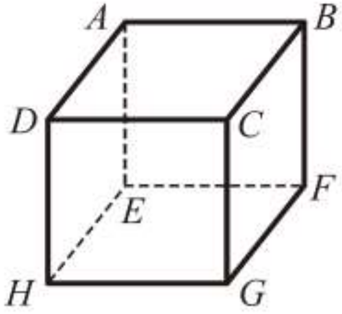
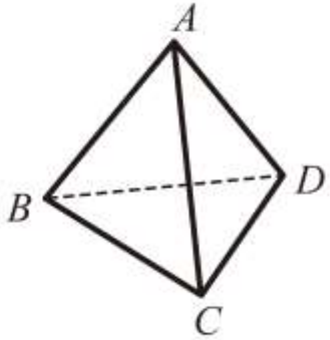
C3_3-1

(1) 如圖(一)，正方體 $ABCD-EFGH$ 的 12 個邊中，共有 __24__ 對歪斜線。

(2) 如圖(二)，正四面體 $ABCD$ 的 6 個邊中，共有 __3__ 對歪斜線。



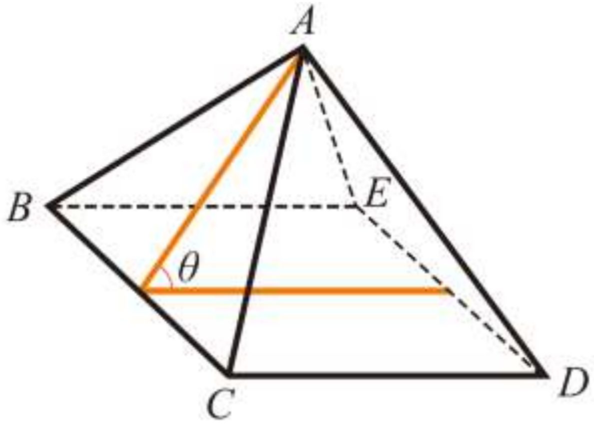
圖(一)



圖(二)

位於埃及吉薩的古夫金字塔，是最古老也最大的金字塔，同時也是古代世界七大奇蹟中最古老和唯一現存的建築物。其形體為一個正四角錐，底面是邊長為 200 公尺的正方形，側面是正三角形，如圖(三)。今想估算金字塔的高度，即頂點 A 到底面 $BCDE$ 的距離為________公尺。

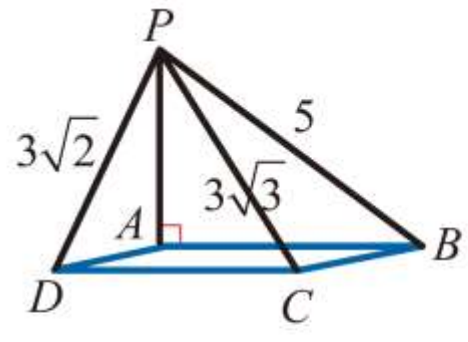
[素養導向]



圖(三)

同上題，設金字塔的側面和底面所夾的兩面角為θ，若坡度的定義為$\tan\theta$，則此金字塔斜面坡度為 $\underline{\quad\sqrt{2}\quad}$ 。 [素養導向]

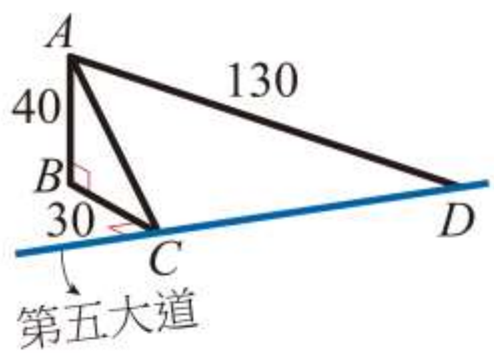
如圖(四)，過矩形$ABCD$的頂點A，作垂直矩形所在的平面之垂直線段$\overline{PA}$，若$\overline{PB}=5$，$\overline{PC}=3\sqrt{3}$，$\overline{PD}=3\sqrt{2}$，則$\overline{PA}$之長為 $\underline{\quad 4\quad}$ 。



