C3_2-1

設x、y均為整數，若$6^x\times 8^y=2^{11}\times 3^5$，則$x-y=$ $\underline{\quad 3 \quad}$。

$\left(2+\sqrt{5}\right)^4\left(2-\sqrt{5}\right)^3$之值為 $\underline{\quad -2-\sqrt{5} \quad}$。

求下列各式之值

(1) $\left[\left(2^{-1}\right)^{-3}\times\left(2^2\right)^{-2}\right]^6=$ $\underline{\quad \frac{1}{64} \quad}$ (2) $\dfrac{2^{-3}+3^{-2}}{1^{-1}+5^{-2}+9^0}=$ $\underline{\quad \frac{25}{216} \quad}$。

設$\left(a^{-1}\times b^{-2}\right)^3\times\left(b^{-1}\times a^2\right)^{-3}=a^x b^y$，且$a$、$b$均為正數，則數對$(x,y)=$ $\underline{\quad (-9,-3) \quad}$。

設$a>0$，若$a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{5}$，則

(1) $a+a^{-1}=$ $\underline{\quad 3 \quad}$ (2) $a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}=$ $\underline{\quad 2\sqrt{5} \quad}$ (3) $a^2+a^{-2}=$ $\underline{\quad 7 \quad}$。

設$a>0$，若$a^x+a^{-x}=3$，則$\dfrac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^{2x}+a^{-2x}}=$ $\underline{\quad \frac{18}{7} \quad}$。

求下列各式之值

(1) $5^{4.3}\times5^{-3.8}\div5^{2.5}=$ $\underline{\dfrac{1}{25}}$ (2) $(0.0625)^{0.25}=$ $\underline{\dfrac{1}{2}}$

(3) $\left[\left(\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{4}}\right]^{-16}=$ $\underline{\dfrac{1}{9}}$ (4) $\left(\dfrac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}=$ $\underline{\dfrac{9}{4}}$。

若$\left(\dfrac{\sqrt[4]{a^2b^6}\times\sqrt[6]{a}}{\sqrt[3]{a^2b}}\right)^6=a^xb^y$，且$a$、$b$均為正數，則數對$(x,y)=$ $\underline{(0,7)}$。

若$\sqrt[3]{81\sqrt[4]{729\div\sqrt[3]{81}}}=3^x$，$x=$ $\underline{\dfrac{31}{18}}$。

已知$9^x=5$，則$27^{1-x}\times10=$ $\underline{\dfrac{54\sqrt{5}}{5}}$。

設 $a^{2x}=5$，則 $\dfrac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^{x}-a^{-x}}=$ $\underline{\quad \dfrac{63}{10} \quad}$。

臺灣曾爆發輻射鋼筋汙染住宅，汙染源的鈷 60 其半衰期（衰變成原來一半）所需時間為 5 年半。若輻射劑量原本有 8 毫西弗，而安全劑量為 1 毫西弗，則此鈷 60 汙染的鋼筋需 $\underline{\quad 16.5 \quad}$ 年後才能衰變剩 1 毫西弗。 [素養導向]

設 x、y 為實數，若 $(328)^{x}=16$，$(41)^{y}=64$，則 $\dfrac{4}{x}-\dfrac{6}{y}=$ $\underline{\quad 3 \quad}$。

照度的單位為勒克斯（Lux），表燭光在距離 1 公尺的物體表面產生的照度〔照度 L（勒克斯）與距離 d（公尺）的關係式為 $L=8\times10^{4}\times d^{-\frac{3}{2}}$〕

(1) 若要求照度為 10 勒克斯，則距離 d 為 $\underline{\quad 400 \quad}$ 公尺

(2) 若 $d=100$ 公尺時，照度為 L_0，當照度欲提升成 $10L_0$ 時，距離 d 應為 $\underline{\quad 10\sqrt[3]{10} \quad}$ 公尺。 [素養導向]

