C3_4-1

若兩聯立方程組$\begin{cases} x-3y=-1 \\ ax-by=1 \end{cases}$和$\begin{cases} ax+by=3 \\ 2x+y=5 \end{cases}$有相同的解，則$(a,b)=$ $\underline{\quad (1,1) \quad}$。

解方程組$\begin{cases} 79x+97y=115 \\ 97x+79y=61 \end{cases}$得$(x,y)=$ $\underline{\quad (-1,2) \quad}$。

若$xy \neq 0$，則方程組$\begin{cases} y+3x=2xy \\ 3y-6x=xy \end{cases}$之解$(x,y)=$ $\underline{\quad (1,3) \quad}$。

牛肉和雞蛋每100公克的熱量與價格如右表，現以175元購買牛肉和雞蛋，並需要從這兩種食物攝取965大卡熱量，則牛肉需買 $\underline{\quad 200 \quad}$ 公克，雞蛋需買 $\underline{\quad 300 \quad}$ 公克。

	價格（元）	熱量(大卡）
牛肉	80	250
雞蛋	5	155

[素養導向]

解方程組$\begin{cases}\dfrac{xy}{x+y}=\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{yz}{y+z}=\dfrac{1}{5}\\ \dfrac{zx}{z+x}=\dfrac{1}{4}\end{cases}$ 得$x=a$、$y=b$、$z=c$，則$a-b+c=$ $\underline{\quad \dfrac{5}{6} \quad}$。

若方程組$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\ a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$之解為$(x,y)=(3,1)$，則方程組$\begin{cases}3a_1x+2b_1y=4c_1\\ 3a_2x+2b_2y=4c_2\end{cases}$之解$(x,y)=$ $\underline{\quad (4,2) \quad}$。

若方程組$\begin{cases}(k-3)x-2y=-2\\ 2x+(k+2)y=2k\end{cases}$有無限多組解，則實數$k=$ $\underline{\quad 2 \quad}$。

用克拉瑪公式解方程組$\begin{cases}x+3y-4z=5\\ x-2y+9z=8\\ 3x-y+2z=9\end{cases}$，得$x=$ $\underline{\quad 3 \quad}$。

若方程組$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$恰有一組解$(-1,2,3)$，則方程組$\begin{cases} a_1x+2b_1y+c_1z=3d_1 \\ a_2x+2b_2y+c_2z=3d_2 \\ a_3x+2b_3y+c_3z=3d_3 \end{cases}$之解$(x,y,z)=$ $\underline{(-3,3,9)}$。

求空間中三平面$E_1: x+y-z=6$，$E_2: 2x+2y+z=6$、$E_3: 5x+2y+3z=11$的交點坐標為 $\underline{(3,1,-2)}$。

利用矩陣列運算解方程組$\begin{cases} x+y-z=0 \\ 3y-z=1 \\ 2x-y-z=2 \end{cases}$，則方程組的解為 <u>無解</u>。

利用矩陣列運算解方程組$\begin{cases}2x-5y+2z=6\\6x-10y+4z=12\\9x-15y+6z=18\end{cases}$，則方程組的解為

$\begin{cases}x=0\\y=2t\\z=3+5t\end{cases}$，$t\in\mathbb{R}$ 。

一個容量 100 立方公尺的水池，由 A 、 B 兩水管注水，C 水管放水。若三水管全開，由滿水到水池全乾需 3 小時；若只開 A、C 兩水管，則滿水到全乾需 1 小時；若只開 B 、 C 兩水管，則只需 45 分鐘由滿水到水乾。則 A 、 B 、 C 三水管每小時注水（或放水）量$(x, y, z)=$ $(100, \frac{200}{3}, 200)$ 。

設 $xyz\neq 0$，若$\begin{cases}3x-y+2z=0\\x+2y-z=0\end{cases}$，則 $x:y:z=$ $3:(-5):(-7)$ 。

已知方程組$\begin{cases} x+y+(1-a)z=1 \\ x+(1-a)y+z=1 \\ (1-a)x+y+z=1 \end{cases}$，$a$ 為實數

(1) $a=$ <u>0</u> 時，方程組有無限多組解　(2) $a=$ <u>3</u> 時，方程組無解。

若矩陣$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -2 & -4 \\ 1 & 2 & 3 & 6 \\ 5 & -2 & 4 & 7 \end{array}\right]$經列運算得$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \end{array}\right]$，則$a+b+c=$ <u>3</u> 。

若矩陣$\left[\begin{array}{ccc|c} 8 & a & -7 & 15 \\ 8 & 0 & b & 30 \\ 4 & 3 & 0 & c \end{array}\right]$經列運算得$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right]$，則$(a,b,c)=$ <u>$(1,3,27)$</u> 。

烘焙教室要用麵粉、雞蛋和砂糖製作 A、B、C 三種甜點，每個甜點所需麵粉、雞蛋和砂糖各多少單位如右表。若今天老師準備了 21 單位麵粉、22 單位雞蛋、17 單位砂糖，全用完，並製作出 A 、 B 、 C 三種甜點各 x 、 y 、 z 個，則 $(x, y, z) =$ <u>$(2, 3, 1)$</u> 。 [素養導向]

原料／甜點	麵粉	雞蛋	砂糖
A	3	4	3
B	4	4	2
C	3	2	5

下列增廣矩陣 (1)恰有一組解的是 <u>(A)、(B)</u> (2)無解的是 <u>(C)</u> (3)有無限多組解的是 <u>(D)</u> 。（以 A～D 回答）

(A) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$ (B) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right]$ (C) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right]$ (D) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

C3_4-2

下列關於矩陣 $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\\ 5 & 6\end{bmatrix}$ 的敘述，何者**錯誤**？ $\underline{\quad (B) \quad}$ 。