圖(四)

如圖(五)，總統車隊在第五大道上直行，維安人員駐守在距離第五大道30公尺的高樓頂上A點，樓頂與地面距離$\overline{AB}=40$公尺。若維安人員發現可疑車輛在他正前方的第五大道上C點，總統座車在D點且和維安人員距離約130公尺，則此時可疑車輛和總統座車的距離為 $\underline{\quad 120\quad}$ 公尺。

[素養導向]



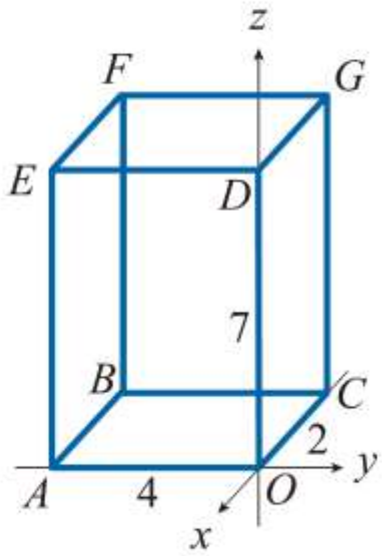
圖(五)

如圖(六)，空間中一長方體 $OABC-DEFG$，O 為原點，

若 $\overline{OA}=4$，$\overline{OC}=2$，$\overline{OD}=7$，則

(1) A 點坐標為 $\underline{(0,-4,0)}$　(2) G 點坐標為 $\underline{(-2,0,7)}$

(3) F 點坐標為 $\underline{(-2,-4,7)}$　(4) $\overline{AG}=\underline{\sqrt{69}}$。



圖(六)

設空間中三點 $A(7,3,4)$、$B(1,0,6)$、$C(4,5,-2)$，則(1) $\triangle ABC$ 的周長為 $\underline{14+7\sqrt{2}}$

(2) $\triangle ABC$ 為何種三角形？$\underline{\text{等腰直角}}$ 三角形。

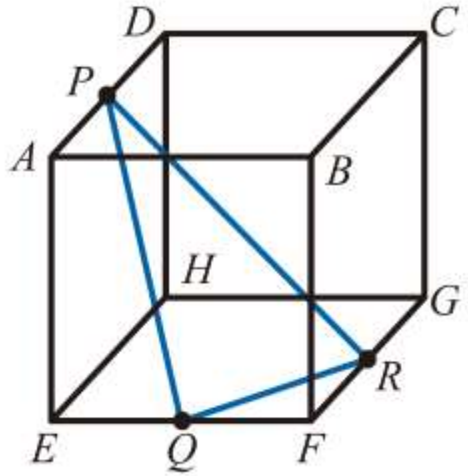
設 $P(-2,3,4)$ 為空間中一點，完成下表，求 P 點對 3 坐標平面和 3 坐標軸的投影點坐標和距離：

位置	xy 平面	yz 平面	xz 平面	x 軸	y 軸	z 軸
投影點	$(-2,3,0)$	$(0,3,4)$	$(-2,0,4)$	$(-2,0,0)$	$(0,3,0)$	$(0,0,4)$
距離	4	2	3	5	$2\sqrt{5}$	$\sqrt{13}$

設 P 點在 xy 平面上，且與 $A(-4,8,2)$、$B(2,5,5)$、$C(2,0,2)$ 三點皆等距離，則 P 點坐標為 $\left(-\frac{1}{5},\frac{23}{5},0\right)$。

設空間中 P 點在第一卦限，且到 x 軸、y 軸、z 軸的距離依序為 5、$\sqrt{34}$、$\sqrt{41}$，則 P 點坐標為 $(5,4,3)$。

一位藝術家構思一件裝置藝術，要製作一個邊長為 2 公尺的正立方體 $ABCD-EFGH$，設 $\overline{AD}$ 中點為 P，$\overline{EF}$ 中點為 Q，$\overline{FG}$ 中點為 R，若要用鋼索連接 P、Q、R 三點，如圖(七)，則(1)需準備全長 $\sqrt{6}+3\sqrt{2}$ 公尺的鋼索（固定所需長度不計）(2) $\angle PQR=$ 90 度。 [素養導向]