C3_2-2

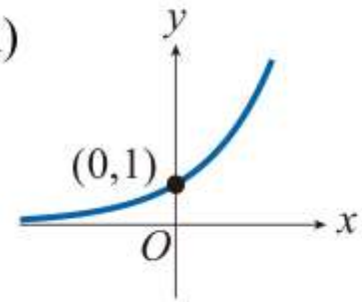
設 $0<a\neq 1$，則有關 $f(x)=a^x$ 的敘述何者正確？ (B)

(A) $f(1)=0$　(B) $f(x_1+x_2)=f(x_1)\times f(x_2)$　(C) $f(x_1-x_2)=f(x_1)-f(x_2)$

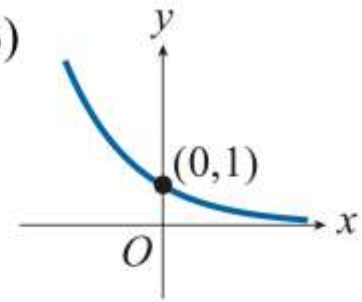
(D) $x_1>x_2 \quad\Rightarrow\quad f(x_1)>f(x_2)$。

下列何者是 $y=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$ 的圖形？ (A)

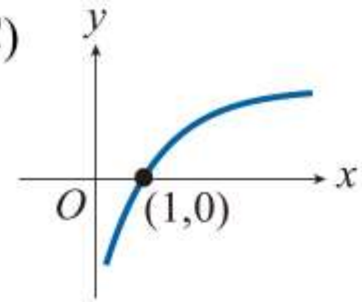
(A)



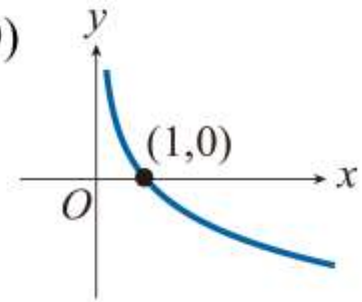
(B)



(C)



(D)



函數 $y=2^{-x}$ 的圖形向左平移 1 單位，再向下平移 3 單位，所得新的函數為 $y=$ $\frac{1}{2^{x+1}}-3$ ，其圖形和 y 軸的交點坐標為 $\left(0,-\frac{5}{2}\right)$ 。

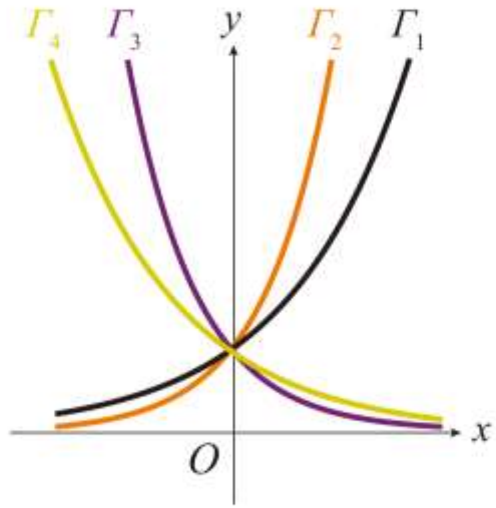
試比較下列各數的大小（由大排到小）

(1) $a=625^{\frac{1}{5}}$，$b=125^{\frac{1}{4}}$，$c=25^{\frac{1}{3}}$，$d=\sqrt{5}$：$\underline{\quad a>b>c>d \quad}$

(2) $a=(0.7)^{\frac{1}{3}}$，$b=(0.49)^{\frac{1}{5}}$，$c=(0.343)^{\frac{1}{7}}$：$\underline{\quad a>b>c \quad}$

(3) $a=5^{74}$，$b=3^{111}$，$c=2^{148}$：$\underline{\quad b>a>c \quad}$。

如圖(一)，Γ_1、Γ_2、Γ_3、Γ_4分別代表$y=a^x$、$y=b^x$、$y=c^x$、$y=d^x$的指數函數圖形，則a、b、c、d由大至小的順序為$\underline{\quad b>a>d>c \quad}$。



