) 13 (C) $\frac{13}{\sqrt{3}}$ (D) $\frac{13}{3}$
33. () $\triangle ABC$ 中, 若 $b^2 - (c-a)^2 = ca$, 則 $\angle B =$ (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 120°

34. () $\triangle ABC$ 中，若 $\frac{3}{\sin A} = \frac{3}{\sin B} = \frac{4}{\sin C}$ ，則 $\cos A =$
 (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{3}{4}$
35. () 在 $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之對應邊長，已知 $(a+b) : (b+c) : (a+c) = 4 : 5 : 6$ ，則 $\sin A : \sin B : \sin C =$
 (A) $4 : 5 : 6$ (B) $5 : 3 : 7$ (C) $3 : 5 : 6$ (D) $4 : 7 : 6$
36. () $\triangle ABC$ 中， $a = 6$ ， $c = 7$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，則 $\cos A =$ (A) $\frac{\sqrt{43}}{43}$ (B) $\frac{4\sqrt{43}}{43}$ (C) $\frac{7\sqrt{43}}{43}$ (D) $\frac{10\sqrt{43}}{43}$
37. () 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，若 $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{CD} = 10$ 、 $\overline{AD} = 4$ ，則此梯形面積為 (A) $7\sqrt{6}$ (B) $\frac{50\sqrt{6}}{7}$ (C) $\frac{52\sqrt{6}}{7}$ (D) $8\sqrt{6}$
38. () $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 4$ 、 $\overline{AC} = 2$ ，設 \overline{BC} 的中點為 D ，則 $\overline{AD} =$ (A) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) 5
39. () $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所對應的邊長分別為 a 、 b 、 c ，若 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ ，則 $\triangle ABC$ 一定是 (A) 直角三角形 (B) 鈍角三角形 (C) 等腰三角形 (D) 等邊三角形
40. () $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{BC} = \sqrt{13}$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，則 $\cos C$ 之值為何？ (A) $-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$ (B) $-\frac{1}{\sqrt{13}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{13}}$ (D) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$
41. () $\triangle ABC$ 三內角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之對應邊長分別為 a 、 b 、 c ，若 $a = 2\sqrt{3}$ 、 $b = 2$ 、 $\angle A = 120^\circ$ ，則 $c =$ (A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) 3 (D) $2\sqrt{3}$

二、填充題

- 已知 $\triangle ABC$ 之三邊長分別為 7、8、9，則 $\triangle ABC$ 的面積為_____。
- $\triangle ABC$ 中 a 、 b 、 c 為三邊長， $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 1 : 2$ ，求 $\frac{c}{a+b} =$ _____。
- $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 60^\circ$ 、 $b = 10$ 、 $c = 8$ ，則 $\triangle ABC$ 面積 =_____。
- $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\angle A = 45^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為_____平方單位。
- $\triangle ABC$ 中， $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ，則 $a : b : c =$ _____。
- 若 $\triangle ABC$ 之三邊長為 5、6、7，求 $\triangle ABC$ 面積為_____。
- 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 1 : 2$ ，則 $\angle C =$ _____弧度。
- $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 7$ 、 $\overline{AC} = 8$ 且 $\triangle ABC$ 面積為 14，求 $\sin A =$ _____。
- 在 $\triangle ABC$ 中，若 $a = 5$ 、 $b = 4$ 、 $c = 6$ ，則 $\cos B =$ _____。
- $\triangle ABC$ 中， $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ，則 $a : b : c =$ _____。
- $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 45^\circ$ ， $\angle B = 75^\circ$ ， $a = 4\sqrt{3}$ ，求 $c =$ _____。
- 在 $\triangle ABC$ 中，若 $a : b : c = 4 : 5 : 7$ ，求 $\cos C =$ _____。
- $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為_____平方單位。

14. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 2 : 4$ ，則 $a : b : c =$ _____。
15. $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 25^\circ$ ， $\angle C = 20^\circ$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則 $\triangle ABC$ 外接圓半徑為 _____。
16. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $a = 10$ 、 $\sin A = \frac{1}{2}$ ，則外接圓半徑 $R =$ _____。
17. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為 _____ 平方單位。
18. $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 為三邊長， $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 1$ ，求 $\frac{a}{b+c} =$ _____。
19. 三角形 ABC 中，已知三邊長為 a 、 b 、 c ，且 $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ ，則 $\angle A =$ _____。
20. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A : \angle B : \angle C = 8 : 1 : 3$ ，則 $a : b : c =$ _____。
(提示： $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$)
21. $\triangle ABC$ 中， $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 5 : 6 : 7$ ，則 $\sin A : \sin B : \sin C =$ _____。
22. $\triangle ABC$ 中，若 $\frac{5}{12}(a-b+c) = \sin A - \sin B + \sin C$ ，則 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑 R 為 _____。
23. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 75^\circ$ 、 $\angle B = 60^\circ$ 、 $b = 2\sqrt{3}$ ，試求：
(1) $\angle C =$ _____ 度
(2) $c =$ _____
24. 西元 2019 年國際風箏節在屏東亮麗登場，Amy 也想自製一個有特色的風箏來參加活動，買了三張不同顏色的三角形紙張準備製作風箏，發現其形狀不同但面積相同，且外接圓半徑值也相等，另外也發現三張紙中每張紙之其中一邊 a 、 b 、 c 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之對應邊，其邊上的高分別為 h_a 、 h_b 、 h_c ，若 $h_a : h_b : h_c = 2 : 4 : 3$ ，則 $\frac{\sin C}{\sin A + \sin B} =$ _____。
25. $\triangle ABC$ 中，已知 $2a+b-2c=0$ ， $4a-b-2c=0$ ，則 $\sin A : \sin B : \sin C =$ _____。
26. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{AC} = 6$ 、 $\angle A = 120^\circ$ ， $\angle A$ 的角平分線交 \overline{BC} 於 D 點，則 $\overline{AD} =$ _____。
27. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB} = \sqrt{3}-1$ 、 $\overline{BC} = 2$ 、 $\overline{AC} = \sqrt{2}$ ，則：
(1) $\angle A =$ _____
(2) $\angle B =$ _____
(3) $\angle C =$ _____
28. $\triangle ABC$ 中，若 $\frac{5}{\sin A} = \frac{6}{\sin B} = \frac{7}{\sin C}$ ，則 $\frac{2\sin A - \sin B}{\sin C} =$ _____。
29. 大勇有一塊三角形土地，邊長分別為 14 公尺、16 公尺、18 公尺，今大勇想整地，計費方式是以每平方公尺 2000 元計算，則需要花 _____ 元才能將此土地整地完成。(提示： $\sqrt{5} \doteq 2.236$)
30. 靜力學中的拉密定理用來處理三力平衡：如果三個共點力的合力為 0，則任一力與其相對角的正弦之比值均相等。如圖(a) F_1 、 F_2 、 F_3 為作用在點 P 的三個力， α 、 β 、 γ 為 F_1 、 F_2 、 F_3 三力相對角的角度，則 $\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{F_3}{\sin \gamma}$ 。如圖(b)，以輕繩懸掛重 10 牛頓之重物，則右邊繩子的張力 T 為 _____ 牛頓。



31. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 120^\circ$ 且 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 7$ ，若 $\angle A$ 的內角平分線交 \overline{BC} 於 D ，試求 $\overline{AD} =$ _____。

32. $\triangle ABC$ 中，若 $a = 7$ 、 $b = 5$ 、 $c = 8$ ，則：

- (1) $\angle A =$ _____ 度
- (2) $\triangle ABC$ 面積 = _____
- (3) 內切圓半徑 = _____
- (4) 外接圓半徑 = _____
- (5) 最短邊上的高 = _____

33. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $b = \sqrt{6}$ 且 $\angle A = 75^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，試求 $c =$ _____。

34. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ 、 $b = \sqrt{6}$ 、 $c = 2\sqrt{6}$ ，則：

- (1) $a =$ _____
- (2) $\angle B =$ _____
- (3) $\angle C =$ _____

35. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 100^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\overline{AB} = 4$ ，則 $\triangle ABC$ 的外接圓面積為 _____ 平方單位。

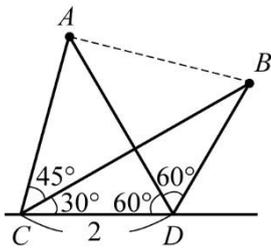
36. $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所對應的邊長分別為 a 、 b 、 c ，若 $a = 1$ ， $b = \sqrt{3}$ ， $\angle A + \angle C = 2\angle B$ ，則 $\sin A =$ _____。