圖(七)

下列哪些條件可以決定一個平面？（多選） BDE

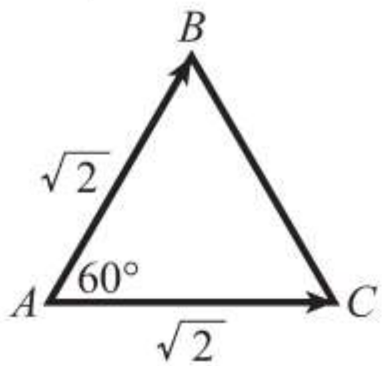
(A)相異三點 (B)一直線與線外一點 (C)兩相異直線 (D)兩平行線 (E)兩相交於一點的直線。

C3_3-2

設 $A(2,1,-1)$、$B(3,2,-1)$、$C(3,1,0)$ 為空間中三點

(1) $\overrightarrow{AB}=$ $\underline{(1,1,0)}$　(2) $|\overrightarrow{AB}|=$ $\underline{\sqrt{2}}$　(3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$ $\underline{1}$

(4) $\angle BAC=$ $\underline{60}$ 度　(5) $\triangle ABC$ 面積$=$ $\underline{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$ 平方單位。



已知 $A(1,0,-3)$、$B(2,-5,1)$、$C(3,1,2)$ 為空間中三點，若四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則 D 點坐標為 $\underline{(2,6,-2)}$。

設兩空間向量 $\overrightarrow{a}=(2,-2,1)$，$\overrightarrow{b}=(-1,1,4)$，求

(1) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=$ $\underline{(1,-1,5)}$　(2) $|2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=$ $\underline{3\sqrt{6}}$

(3) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ 和 $2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 夾角$=$ $\underline{90}$ 度。

設兩空間向量 $\overrightarrow{a}=(2,3,5)$，$\overrightarrow{b}=(-4,m,n)$，若 $\overrightarrow{a}\,/\!/\,\overrightarrow{b}$，則 $m+n=$ $\underline{-16}$。

若 $A(5,2,4)$、$B(2,-1,a)$、$C(8,b,1)$ 三點共線，則 $(a,b)=$ $\underline{\quad (7,5) \quad}$ 。

設 $\overrightarrow{a}=(-1,0,-\sqrt{3})$、$\overrightarrow{b}=(x,0,1)$ 為空間中兩向量，若 $\overrightarrow{a}$ 、$\overrightarrow{b}$ 夾角為 $150°$，則 $x=$ $\underline{\quad 0 \text{ 或 } \sqrt{3} \quad}$ 。

已知 $A(-3,1,-6)$、$B(4,2,3)$，若 P 點在 y 軸正向上，且 $\overrightarrow{PA}\perp\overrightarrow{PB}$，則 P 點坐標為 $\underline{\quad (0,7,0) \quad}$ 。

已知空間中三點 $P(6,-4,4)$、$Q(2,1,2)$、$R(3,-1,4)$，求

(1) $\overrightarrow{QP}$ 在 $\overrightarrow{QR}$ 上之正射影 $\overrightarrow{QS}=$ $\underline{\quad (2,-4,4) \quad}$

(2) $\overrightarrow{QP}$ 在 $\overrightarrow{QR}$ 上之正射影長 $\left|\overrightarrow{QS}\right|=$ $\underline{\quad 6 \quad}$

(3) P 點在 $\overleftrightarrow{QR}$ 上之投影點 S 坐標為 $\underline{\quad (4,-3,6) \quad}$