圖(一)

若$\left(\frac{1}{3}\right)^a=\frac{1}{60}$，$\left(\frac{1}{9}\right)^b=\frac{1}{6400}$，$\left(\frac{1}{27}\right)^c=\frac{1}{343000}$，則$a$、$b$、$c$由大至小為 $b>c>a$ 。

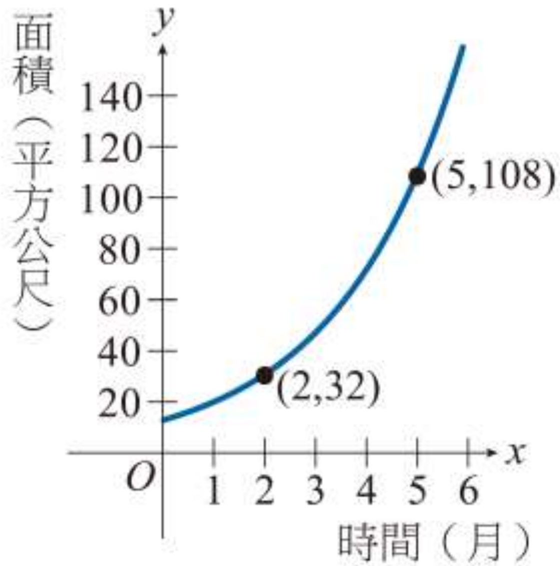
實驗室中培養某細菌發現它每小時增加一倍數量，若放N隻細菌進培養皿，過 3 小時後細菌數變成S隻，再過 2 小時，細菌數變成$S+480$隻，則數對$(N,S)=$ $(20,160)$ 。

布袋蓮是一種繁殖力極強的植物，小明在面積為 500 平方公尺的水池中放入一些布袋蓮，已知布袋蓮在水面覆蓋的面積$f(x)$（單位：平方公尺）和時間x（單位：月）的關係為$f(x)=k\times a^x$，若投入布袋蓮x個月後觀測其覆蓋面積繪製出圖(二)，則

(1) $a=$ $\frac{3}{2}$ ；

(2) $k=$ $\frac{128}{9}$ ；

(3)6 個月後布袋蓮的覆蓋面積為 162 平方公尺。



圖(二)

牛頓冷卻定律描述物體在常溫環境下所損失熱的速率，與物體和其周圍環境間的溫差成比例。如果物體的原始溫度為T_0，經過t分鐘冷卻溫度變成$T(t)$，周圍環境溫度為C，則$T(t)=C+(T_0-C)\times e^{-kt}$，其中$e$為尤拉數，即一常數，而$k$則為與物體性質有關的常數。若用90°C的開水沖泡咖啡，置於26°C的室內，5分鐘後咖啡的溫度變成58°C，則20分鐘後咖啡的溫度降為__30__°C。(最適合沖煮咖啡的水溫為88到92°C之間，太熱的水會沖出咖啡的焦苦味，水溫太低則會萃取不足，而最適合品味咖啡的酸度、醇厚度是降溫至50°C以下的時候。) [素養導向]

解下列方程式

(1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3}=\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-9}$：$x=$__$4$__；(2) $2^{2x+3}-3\times2^{x+1}+1=0$：$x=$__$-1$或$-2$__。

解不等式：$(0.36)^{x-2}>\frac{1}{0.216}$：__$x<\frac{1}{2}$__。

C3_2-3

求下列對數之值

(1) $\log_2 \dfrac{1}{32} = \underline{\quad -5 \quad}$ (2) $\log_{\frac{1}{9}} \sqrt{27} = \underline{\quad -\dfrac{3}{4} \quad}$ (3) $\log_{49} \sqrt[3]{7} = \underline{\quad \dfrac{1}{6} \quad}$

(4) $\log_{101} 1 = \underline{\quad 0 \quad}$ (5) $\log_{0.01} 0.00001 = \underline{\quad \dfrac{5}{2} \quad}$ 。

