C4_3-1

求下列各函數的定義域：

(1) $f(x)=\sqrt{6-x-x^2}$ $\Rightarrow$ $\underline{\{x\in\mathbb{R} \mid -3\le x\le 2\}}$。

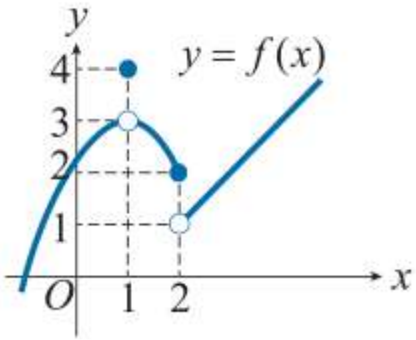
(2) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x^2+1}}$ $\Rightarrow$ $\underline{\{x \mid x\in\mathbb{R}\}}$。

已知函數 $f(x)=2x+k$，$g(x)=4x+3$，若 $f(g(x))=g(f(x))$，則實數 $k=\underline{\ 1\ }$。

已知函數 $f(x)$ 的圖形如右，求下列各值：

(1) $f(1)=\underline{\ 4\ }$　(2) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\underline{\ 3\ }$

(3) $f(2)=\underline{\ 2\ }$　(4) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=$ <u>不存在</u>。



求下列各極限值：

(1) $\lim\limits_{x\to -1^-}|x+1|=\underline{\ 0\ }$　(2) $\lim\limits_{x\to -1^+}|x+1|=\underline{\ 0\ }$

(3) $\lim\limits_{x\to -1}|x+1|=\underline{\ 0\ }$。

已知$f(x)=\dfrac{x^3}{|x|}$，則：

(1) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=$ __4__　　(2) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=$ __0__。

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{|x-1|}=$ __不存在__。

設$f(x)=\begin{cases} x^2+1，x>3 \\ 6，x=3 \\ 4x-2，x<3 \end{cases}$，則：

(1) $f(3)=$ __6__　　(2) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=$ __10__

(3) $f(x)$在$x=3$是否連續？__否__。

設$f(x)=\begin{cases} x^3，x<2 \\ 3x+2，x\geq 2 \end{cases}$，則：

(1) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=$ __8__　　(2) $f(x)$在$x=2$是否連續？__是__

(3) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=$ __0__。

求下列各極限值：

(1) $\lim_{x\to 2} 100 =$ $\underline{\quad 100 \quad}$ (2) $\lim_{x\to 3}\left(x^3-8\right)=$ $\underline{\quad 19 \quad}$

(3) $\lim_{x\to 2}\left(\dfrac{x^2+2}{x+10}+\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4}\right)=$ $\underline{\quad \dfrac{5}{4} \quad}$ (4) $\lim_{x\to -3}\dfrac{x^4-10x^2+9}{x^6-10x^3+9}=$ $\underline{\quad 0 \quad}$。

$\lim_{x\to 0}\dfrac{(x-1)^2-1}{x}=$ $\underline{\quad -2 \quad}$。

求下列各極限值：

(1) $\lim_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{\sqrt{x}-2}=$ $\underline{\quad 32 \quad}$ (2) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x+1}}{x}=$ $\underline{\quad -\dfrac{1}{2} \quad}$。

設 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}，x\neq 2\\ k，x=2\end{cases}$，求：

(1) $\lim_{x\to 2} f(x)=$ $\underline{\quad -1 \quad}$ (2)若 $f(x)$ 在 $x=2$ 連續，則 $k=$ $\underline{\quad -1 \quad}$。

設 $f(x)=\begin{cases}-x^2+4，x\le 1\\ x^2+a，x>1\end{cases}$，若 $f(x)$ 是連續函數，則 $a=$ ___2___。

$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{1}{x^2-2x-3}\left(\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x-4}\right)=$ ___$-\dfrac{1}{2}$___。

$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+6}-3}{\sqrt{x+1}-2}=$ ___$\dfrac{2}{3}$___。

若 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+x+k}{x-2}$ 存在，則：

(1)實數 $k=$ ___-6___　　　　(2)此極限值為 ___5___。

若 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{ax^2-3x+b}{x-1}=5$，則 $a+2b=$ ___2___。

若 $f(x)=\begin{cases}x^2-a，x>1\\ 3，-2\le x\le 1\\ 2x+b，x<-2\end{cases}$ 在 $x=1$ 和 $x=-2$ 時均連續，則 $a=$ ___-2___、$b=$ ___7___。

設 $f(x)=2x^2+ax+b$，若 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=-2$， $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{x-2}=2$，則 $a-b=$ ____-10____。

◎$Hint$： $\lim\limits_{x\to k}\dfrac{f(x)}{x-k}$ 存在 $\Rightarrow$ $f(x)$ 有 $x-k$ 的因式，即 $f(k)=0$

$\lim\limits_{x\to 0^-} x\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-1}=$ ____-1____。