(4) P 點到 $\overleftrightarrow{QR}$ 之距離為 $\underline{\quad 3 \quad}$ 。

已知空間中三點 $P(6,-4,4)$、$Q(2,1,2)$、$R(3,-1,4)$，求

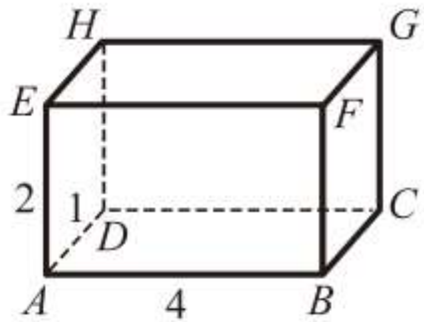
(1) $\overrightarrow{QP}$ 在 $\overrightarrow{QR}$ 上之正射影 $\overrightarrow{QS}=$ $\underline{(2,-4,4)}$

(2) $\overrightarrow{QP}$ 在 $\overrightarrow{QR}$ 上之正射影長 $\left|\overrightarrow{QS}\right|=$ $\underline{6}$

(3) P 點在 $\overleftrightarrow{QR}$ 上之投影點 S 坐標為 $\underline{(4,-3,6)}$

(4) P 點到 $\overleftrightarrow{QR}$ 之距離為 $\underline{3}$ 。

如右圖，一長方體 $ABCD-EFGH$，若 $\overline{AB}=4$，$\overline{AD}=1$，$\overline{AE}=2$，則



(1) $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BH}=$ $\underline{-11}$

(2) 設 $\angle AFC=\theta$，求 $\cos\theta=$ $\underline{\dfrac{2}{5}}$ 。

若空間中三向量 $\overrightarrow{a}=(1,2,r-1)$，$\overrightarrow{b}=(4,1,-r)$，$\overrightarrow{c}=(-1,2,r+3)$ 中任兩向量皆垂直，則實數 $r=$ $\underline{\quad -2 \quad}$。

空間中兩向量 $\overrightarrow{a}=(1,-2,3)$，$\overrightarrow{b}=(-1,1,-1)$，當有一實數 t 時，$\left|\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}\right|$ 有最小值，求(1) $t=$ $\underline{\quad 2 \quad}$ (2) $\left|\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}\right|$ 之最小值為 $\underline{\quad \sqrt{2} \quad}$。

C3_3-3

設 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{c}$ 為空間中不平行的非零向量，下列何者正確？ __C__

(A) $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}$ (B) $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=\left|\overrightarrow{a}\right|\left|\overrightarrow{b}\right|\sin\theta$（其中 θ 為 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 夾角）

(C) $\left(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}\right)\cdot\overrightarrow{a}=0$ (D) $\left|\left(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}\right)\cdot\overrightarrow{c}\right|\neq\left|\overrightarrow{a}\cdot\left(\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{c}\right)\right|$。

設有三空間向量 $\overrightarrow{a}=(2,2,-1)$，$\overrightarrow{b}=(3,5,7)$，$\overrightarrow{c}=(38,-34,r)$，若 $\overrightarrow{c}\perp\overrightarrow{a}$ 且 $\overrightarrow{c}\perp\overrightarrow{b}$，則 $r=$ __8__ 。

設 $\begin{vmatrix}1 & x & -1\\ 2 & -2 & 1\\ 3 & -2 & x\end{vmatrix}=0$，則 $x=$ __0 或 $\frac{1}{2}$__ 。

求下列行列式之值

(1) $\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ -2 & 1 & 2\\ 3 & 2 & 3\end{vmatrix}=$ __-8__ (2) $\begin{vmatrix}3 & -29 & -21\\ -1 & 11 & -13\\ -5 & 65 & -60\end{vmatrix}=$ __620__ 。

(1) 已知$\begin{vmatrix} 1 & a & x \\ 1 & b & y \\ 1 & c & z \end{vmatrix}=5$，則$\begin{vmatrix} a+x & 1 & x \\ b+y & 1 & y \\ c+z & 1 & z \end{vmatrix}=\underline{\quad -5 \quad}$ (2) $\begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}=\underline{\quad 0 \quad}$。