37. $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 25^\circ$ ， $\angle C = 20^\circ$ ， $\overline{BC} = 10$ ，則 $\triangle ABC$ 外接圓半徑為 _____。

38. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \sqrt{3} + 1$ ， $\overline{AC} = 2$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。

39. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{BC} = 4$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 75^\circ$ ，試求 $\overline{AC} =$ _____。

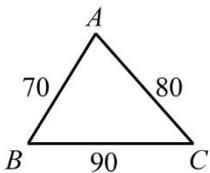
40. 突擊隊要突擊 A 、 B 兩個營地，偵察兵在 C 點偵測，得 $\angle ACB = 45^\circ$ 、 $\angle BCD = 30^\circ$ 。偵察兵向東移動 2 公里到 D 點偵測得 $\angle CDA = 60^\circ$ 、 $\angle ADB = 60^\circ$ ，如圖，則：



- (1) A 、 B 兩個營地相距 _____ 公里
- (2) 若營地士兵使用的迫擊砲最大射程為 1815 公尺，則突擊隊先突襲 A 營地時， B 營地士兵可否直接用迫擊砲支援？ _____

41. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 65^\circ$ ， $\angle B = 85^\circ$ ， $c = 10$ ，則 $\triangle ABC$ 外接圓半徑為 _____。

42. A 、 B 、 C 三村，任兩村皆有道路連接， $\overline{AB} = 70$ 公里、 $\overline{BC} = 90$ 公里、 $\overline{AC} = 80$ 公里，如圖



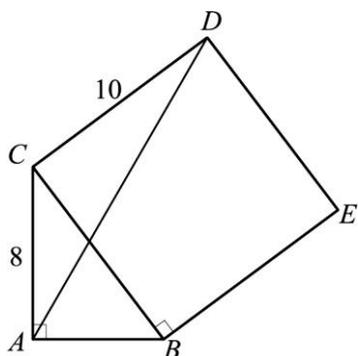
- (1) 若想在和三條路等距離的地方設休息站供用路人上廁所，休息站距離道路為 _____ 公里
- (2) 若想在和 A 、 B 、 C 三村等距離的地方設救災中心，則救災中心和 A 村距離為 _____ 公里

43. $\triangle ABC$ 中，若 $a : b : c = 13 : 8 : 7$ ，則 $\angle A =$ _____。

44. $\triangle ABC$ 中， $a = 10$ 、 $\angle B = 60^\circ$ 、 $\angle C = 75^\circ$ ，則 $b =$ _____。

