C3_1-1

(1) $\cos 105^\circ =$ $-\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ (2) $\tan 105^\circ =$ $-2-\sqrt{3}$ 。

$\sin 77^\circ \cos 32^\circ - \cos 77^\circ \sin 32^\circ =$ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 。

$\dfrac{\tan 140^\circ + \tan 70^\circ}{1-\tan 140^\circ \tan 70^\circ} =$ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 。

設 $0<\alpha<\dfrac{1}{2}\pi<\beta<\pi$ ，若 $\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$ ， $\cos\beta=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ ，求

(1) $\sin(\alpha+\beta)=$ $\dfrac{2}{25}\sqrt{5}$ (2) $\cos(\alpha-\beta)=$ $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ 。

$\triangle ABC$ 中，若 $\tan A=\frac{1}{3}$，$\tan B=-2$，則 (1) $\tan C=$ __1__ (2) $\angle C=$ __45__ 度。

設 $\tan\alpha$、$\tan\beta$ 為方程式 $x^2+4x-2=0$ 的兩根，則 $\tan(\alpha+\beta)=$ __$-\frac{4}{3}$__ 。

◎*Hint*：利用根與係數關係求 $\tan\alpha+\tan\beta$ 和 $\tan\alpha\tan\beta$

設 $\cos\theta=\frac{1}{3}$ 且 $\sin\theta<0$，則 (1) $\sin 2\theta=$ __$-\frac{4\sqrt{2}}{9}$__ (2) $\cos 2\theta=$ __$-\frac{7}{9}$__ 。

設 $\tan\theta=\frac{1}{2}$，則 (1) $\tan 2\theta=$ __$\frac{4}{3}$__ (2) $\sin 2\theta=$ __$\frac{4}{5}$__ 。

已知 $\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$，則 $\sin 2\theta=$ __$\frac{1}{2}$__ 。

求下列各組直線的夾角：

(1) $L_1: x+4y-10=0$ 、 $L_2: 3x-5y+5=0$ ， $\theta=$ $\underline{\quad 45^\circ \text{或} 135^\circ \quad}$

(2) $L_1: 6x-13y+5=0$ 、 $L_2: 13x+6y-9=0$ ， $\theta=$ $\underline{\quad 90^\circ \quad}$

(3) $L_1: x=1$ 、 $L_2: x+\sqrt{3}y-2=0$ ， $\theta=$ $\underline{\quad 60^\circ \text{或} 120^\circ \quad}$

(4) $L_1: y=0$ 、 $L_2: \sqrt{2}x-\sqrt{6}y+\sqrt{3}=0$ ， $\theta=$ $\underline{\quad 30^\circ \text{或} 150^\circ \quad}$ 。

設兩直線 $x+3=0$ 、 $2x+3y=0$ 所夾的銳角為 θ ，則 $\cos\theta=$ $\underline{\quad \dfrac{2\sqrt{13}}{13} \quad}$ 。

設兩直線 $L_1: 2x+y-1=0$ 與 $L_2: x+ky+5=0$ 的交角為 $\dfrac{1}{4}\pi$ ，則 $k=$ $\underline{\quad -\dfrac{1}{3} \text{或} 3 \quad}$ 。

設 $f(x)=\sin x-\cos x+3$，若 $f(x)$ 的最大值為 M，最小值為 m，則 $M+m=$ __6__ 。

設 $f(x)=\sqrt{3}\sin x+\cos x$，$0\le x<2\pi$，則

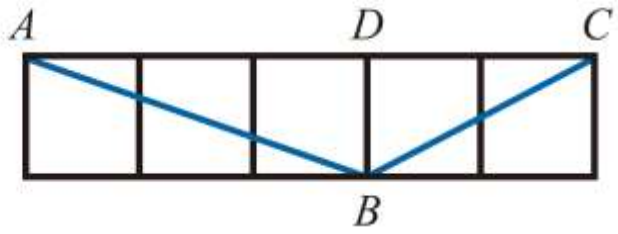
(1) 當 $x=$ __$\frac{1}{3}\pi$__ 時，$f(x)$ 有最大值= __2__