設 $\log_3 x = -2$ ，則 $\log_x 27 = \underline{\quad -\dfrac{3}{2} \quad}$ 。

設 $\log_x \left(x^2 + 3x\right)$ 有意義，則實數 x 的範圍為 $\underline{\quad x > 0 \text{ 且 } x \neq 1 \quad}$ 。

$\log_2 \sqrt{8+3\sqrt{7}} + \log_2 \sqrt{8-3\sqrt{7}} = \underline{\quad 0 \quad}$ 。

$\log_9 3^x + \log_6 \dfrac{1}{\sqrt[3]{36}} = 2$ ，則 $x = \underline{\quad \dfrac{16}{3} \quad}$ 。

設 $\log_a \sqrt[3]{25} = \dfrac{2}{3}$ ， $\log_8 b = -\dfrac{1}{3}$ ， $\log_2 \dfrac{1}{16} = c$ ，則 $a + 2b + 3c = \underline{\quad -6 \quad}$ 。

$2^{\frac{\log_3 25}{\log_9 5}}+9^{\log_3 2}=$ ___20___ 。

求下列各式之值

(1) $4\log_2\sqrt{2}-\frac{1}{2}\log_2 3+\log_2\frac{\sqrt{3}}{2}=$ ___1___

(2) $\log_{\frac{1}{16}}\frac{1}{2}+\log_{\frac{1}{25}}\frac{1}{5}+\log_{\frac{1}{27}}\frac{1}{3}=$ ___$\frac{13}{12}$___ 。

設$a=\log_{10}2$ 、 $b=\log_{10}3$，試以a 、 b 表示下列各數

(1) $\log_{10}\sqrt{24}=$ ___$\frac{3}{2}a+\frac{1}{2}b$___ (2) $\log_{10}\frac{27}{50}=$ ___$a+3b-2$___ (3) $\log_8 9=$ ___$\frac{2b}{3a}$___ 。

求下列各式之值

(1) $(\log_2 5+\log_4 25)\times\log_5 16=$ ___8___

(2) $(\log_2 3+\log_4 27)\left(\log_3 2+\log_9\frac{1}{8}\right)=$ ___$-\frac{5}{4}$___ 。

$\log_{10}\left(\sqrt{6+\sqrt{35}}-\sqrt{6-\sqrt{35}}\right)=$ $\underline{\quad \frac{1}{2} \quad}$ 。

$\log_4 5\times\log_5 6\times\log_6 7\times\log_7 8=$ $\underline{\quad \frac{3}{2} \quad}$ 。

$(\log_2 6)(\log_3 6)-(\log_2 3+\log_3 2)=$ $\underline{\quad 2 \quad}$ 。

$\dfrac{(\log_{10}2)^3+(\log_{10}5)^3-1}{(\log_{10}2)^2+(\log_{10}5)^2-1}=$ $\underline{\quad \frac{3}{2} \quad}$ 。

國際上使用芮氏地震規模來表示地震規模的大小，由觀測點處的地震儀所記錄到地震波最大振幅的常用對數(底數是 10 的對數)演算而得，而地震時釋放的能量 $E(M)$(萬焦耳）和芮氏地震規模 M 之間的關係為 $\log_{10}E(M)=4.8+1.5M$ 。

(1)若某次地震的芮氏規模為 4，則此次地震所釋放的能量為 $\underline{\quad 10^{10.8} \quad}$ 萬焦耳

(2)若芮氏規模 x 的地震所釋放的能量為芮氏規模 4 的 1000 倍，則 $x=$ $\underline{\quad 6 \quad}$ 。[素養導向]