已知空間中三點$A(2,0,2)$、$B(-2,3,2)$、$C(6,-3,4)$，則

(1) $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\underline{\quad (6,8,0) \quad}$ (2) $\overrightarrow{AB}$ 、$\overrightarrow{AC}$ 所張之平行四邊形面積$=\underline{\quad 10 \quad}$平方單位

(3) $\triangle ABC$面積$=\underline{\quad 5 \quad}$平方單位 (4) $\left|\overrightarrow{n}\right|=5$，$\overrightarrow{n}\perp\overrightarrow{AB}$且$\overrightarrow{n}\perp\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{n}=\underline{\quad \pm(3,4,0) \quad}$。

設空間向量$\overrightarrow{a}=(-1,2,0)$，$\overrightarrow{b}=(-2,2,3)$，$\overrightarrow{c}=(1,4,4)$，則$\overrightarrow{a}$ 、$\overrightarrow{b}$ 、$\overrightarrow{c}$ 所張之平行六面體體積為$\underline{\quad 26 \quad}$。

若空間中四點$O(0,0,0)$、$P(2,k,4)$、$Q(0,k,4)$、$R(3,4,1)$四點共平面，則實數$k=$ $\underline{\quad 16 \quad}$。

解$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & -3 & 9 \end{vmatrix} = 0$，得$x =$ __2 或 -3__。

已知$\begin{vmatrix} 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 0 \\ 5 & 2 & b \end{vmatrix} = 7$，則$\begin{vmatrix} 2 & 3 & a-1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 5 & 2 & b+1 \end{vmatrix} =$ __17__。

$\begin{vmatrix} 100 & 101 & 99 \\ 199 & 200 & 201 \\ 299 & 300 & 301 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 199 & 200 & 201 \\ 299 & 300 & 301 \end{vmatrix} =$ __0__。

設$\begin{vmatrix} x & x+2 & x+4 \\ x+2 & x+4 & x \\ x+4 & x & x+2 \end{vmatrix} = 0$，則$x =$ __-2__。

若平面上三相異直線$L_1:(7-k)x+2y+3=0$、$L_2:7x+(2-k)y+3=0$、$L_3:7x+2y+(3-k)=0$恰交於一點，則實數$k=$______。

◎$Hint$：平面上三相異且互不平行的直線$L_1:a_1x+b_1y+c_1=0$，$L_2:a_2x+b_2y+c_2=0$，

$L_3:a_3x+b_3y+c_3=0$恰交於一點，則$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=0$

已知空間中三向量$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$所張之平行六面體體積為 6 立方單位，則$\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$、$3\overrightarrow{b}-4\overrightarrow{c}$、$5\overrightarrow{c}$三向量所張之平行六面體體積為______立方單位。

◎$Hint$：設$\overrightarrow{a}=(a_1,a_2,a_3)$，$\overrightarrow{b}=(b_1,b_2,b_3)$，$\overrightarrow{c}=(c_1,c_2,c_3)$，利用三階行列式的性質解之。

已知三點$A(1,0,1)$、$B(3,1,-1)$、$C(0,1,-2)$，平面E過C點且與$\overleftrightarrow{AB}$垂直，則平面E之方程式為 $\underline{\quad 2x+y-2z-5=0 \quad}$。