(2) 當 $x=$ __$\frac{4}{3}\pi$__ 時，$f(x)$ 有最小值= __-2__ 。

試求 $\tan 65°-\tan 20°-\tan 65°\tan 20°+2$ 之值為 __3__ 。

如右圖，每個小四邊形都是邊長為 1 的正方形，

則 $\angle ABC=$ __135__ 度。



已知$\cos\theta=\frac{1}{3}$且$0<\theta<\frac{1}{2}\pi$，則$3\sin\frac{\theta}{4}\cos\frac{\theta}{4}\cos\frac{\theta}{2}=$ $\underline{\frac{\sqrt{2}}{2}}$。

已知$\sin 2\theta=\frac{1}{3}$且$\frac{1}{2}\pi<2\theta<\pi$，則$\sin^4\theta-\cos^4\theta=$ $\underline{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$。

設$f(x)=4\sin x-\cos 2x+4$，若$f(x)$的最大值為M，最小值為m，則數對$(M,m)=$ $\underline{(9,1)}$。

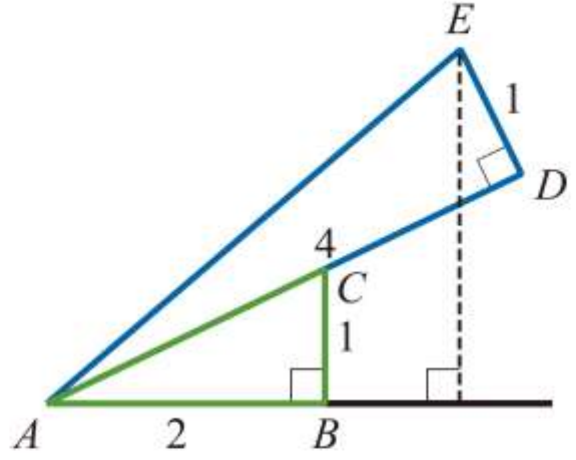
設$0\le x<2\pi$，則函數$f(x)=2\sqrt{3}\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-4\sin x$的最大值為$\underline{2}$。

◎*Hint*：利用和角公式和疊合公式

某大樓一樓大廳欲放置一個由兩塊側面為直角三角形的壓克力積木塊堆疊之裝置藝術品（如右圖），若 $\overline{AB}=2$ 公尺，$\overline{BC}=1$ 公尺，$\overline{AD}=4$ 公尺，$\overline{DE}=1$ 公尺，因為天花板高度為 3 公尺，欲知此裝置藝術品是否超高，需計算藝術品最高點 E 到地面的高度為 __2.68__ 公尺。

（$\sqrt{5}\fallingdotseq 2.24$ ，四捨五入算至小數點以下第 2 位）

[素養導向]



C3_1-2

一樹被強風吹折，樹頂著地，其著地處與樹根相距 3 公尺，折下的樹枝與地面成 60° 角，則此樹原來的高度為 $\underline{\quad 3\sqrt{3}+6 \quad}$ 公尺。

一人於地面上 A 點測得建築物頂仰角為 45°，向建築物前進 200 公尺到達 B 點後，再測得建築物頂仰角為 60°，則此建築物的高度為 $\underline{\quad 100\left(3+\sqrt{3}\right) \quad}$ 公尺。

華盛頓紀念碑為美國首都華盛頓哥倫比亞特區的地標，用以紀念美國總統喬治・華盛頓。白色大理石的埃及方尖碑造型，為世界最高的石造建築，美國政府於 1899 年宣布，華盛頓特區任何建築物的高度均不得超過華盛頓紀念碑。今小明欲測量紀念碑的高度，自地面 A 點測得碑頂仰角為 30°，向紀念碑的方向前進 124 公尺到達 B 點，再測得碑頂仰角為 45°，若 $\sqrt{3}\fallingdotseq 1.732$，則紀念碑高度約為 $\underline{\quad 169 \quad}$ 公尺。(取到整數位)