◎$Hint$： $\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases} x，x\geq 0 \\ -x，x<0 \end{cases}$

C4_3-2

在某風洞實驗中，風速利用函數 $f(t)=4t^3$ 控制，求：

(1) $1\le t\le 3$ 時的平均加速度＝ $\underline{\quad 52 \quad}$ 。

(2) $t=3$ 時的瞬時加速度＝ $\underline{\quad 108 \quad}$ 。

設 $f(x)=x^2+3x$ ，則：

(1) $f'(1)=$ $\underline{\quad 5 \quad}$ 。

(2) $y=f(x)$ 的圖形過 $x=1$ 的切線方程式為 $\underline{\quad 5x-y-1=0 \quad}$ 。

設 $f(x)=x^2+9$ ，則 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(4+h)-f(4)}{h}=$ $\underline{\quad 8 \quad}$ 。

設 $f(x)=x^3-2x$ ，則：

(1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=$ $\underline{\quad 10 \quad}$ 。

(2) $f(x)$ 的函數圖形上以 $(2,4)$ 為切點之切線方程式為 $\underline{\quad 10x-y-16=0 \quad}$ 。

設 $f'(1)=6$，求下列各極限值：

(1) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+5h)-f(1)}{h}=$ __30__ 。

(2) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+5h)-f(1-2h)}{3h}=$ __14__ 。

設 $f(x)=4x+100$，則 $f'(x)=$ __4__ 。

設 $f(x)=x^2+2x+3$，則 $f'(x)=$ __$2x+2$__ 。

設 $f(x)=2x^3+1$，則 $f'(x)=$ __$6x^2$__ 。

設一作直線運動的質點之位置函數為 $S(t)=\dfrac{1}{2}t^2$，則：

(1)此運動質點的速度函數 $V(t)=S'(t)=$ __t__ 。

(2)此運動質點在 $t=2$ 的瞬時速度為 __2__ 。

設 $f(x)=x|x|$，則：

(1) $f'(0)=$ __0__　　(2) $f'(-1)=$ __2__。

設 $f(x)=\begin{cases}3x^2，x\le 0\\ x^3，x>0\end{cases}$，則 $f'(0)=$ __0__。

設 $f(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)^2(x-3)}{x-4}$，求 $f'(2)=$ __0__。

設 $f(x)=\dfrac{x(x-1)(x-2)(x-3)\cdots\cdots(x-99)}{(x+1)(x+2)(x+3)\cdots\cdots(x+99)}$，則 $f'(0)=$ __-1__。

設 $f(x)=(x^2+x-3)(x-1)(x-2)(x+3)$，則：

(1) $f'(2)=$ __15__。

(2) $f(x)$ 圖形上以 $(2,f(2))$ 為切點的切線方程式為 __$15x-y-30=0$__。

C4_3-3

設 $f(x)=x\sqrt[3]{x^2}$，則 $f'(x)=$ $\underline{\dfrac{5}{3}\sqrt[3]{x^2}}$ 。

$f(x)=x^3-3x^2+4x-1$，求：

(1) $f'(x)=$ $\underline{3x^2-6x+4}$ (2) $f'(1)=$ $\underline{1}$

(3) $y=f(x)$ 圖形上過 $x=1$ 處之切線方程式為 $\underline{x-y=0}$ 。

設 $f(x)=(x^2+5)(3-x)$，求 $\dfrac{d}{dx}f(x)=$ $\underline{-3x^2+6x-5}$ 。

設 $f(x)=(x^3+3x-2)(x^2-4x+1)$，則 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=$ $\underline{-45}$ 。

若 $f(x)=\dfrac{x}{x^2+3}$，則 $f'(x)=$ $\underline{\dfrac{-x^2+3}{(x^2+3)^2}}$ 。

設 $f(x)=\frac{x-3}{2x+1}$，則：

(1) $f'(0)=$ __7__　(2) $f'''(x)=$ __$\frac{168}{(2x+1)^4}$__。

設 $f(x)=(x^3+3x-1)^5$，則 $f'(x)=$ __$15(x^2+1)(x^3+3x-1)^4$__。

設 $f(x)=(5-2x)^7$，則：

(1) $f'(x)=$ __$-14(5-2x)^6$__。

(2) $y=f(x)$ 圖形上以 $(2,1)$ 為切點的切線方程式為 __$14x+y-29=0$__。

設 $f(x)=x^4-3x^3+2x+4$，求：

(1) $f'(x)=$ __$4x^3-9x^2+2$__　(2) $f''(x)=$ __$12x^2-18x$__

(3) $f'''(1)=$ __6__　(4)使 $f^{(n)}(x)=0$ 的最小自然數 $n=$ __5__。

設 $f(x)=(1-2x)^7$，則 $\left.\frac{d^3}{dx^3}f(x)\right|_{x=1}=$ __-1680__。

自行車廠進行新的公路車測試，在平路上自靜止開始t秒後前進的距離函數為 $f(t)=t^2$（公尺），則：

(1)$t=2$秒時瞬時速度為__4__公尺／秒，瞬時加速度為__2__公尺／秒^2。

(2)若做百米測試，則車過終點線時的瞬時速度為__20__公尺／秒，費時__10__秒。

$f(x)=|x|+|x-2|+|x-4|$，求$f'(3)=$__1__。

設$f(x)=\begin{cases} x^3，x\geq 2 \\ ax^2+b，x<2 \end{cases}$，若$f(x)$在$x=2$可微分，則$a=$__3__、$b=$__$-4$__，