45. 若 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{AC}=8$ ，且 $\angle A=120^\circ$ ， $\angle A$ 的角平分線交 \overline{BC} 於 D ，試求 $\overline{AD} =$ _____。
46. $\triangle ABC$ 中，若 $b=2\sqrt{3}$ ， $c=2\sqrt{2}$ ， $\angle B=120^\circ$ ，則 $\angle A =$ _____。
47. $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 為三邊長，已知 $a-2b+c=0$ ， $3a+b-2c=0$ ，則 $\frac{\sin A}{\sin B + \sin C} =$ _____。
48. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 $a=5$ ， $b=9$ ， $c=10$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為 _____ 平方單位。
49. $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=60^\circ$ ， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{AC}=6$ ， $\angle BAC$ 的角平分線交 \overline{BC} 於 D 點，則 \overline{AD} 的長為 _____。
50. $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A : \sin B : \sin C = 8 : 7 : 5$ ，則 $\angle B =$ _____。
51. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{AC}=3$ ， $\overline{BC}=2$ ，則 $\sec(A+C) =$ _____。
52. 在 $\triangle ABC$ 中，且 $\angle A = \frac{2\pi}{3}$ ， $b=3$ ， $c=4$ ，試求邊長 $a =$ _____。
53. $\triangle ABC$ 中， $\angle A=65^\circ$ 、 $\angle B=85^\circ$ 、 $c=10$ ，則 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑為 _____。
54. $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 為三邊長， $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 1 : 2$ ，求 $\frac{c}{a+b} =$ _____。
55. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=8$ 、 $\overline{AC}=6$ 、 $\angle A=120^\circ$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。
56. $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ 且 $\overline{AC}=4$ ， $\overline{BC}=6$ ，若 $\angle C$ 的內角平分線交 \overline{AB} 於 D ，則 $\overline{CD} =$ _____。
57. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{BC}=\sqrt{13}$ ， $\overline{AC}=3$ ， $\angle A=60^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為 _____。
58. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{BC}=5$ ， $\overline{CA}=7$ ， $\overline{AB}=8$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為 _____ 平方單位。
59. $\triangle ABC$ 中， $a=\sqrt{2}$ 、 $b=\sqrt{3}+1$ 、 $\angle C=45^\circ$ ，則：
- (1) $c =$ _____
 - (2) $\angle A =$ _____
 - (3) $\angle B =$ _____
60. $\triangle ABC$ 中，若 $a=4$ ， $c=5$ 且 $\angle B=60^\circ$ ，則 $b =$ _____。
61. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB}=c$ ， $\overline{AC}=b$ ， $\overline{BC}=a$ ，且 $(b+c) : (c+a) : (a+b) = 4 : 5 : 6$ ，則 $\cos A : \cos B : \cos C =$ _____。
62. $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A : \sin B : \sin C = 2 : 3 : 4$ ，則 $\cos A : \cos B : \cos C =$ _____。
63. 已知梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AB}=10$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{CD}=3$ ， $\overline{AD}=4$ ，則梯形 $ABCD$ 面積 = _____。
64. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，且 $\overline{AB}=5$ 、 $\overline{BC}=10$ 、 $\overline{CD}=7$ 、 $\overline{AD}=4$ ，則此梯形的面積為 _____。
65. $\triangle ABC$ 中， $a=4$ 、 $b=5$ 、 $c=6$ ，則 $\cos(A+B) =$ _____。
66. $\triangle ABC$ 中，若 $(a+b+c)(-a+b+c) = bc$ ，則 $\angle A =$ _____。
67. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB}=5$ 、 $\overline{BC}=3$ 、 $\overline{CD}=2$ ，且 $\angle ABC=60^\circ$ ，則 $\overline{AD} =$ _____。
68. $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A : \sin B : \sin C = 3 : 5 : 7$ ，則 $\triangle ABC$ 為何種三角形？ _____
(A) 銳角三角形 (B) 直角三角形 (C) 鈍角三角形
69. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB}=c$ ， $\overline{AC}=b$ ， $\overline{BC}=a$ ，且 $(b+c) : (c+a) : (a+b) = 4 : 5 : 6$ ，則 $\cos A : \cos B : \cos C =$ _____。
70. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\angle CBD=30^\circ$ 、 $\angle ABD=45^\circ$ 、 $\overline{CD}=6$ ，則 $\overline{AD} =$ _____。
71. $\triangle ABC$ 中，若 $\frac{5}{4}(a+b-2c) = \sin A + \sin B - 2\sin C$ ，則 $\triangle ABC$ 之外接圓面積 = _____。

72. 某地方政府有兩塊用地， $\triangle ABC$ 是一塊直角三角形的住宅用地，四邊形 $CBED$ 則是一塊正方形的農業用地，如圖所示。若該地方政府將在 A 點蓋社會住宅，並且開闢一條新的直線道路 \overline{AD} 以快速到達位在 D 點的高鐵站，已知道路 \overline{CD} 長為 10 公里，道路 \overline{AC} 長為 8 公里，試求新開闢的道路 \overline{AD} 長為_____公里。



73. $\triangle ABC$ 中， D 在 \overline{BC} 上， $\overline{AB}=7$ 、 $\overline{AC}=13$ 、 $\overline{BD}=7$ 、 $\overline{CD}=8$ ，試求 $\overline{AD}=\underline{\hspace{2cm}}$
74. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=2$ ， $\overline{BC}=5$ ，面積為 4，試求 $\cos \angle ABC$ 之值_____。
75. $\triangle ABC$ 中，若三邊上的高分別為 $h_a=20$ ， $h_b=15$ ， $h_c=12$ ，則 $\sin A : \sin B : \sin C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、計算題