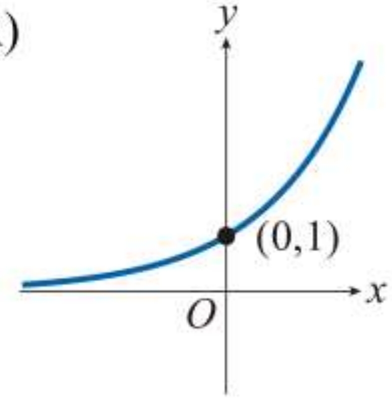
C3_2-4

下列有關 $y=\log_2 x$ 的圖形性質，哪些**錯誤**？（多選）<u>(D)、(F)</u>

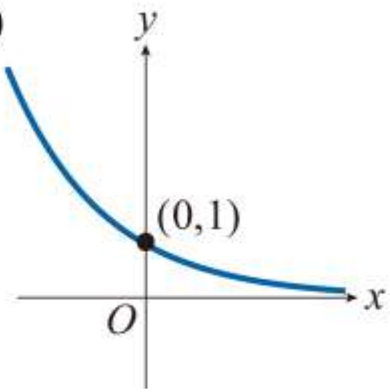
(A)與 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 對稱 x 軸　(B)與 $y=2^x$ 對稱 $x=y$　(C)必過點 $(1,0)$　(D)圖形都落在 x 軸上方　(E)與 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 的圖形恰交於一點　(F)和任何鉛直線交於一點。

下列何者是 $y=\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{x}$ 的圖形？<u>(C)</u>

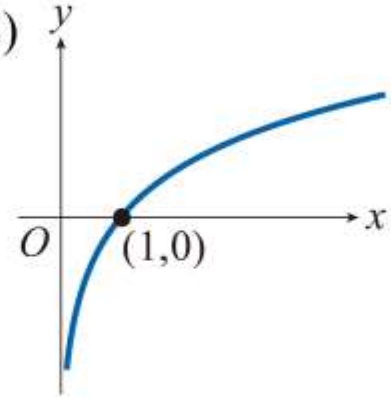
(A)



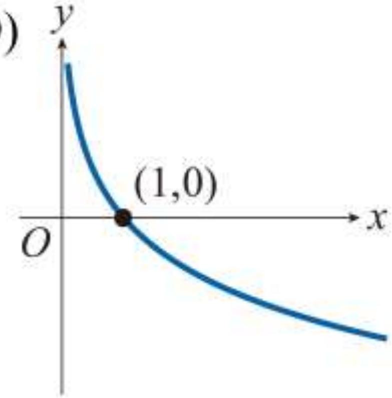
(B)



(C)



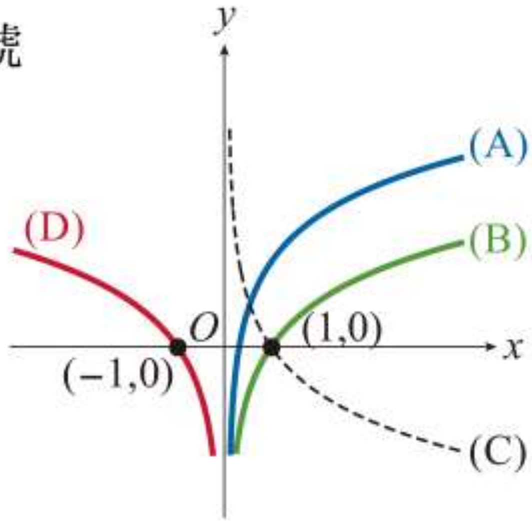
(D)