求過點$(3,1,2)$且與x軸垂直的平面E之方程式為 $\underline{\quad x-3=0 \quad}$。

求過點$(1,2,3)$且與yz平面平行的平面E之方程式為 $\underline{\quad x-1=0 \quad}$。

已知平面$E: x-2y+z-3=0$，求滿足下列條件的平面方程式：

(1) $E_1 // E$ 且 E_1 過點$(0,1,0)$，則E_1方程式為 $\underline{\quad x-2y+z+2=0 \quad}$

(2) $E_2 // E$ 且 E_2 的截距和為 9，則E_2方程式為 $\underline{\quad x-2y+z=6 \quad}$。

若$A(1,1,-5)$、$B(2,-1,3)$、$C(3,2,-4)$、$D(k,k-1,-8)$四點共平面，則

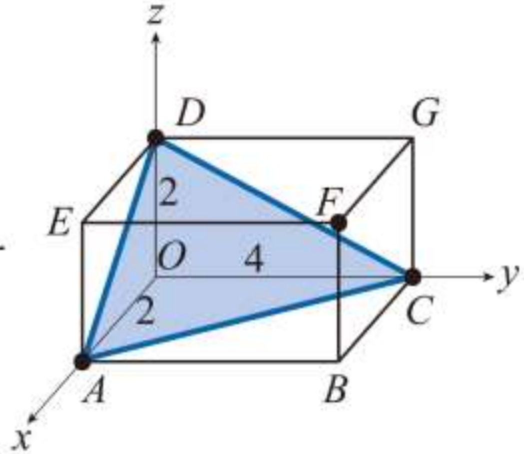
(1) 此平面方程式為 $\underline{\quad 2x-3y-z-4=0 \quad}$

(2) $k=$ $\underline{\quad 7 \quad}$。

如右圖，長方體$OABC-DEFG$，$O(0,0,0)$，$\overline{OA}=2$，$\overline{OC}=4$，$\overline{OD}=2$，A、C、D分別在x、y、z軸正向上，求

(1) 通過A、C、D三點之平面E方程式為 $2x+y+2z-4=0$

(2) F點到平面E的距離為 $\dfrac{8}{3}$ 。



求兩平面$E_1: x-y+z-3=0$和$E_2: x+y+\sqrt{6}z+2=0$的銳夾角為 $60°$ 。

若平面$x+y-\sqrt{2}z+1=0$和xz平面的銳夾角為θ，則$\cos\theta=$ $\dfrac{1}{2}$ 。

設平面$E_1: 3x-2y+z+1=0$，$E_2: x+y+cz-8=0$，$E_3: ax+by-z+5=0$，若$E_1\perp E_2$且$E_1 // E_3$，則$a+b+c=$ -2 。

已知平面$E: 2x+y+2z=0$，

(1) 若$P(a,6,6)$和E的距離為6，則$a=$ 0或-18

(2) 若平面E_1平行E，且和E的距離為9，則E_1方程式為 $2x+y+2z\pm 27=0$ 。

若平面 E 過點 $(1,2,-1)$，且與兩平面 $E_1: x+y-z+4=0$ 和 $E_2: 3x+y+2z-3=0$ 均垂直，則平面 E 之方程式為 $\underline{\quad 3x-5y-2z+5=0 \quad}$。

設兩平面 $E_1: ax-\sqrt{2}y+z+1=0$ 和 $E_2: x-2=0$ 夾角為 $60°$，則實數 a 之值為 $\underline{\quad \pm 1 \quad}$。

已知平面 $E: 3x+2y-z-5=0$ 及兩點 $A(1,3,-1)$、$B(-1,5,5)$，若 $\overline{AB}$ 和平面 E 交於 P 點，求 $\overline{AP}:\overline{PB}=$ $\underline{\quad 5:3 \quad}$。

求點 $P\ (1,2,3)$ 對平面 $E: x+2y-z+4=0$ 的投影點 Q 坐標為 $\underline{\quad (0,0,4) \quad}$。

在一個抽象藝術展間中，天花板懸吊一木棍 $\overline{AB}$，兩端坐標為 $A\left(0,1,\sqrt{2}\right)$、$B\left(\sqrt{3},2,3\sqrt{2}\right)$，欲將木棍投影到平面 $E: x+\sqrt{3}y=0$ 上，則

(1) 木棍 $\overline{AB}$ 和平面 E 的法向量 $\overrightarrow{n}$ 的銳夾角為 $\underline{\quad 60° \quad}$

(2) 木棍 $\overline{AB}$ 在平面 E 上投影長為 $\underline{\quad 3 \quad}$。 [素養導向]