- $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = \angle B = 30^\circ$ ，且 $b = 1$ ，試求 c 。
- $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=10$ ， $\overline{AC}=8$ ， $\angle A=45^\circ$ ，試求 $\triangle ABC$ 的面積。
- $\triangle ABC$ 中， $a=10$ 且 $\angle A=30^\circ$ ，試求 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑。
- $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 1 : 4$ ，試求 $a : b : c$ 。
- $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 1 : 4$ ，試求 $a : b : c$ 。
- $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=6$ ， $\overline{AC}=10$ ， $\angle A=30^\circ$ ，試求 $\triangle ABC$ 的面積。
- $\triangle ABC$ 中，已知 $a=8$ ， $b=10$ ，且 $\angle C = \frac{\pi}{6}$ ，試求 $\triangle ABC$ 的面積。
- $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 7$ ，試求 $a : b : c$ 。
- $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ ，試求 $a : b : c$ 。
(提示： $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$)
- 已知 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑為 $\sqrt{2}$ ，且 $\angle B = 45^\circ$ ，試求 b 。
- $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 為三邊長，若 $a+2b-2c=0$ 且 $a-2b+c=0$ ，試求 $\sin A : \sin B : \sin C$ 。

12. $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊長，若 $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 9 : 10 : 11$ ，試求 $\sin A : \sin B : \sin C$
13. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 75^\circ$ 、 $\angle B = 60^\circ$ 、 $\overline{AC} = 6\sqrt{6}$ ，試求：
(1) \overline{AB}
(2) 外接圓半徑
14. $\triangle ABC$ 中， $b = 4\sqrt{3}$ ， $c = 6$ 且 $\angle A = 30^\circ$ ，試求 a 。
15. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 4$ 、 $\overline{AC} = 6$ 、 $\angle A = 60^\circ$ ，若 $\angle A$ 的角平分線交 \overline{BC} 於 D 點，試求 \overline{AD}
16. 已知 $\triangle ABC$ 之三邊長分別為 9、10、17，試求 $\triangle ABC$ 之面積。
17. $\triangle ABC$ 中， $a = 4\sqrt{2}$ ， $b = 4$ 且 $\angle C = 135^\circ$ ，試求 c 。
18. $\triangle ABC$ 中，若 $a = 3$ ， $b = 5$ ， $\angle C = 120^\circ$ ，試求 c 。
19. $\triangle ABC$ 三邊長分別為 5、12、13，試求：
(1) 外接圓半徑
(2) 內切圓半徑
20. $\triangle ABC$ 中， $a = \sqrt{6}$ 、 $c = \sqrt{3} - 1$ 、 $\angle B = 45^\circ$ ，試求 b
21. $\triangle ABC$ 中，若 $a : b : c = 3 : 7 : 8$ ，試求 $\angle B$ 。
22. $\triangle ABC$ 中，若 $a = 3$ 且 $\angle A = 120^\circ$ ， $\angle B = 15^\circ$ ，試求 $\angle C$ 及 c 。
23. $\triangle ABC$ 中，若 $a = \sqrt{6}$ 、 $b = 2$ 、 $c = \sqrt{3} + 1$ ，試求：
(1) $\angle A$
(2) $\angle B$
24. $\triangle ABC$ 中， $a = 4$ 、 $b = 5$ 、 $c = 6$ ，試求 $\sec A$
25. $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 為三邊長，若 $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 7 : 9 : 10$ ，試求 $\sin A : \sin B : \sin C$
26. $\triangle ABC$ 中，三邊長為 4、5、7，試求：
(1) $\triangle ABC$ 面積
(2) 內切圓半徑
(3) 外接圓半徑

27. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 、 $\overline{AC} = 2\sqrt{3}$ 、 $\angle A = 60^\circ$ ，試求：
- (1) \overline{BC}
 - (2) $\angle C$
28. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 30^\circ$ 、 $\angle B = 120^\circ$ 、 $c = 2$ ，試求：
- (1) $\angle C$
 - (2) b
29. $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 60^\circ$ ， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{BC} = 16$ ，若 $\angle C$ 的內角平分線交 \overline{AB} 於 D ，試求 \overline{CD} 。
30. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 20$ ， $\overline{AC} = 30$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，若 $\angle A$ 的內角平分線交 \overline{BC} 於 D ，試求 \overline{AD} 。
31. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $b = 4\sqrt{3}$ ，試求 c 及外接圓半徑。
32. $\triangle ABC$ 中，若 $a : b : c = 3 : 5 : 7$ ，試求 $\angle C$ 。
33. $\triangle ABC$ 中， $b = 8$ 、 $c = 9$ 、 $\angle A = 60^\circ$ ，試求 a
34. $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $a = 10$ ，試求 c 及外接圓半徑。
35. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{AC} = 9$ 、 $\angle A = 120^\circ$ ， $\angle A$ 的角平分線交 \overline{BC} 於 D 點，試求 \overline{AD}
36. $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 120^\circ$ ， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 10$ ，若 $\angle B$ 的內角平分線交 \overline{AC} 於 D ，試求 \overline{BD} 。
37. 已知 $\triangle ABC$ 之三邊長分別為 9、10、11，試求此三角形之周長與面積。
38. $\triangle ABC$ 中，若 $a = 10$ 、 $\angle A = 45^\circ$ 、 $\angle B = 120^\circ$ ，試求：
- (1) $\angle C$
 - (2) b
39. 已知 $\triangle ABC$ 之三邊長分別為 7、9、12，試求此三角形之周長與面積。
40. $\triangle ABC$ 中，已知 $a = 2$ 、 $b = \sqrt{3} - 1$ 、 $c = \sqrt{6}$ ，試求：
- (1) $\angle C$
 - (2) $\angle A$
41. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ 、 $\angle C = 105^\circ$ 、 $\overline{BC} = 8$ ，試求：
- (1) \overline{AC}
 - (2) 外接圓面積

42. $\triangle ABC$ 中，若 $a : b : c = 7 : 8 : 3$ ，試求 $\angle A$

43. $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 分別為三邊長，若 $(a+2b-2c)^2 + |2a-b-c| = 0$ ，試求 $\sin A : \sin B : \sin C$

44. $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 4 : 3$ ，試求 $\cos C$ 。

45. $\triangle ABC$ 中，若 $b = 6$ 且 $\angle A = 105^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，試求 $\angle C$ 及 c 。

46. $\triangle ABC$ 中， $a = 4$ 、 $b = 2\sqrt{3}$ 、 $\angle C = 150^\circ$ ，試求 c

47. $\triangle ABC$ 中，已知 $a = \sqrt{7}$ ， $b = \sqrt{3}$ ， $c = 4$ ，試求 $\angle A$ 。

48. $\triangle ABC$ 中，若 $c^2 - (a-b)^2 = 3ab$ ，試求 $\angle C$

49. $\triangle ABC$ 中，若 $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$ ，試求 $\angle C$

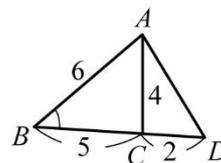
50. $\triangle ABC$ 中，若 $(b+c):(c+a):(a+b) = 9:8:7$ ，試求 $\sin A : \sin B : \sin C$ 。

51. 圓內接四邊形 $ABCD$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CD} = 4$ ， $\overline{AD} = 2$ ，求 \overline{BD} 。

52. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 6$ 、 $\overline{AC} = 7$ ，設 \overline{BC} 的中點為 D ，試求 \overline{AD} 之長

53. $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A = \frac{5}{13}$ ， $\cos B = -\frac{3}{5}$ ， $\angle A$ 對邊 $a = 25$ ，求 $\triangle ABC$ 面積？（提示： $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$ ）

54. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{BC} = 5$ 、 $\overline{AC} = 4$ ，若延長 \overline{BC} 至 D ，



取 $\overline{CD} = 2$ （如圖所示），試求 \overline{AD} 之長

55. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 4$ 、 $\overline{CD} = 4$ ，且 $\angle ABC = 120^\circ$ ，則 \overline{AD} 之長為何？

56. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{BC} = \sqrt{2}$ 、 $\overline{CD} = 3$ 、 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ ， $\angle ADC = 45^\circ$ ，試求 \overline{AB} 之長

57. 如圖之圓內接四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AD} = 2$ ， $\angle B = 60^\circ$

(1) 試求 $\overline{CD} = ?$

(2) 試求四邊形 $ABCD$ 的面積。