$f'(x)=$__$\begin{cases} 3x^2，x\geq 2 \\ 6x，x<2 \end{cases}$__。

設$f(x)=(x^2-3)^4(2x-3)^5$，則其函數圖形上過$x=2$處的切線斜率為__26__。

設$f(x)$是一個二次函數，若$f'(8)=f(8)=0$且$f(10)=8$，則$f(9)=$__2__。

設 $f'(x)$ 為函數 $f(x)$ 的導函數，若 $f'(x)=2x^2$ ，則 $\lim\limits_{\theta\to 0}\dfrac{f(2+\theta)-f(2)}{2\theta}=$ ___4___ 。

C4_3-4

設函數 $f(x)=x^3-3x^2-24x+10$，則：

(1)遞增區間為 $(-\infty,-2]$或$[4,\infty)$ 。

(2)遞減區間為 $[-2,4]$ 。

(3)凹口向上區間為 $(1,\infty)$ 。

(4)凹口向下區間為 $(-\infty,1)$ 。

(5)極大點為 $(-2,38)$ 。

(6)極小點為 $(4,-70)$ 。

(7)反曲點為 $(1,-16)$ 。

設函數 $f(x)=x^3-6x^2+9x+5$，則：

(1) 當 $x=$ __1__ 時有相對極大值 __9__，

當 $x=$ __3__ 時有相對極小值 __5__。

(2) 若 $-1\le x\le 2$，則當 $x=$ __1__ 時有最大值 __9__，

當 $x=$ __-1__ 時有最小值 __-11__。

設 $f(x)=3x-x^3$，$0\le x\le 2$，則 $f(x)$ 的最大值為 __2__，最小值為 __-2__。

有一邊長 a 公分的正方形硬紙板，若自其四個角各截去大小相同的正方形，摺成一個無蓋紙盒，則應截去邊長 __$\frac{a}{6}$__ 公分的正方形，使紙盒容積最大。

將一物體以初速 64 公尺／秒垂直向上拋，經 t 秒後所達高度為 $f(t)=64t-16t^2$，則

(1) __2__ 秒後到達最高點 (2)最大高度為 __64__ 公尺。 [素養導向]

小明從事網拍在網路上賣運動上衣，他發現定價 350 元／件時，一週可賣出 200 件；若定價每降 10 元，一週的銷售量可增加 20 件，依此情況推論，運動上衣應定價 ___225___ 元／件可獲得最大收入。 [素養導向]

函數 $f(x)=x^3-3x^2+4$ 的圖形和 x 軸有 ___2___ 個交點。

若三次函數 $f(x)=x^3+3kx^2+3(k+2)x+4$ 沒有極值，則實數 k 的範圍為 ___$-1\le k\le 2$___ 。

◎*Hint*：三次函數 $f(x)$ 沒有極值 $\Rightarrow$ $f'(x)=0$ 沒有相異實根。

設函數 $f(x)=x^3-3x^2+ax+b$ 在 $x=3$ 有極小值 -9，則 $a=$ ___-9___ 、$b=$ ___18___ 。

設函數 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 在 $x=1$ 有相對極大值 1，而 $(0,0)$ 為其反曲點，則

$a=$ ___$-\frac{1}{2}$___ 、$b=$ ___0___ 、$c=$ ___$\frac{3}{2}$___ 、$d=$ ___0___ 。

一矩形 $ABCD$ 的兩頂點 A、B 在拋物線 $y=-x^2+9$ 上，且在 x 軸上方，另兩頂點 C、D 在 x 軸上，則此矩形長＝___6___、寬＝___$2\sqrt{3}$___，可得最大面積＝___$12\sqrt{3}$___。

設 $f(x)=x^3-3x^2-9x+k$，$k\in\mathbb{R}$，若 $f(x)=0$ 恰有一實根，則 k 的範圍為___$k>27$ 或 $k<-5$___。

設函數 $f(x)=x^4-4x^3$，則：

(1)遞增區間為___$[3,\infty)$___。

(2)遞減區間為___$(-\infty,3]$___。

(3)凹口向上區間為___$(-\infty,0)$ 或 $(2,\infty)$___。

(4)凹口向下區間為___$(0,2)$___。

(5)極大點為___無___。

(6)極小點為___$(3,-27)$___。

(7)反曲點為___$(0,0)$、$(2,-16)$___。