右圖為 4 個對數函數圖形，填入下列對數函數的圖形對應代號

(1) $y=\log_2 x$ ：__(B)__　　(2) $y=-\log_2 x$ ：__(C)__

(3) $y=\log_2(-x)$ ：__(D)__　　(4) $y=\log_2 4x$ ：__(A)__。

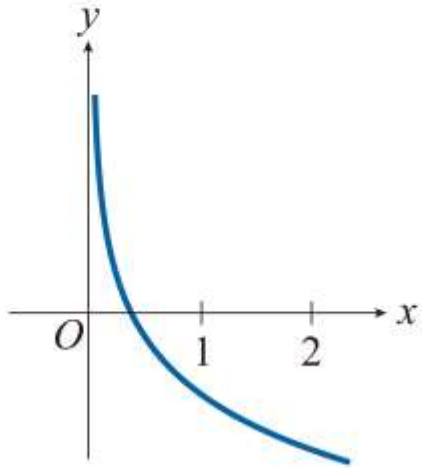


將 $y=\log_2 x$ 的圖形向右平移 1 單位，再向下平移 2 單位，所得新的函數為 $y=f(x)$ ，則 $f(9)=$ __1__ 。

右圖為函數 $y=b+\log_a x$ 的圖形，其中 a 、 b 均為實數，則下列敘述何者正確？__(D)__

(A) $a>1$ ， $b>0$ (B) $a>1$ ， $b<0$ (C) $0<a<1$ ， $b>0$

(D) $0<a<1$ ， $b<0$ 。



設$a>0$且$a\neq 1$，則下列有關函數$f(x)=\log_a x$的敘述，何者正確？$\underline{\quad (C) \quad}$

(A) $f(2)+f(3)=f(5)$　(B) $f(27)=3f(9)$　(C) $f(27)-f(9)=f(3)$

(D)若$x_1>x_2$，則$f(x_1)>f(x_2)$。

若函數$y=f(x)$滿足$f(m)+f(n)=f(mn)$，其中m、$n>0$。若$f(3)=5$，則$f(27)=$ $\underline{\quad 15 \quad}$。

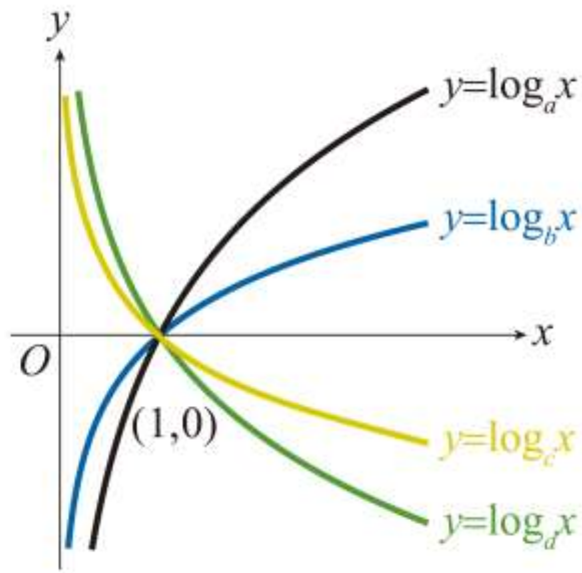
將下列各數由大至小的順序排列

(1) $a=3$，$b=3\log_3 2$，$c=2\log_9 16$：$\underline{\quad a>c>b \quad}$

(2) $a=\log_2 7$，$b=\log_4 81$，$c=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{10}$，$d=3$：$\underline{\quad c>b>d>a \quad}$

(3) $a=2\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{5}$，$b=\log_{\frac{1}{4}}26$，$c=\log_{\frac{1}{8}}99$：$\underline{\quad c>a>b \quad}$。

右圖為 $y=\log_a x$、$y=\log_b x$、$y=\log_c x$ 和 $y=\log_d x$ 4 個對數函數的圖形，其中 a、b、c、d 均大於 0 且不等於 1，則 a、b、c、d 由大至小的順序為 $\underline{\quad b>a>d>c \quad}$。



設函數 $y=\log_a(x-1)$ 的圖形通過 $(b,0)$、$(3,1)$、$(9,c)$ 三點，則 $a+b+c=$ $\underline{\quad 7 \quad}$。

設某種藥物經由靜脈注射 t 小時後，在體內的殘留量為 $V(t)$ 毫克，且 $\log_{10}V(t)=a-bt$，其中 a、b 為常數。今注射該藥物第 1 小時和第 2 小時後測得體內的殘留量為 3 毫克和 0.6 毫克，則 $a=$ $\underline{\quad \log_{10}15 \quad}$，$b=$ $\underline{\quad \log_{10}5 \quad}$，該藥物原始注射劑量為 $\underline{\quad 15 \quad}$ 毫克。