(A) A 有 3 列 2 行　(B) A 為 2×3 階矩陣　(C)第 $(2,1)$ 元為 3　(D)第 $(1,2)$ 元為 2。

設矩陣 $A=\left[a_{ij}\right]_{2\times3}$，其中 $a_{ij}=2i+j$，則 $A=$ $\underline{\quad \begin{bmatrix}3 & 4 & 5\\ 5 & 6 & 7\end{bmatrix} \quad}$ 。

若 $\begin{bmatrix}x+y & a+2b\\ a-b & x-y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & -3\\ 3 & 1\end{bmatrix}$，則 $x=\underline{\quad 3 \quad}$ 、$y=\underline{\quad 2 \quad}$ 、$a=\underline{\quad 1 \quad}$ 、$b=\underline{\quad -2 \quad}$ 。

設 A 、B 、C 皆為二階方陣，則下列敘述哪些是正確的？（多選） $\underline{\quad (A)(B)(C)(D) \quad}$

(A) $A+B=B+A$　　(B) $A+B=C$ 則 $A=C-B$

(C) $(AB)C=A(BC)$　　(D) $(A+B)C=AC+BC$

(E) $AB=BA$　　(F) $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$

(G) $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$　　(H)若 $A^2=I_2$，則 $A=I_2$ 或 $A=-I_2$

設 $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 3\end{bmatrix}$、$B=\begin{bmatrix}4 & -1 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{bmatrix}$，求

(1) $2A=$ $\underline{\begin{bmatrix}2 & 4 & -2\\ 0 & 2 & 6\end{bmatrix}}$ (2) $A+B=$ $\underline{\begin{bmatrix}5 & 1 & 0\\ 2 & 2 & 3\end{bmatrix}}$

(3) $3A-2B=$ $\underline{\begin{bmatrix}-5 & 8 & -5\\ -4 & 1 & 9\end{bmatrix}}$ 。

設 $A=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 0 & -1\\ 2 & -2\end{bmatrix}$、$B=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 4 & 1\\ 0 & 6\end{bmatrix}$，若矩陣 X 滿足 $2(X+2A)=5A+B$，求 $X=$ $\underline{\begin{bmatrix}2 & 0\\ 2 & 0\\ 1 & 2\end{bmatrix}}$ 。

甲、乙兩校的管樂社要合辦音樂成果發表會，兩校各年級參加人數統計如下：

甲校

年級＼性別	男	女
一	3	4
二	3	2
三	2	2

乙校

年級＼性別	男	女
一	5	3
二	4	2
三	2	3

(1) 以矩陣表示成果發表會各年級男女生人數各有多少人：$\begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 7 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

(2) 要訂製演出服裝，男生需 800 元，女生需 600 元，則服裝製作費用共需 24800 元。

[素養導向]

設 $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\\ 0 & -1\end{bmatrix}$、$B=\begin{bmatrix}-2 & 4 & -1\\ 3 & 1 & 0\end{bmatrix}$，則

(1) $AB=$ $\underline{\begin{bmatrix}4 & 6 & -1\\ 5 & 11 & -2\\ -3 & -1 & 0\end{bmatrix}}$ (2) $BA=$ $\underline{\begin{bmatrix}6 & 9\\ 5 & 9\end{bmatrix}}$。

設 $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -1 & 2\end{bmatrix}$、$B=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & -1\end{bmatrix}$、$C=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 0 & -2\end{bmatrix}$，則 $AC+BC=$ $\underline{\begin{bmatrix}3 & 7\\ 2 & 4\end{bmatrix}}$。

設 $A=\begin{bmatrix}x+2 & 4\\ -1 & x-3\end{bmatrix}$，若 A 沒有乘法反方陣，則 $x=$ $\underline{\ 2\text{ 或 }-1\ }$。

設 $A=\begin{bmatrix}5&2\\2&1\end{bmatrix}$、$B=\begin{bmatrix}3&1\\4&2\end{bmatrix}$，求

(1) $A^{-1}=$ $\underline{\begin{bmatrix}1&-2\\-2&5\end{bmatrix}}$

(2) 若 $A\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\-1\end{bmatrix}$，則 $\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=$ $\underline{\begin{bmatrix}1\\-3\end{bmatrix}}$

(3) 若 $AX=B$，求二階方陣 $X=$ $\underline{\begin{bmatrix}-5&-3\\14&8\end{bmatrix}}$。

(3) $AX=B$

$$X=A^{-1}B=\begin{bmatrix}1&-2\\-2&5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3&1\\4&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5&-3\\14&8\end{bmatrix}$$

設 A、B 為二階方陣，若 $A+B=\begin{bmatrix}2&5\\1&0\end{bmatrix}$、$A-B=\begin{bmatrix}0&1\\-3&4\end{bmatrix}$，則 $A^2-B^2=$ $\underline{\begin{bmatrix}-7&11\\-1&-7\end{bmatrix}}$。

已知 A 為二階方陣，且 $A\begin{bmatrix}7\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\2\end{bmatrix}$，$A\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\1\end{bmatrix}$，則 $A=$ $\underline{\begin{bmatrix}-1&3\\2&-3\end{bmatrix}}$。

設 A 為二階方陣，若 $A^2=\begin{bmatrix}3&4\\2&3\end{bmatrix}$、$A^3=\begin{bmatrix}7&10\\5&7\end{bmatrix}$，則 $A=$ $\underline{\begin{bmatrix}1&2\\1&1\end{bmatrix}}$。

設 $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$，$A^k=\underbrace{AA\cdots A}_{k個}$，求

(1) $A^2=$ $\underline{\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}}$

(2) $A^3=$ $\underline{\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}}$

(3)若 $X^2=I$，則 $X=I$ 或 $-I$，此敘述是否正確？__否__