[素養導向]

解下列各方程式

(1) $\log_3\left(x^2-5x+15\right)=1+\log_3 x$，$x=$ __3或5__

(2) $\log_{10}\left(x^2+x+18\right)-\log_{10}\left(x+1\right)=1$，$x=$ __1或8__。

解下列各不等式

(1) $\log_2\left(x-3\right)<\log_2\left(5-x\right)$：__$3<x<4$__

(2) $\log_{\frac{1}{3}}\left(2x-3\right)>\log_{\frac{1}{3}} x$：__$\frac{3}{2}<x<3$__。

C3_2-5

已知$\log 4.51 = 0.6542$，則

(1) $\log 451000 =$ <u>5.6542</u>，首數= <u>5</u>，尾數= <u>0.6542</u>

(2) $\log 0.000451 =$ <u>-3.3458</u>，首數= <u>-4</u>，尾數= <u>0.6542</u>。

已知$\log 6.25 = 0.7959$，求下列各式中之x值

(1) $\log x = 4.7959$，$x =$ <u>62500</u>

(2) $\log x = -3.2041$，$x =$ <u>0.000625</u>。

已知$\log 2.52 = 0.4014$，則$\log\sqrt{0.00252} =$ <u>-1.2993</u>。

已知$\log 2 = 0.3010$，$\log 3 = 0.4771$，則

(1) $\log 120 =$ <u>2.0791</u>　(2) $\log 0.0036 =$ <u>-2.4438</u>。

已知$\log 2 = 0.3010$，$\log 3 = 0.4771$，則

(1) 24^{30}是 <u>42</u> 位數

(2) 24^{30}最高位數的數字是 <u>2</u>。

已知 $\log 2 = 0.3010$，則 $\left(\frac{1}{8}\right)^{20}$ 在小數點後第 __19__ 位開始不為 0。

已知 $\log 2 = 0.3010$，$\log 3 = 0.4771$，則

(1) 滿足 $10^5 < 2^n < 10^6$ 之正整數 n 有 __3__ 個

(2) 滿足 $\left(\frac{1}{3}\right)^n < 10^{-5}$ 之最小正整數 $n =$ __11__。

若 6^{90} 是 71 位數，則 6^{30} 是 __24__ 位數。

7^{100} 是 85 位數，11^{100} 是 105 位數，則 77^{20} 是 __38__ 位數。

設 $k = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots\cdots + 2^{100}$，若 $\log 2 = 0.3010$，則 k 為 __31__ 位數。

設 $10 < x < 100$ 且 $\log x^2$ 與 $\log \frac{1}{x}$ 尾數相同，則 $x =$ __$10\sqrt[3]{10}$ 或 $10\sqrt[3]{100}$__。

「十二平均律」是鋼琴音階的依循規則：將 1 個八度音平分成 12 等分，每一等分稱為半音，音高八度表示頻率加倍。八度音將頻率分成 12 等分，即分成 12 項的等比數列，每個音的頻率均為前一個音的 $\sqrt[12]{2}$ 倍，依此原則來調音。若第一個音頻率為 a ，則 (1)第__25__個音頻率為 $4a$ (2)第__20__個音頻率最接近 $3a$ 。($\log 2 = 0.3010$ ，$\log 3 = 0.4771$) [素養導向]

一個社會若 65 歲以上人口占總人口數 20%以上，稱之為「超高齡社會」，若某國在 2000 年時總人口數為 2000 萬，65 歲以上人口有 200 萬，假設每年人口總數比前一年增加 0.5%，而 65 歲以上者比前一年增加 3%，則該國預計再過__29__年邁入超高齡社會。（答案取至整數位，$\log 2 = 0.3010$ ，$\log 1.03 = 0.0128$ ，$\log 1.005 = 0.0022$ ） [素養導向]