[素養導向]

山頂有一座高 20 公尺的塔，某人於地面上某處測得山頂的仰角為 45°，塔頂的仰角為 60°，則山高為 $\underline{\quad 10\left(\sqrt{3}+1\right) \quad}$ 公尺。

國家廣場是美國首都華盛頓特區的熱門景點，華盛頓紀念碑在廣場中央，林肯紀念堂在其西側距離 1200 公尺處，是為了紀念亞伯拉罕・林肯總統建造的希臘復興式建築。若登上華盛頓紀念碑頂往林肯紀念堂的方向觀測，到紀念堂底俯角為 α，到紀念堂頂俯角為 β，其中 $\tan\alpha = 0.141$，$\tan\beta = 0.12$，則林肯紀念堂的高度約為__25__公尺。（取到整數位）

[素養導向]

一帆船在湖上沿直線前進，某人在岸邊觀測站測得帆船在其北 $80°$ 西距離 $100\sqrt{3}$ 公尺，5 分鐘後，帆船在觀測站東 $20°$ 北距離 200 公尺處，則帆船的速度為每分鐘__$20\sqrt{13}$__公尺。

海岸邊有 A、B 兩座燈塔，海上有一艘船 C，若 $\angle CAB = 45°$、$\angle CBA = 60°$，A、B 兩座燈塔相距 10 公里，則船到 B 燈塔距離為__$10\left(\sqrt{3}-1\right)$__公里。

一人在古塔正東方平地上 A 點，測得塔頂仰角為 $60°$，自 A 點向南行 8 公尺到 B 點，再測塔頂仰角為 $30°$，則塔高為__$2\sqrt{6}$__公尺。

海岸邊有 A、B 兩座燈塔，海中有一小島 C，若 $\angle CAB = 30°$、$\angle CBA = 60°$，A、B 兩座燈塔相距 200 公里，則小島和岸邊距離為 $\underline{\quad 50\sqrt{3} \quad}$ 公里。

某人站在 A、B 兩塔腳連線中點處，測得 A、B 兩塔塔頂仰角分別為 $60°$ 和 $30°$，則 A 塔高為 B 塔高的 $\underline{\quad 3 \quad}$ 倍。

有一塔分成三層，已知第三層（最上一層）高 12 公尺，今在地面上某點觀測第一、二、三層頂的仰角分別為 $45°$、$60°$、$75°$，則第一層的高度為 $\underline{\quad 6 \quad}$ 公尺。

自地面共線的三點 A、B、C 測一山頂，得仰角分別為 $30°$、$45°$、$60°$（但 A、B、C 三點與山的垂足不共線），若 $\overline{AB} = \overline{BC} = 200$ 公尺，則山高為 $\underline{\quad 100\sqrt{6} \quad}$ 公尺。

C3_1-3

將下列極坐標化為直角坐標

(1) $\left(0,\dfrac{\pi}{5}\right)=$ $\underline{(0,0)}$ (2) $\left(2\sqrt{2},\dfrac{7}{4}\pi\right)=$ $\underline{(2,-2)}$ 。

設 $A(-5,1)$，$B\left(5-6\sqrt{3},-7\right)$，若 C 點為 $\overline{AB}$ 的中點，則 C 點的極坐標為 $\underline{\left(6,\dfrac{7}{6}\pi\right)}$ 。

設 $A(3,21°)$，$B\left(7\sqrt{2},66°\right)$，則 $\overline{AB}$ 之長為 $\underline{\sqrt{65}}$ 。

求下列各複數的絕對值

(1) $\left|(1+i)(1-2i)(1+3i)\right|=$ $\underline{10}$

(2) $\left|\dfrac{(-3+4i)^7\left(-1+\sqrt{3}i\right)^3}{(4-3i)^5\left(1-\sqrt{3}i\right)^5}\right|=$ $\underline{\dfrac{25}{4}}$ 。

將下列各複數化為以主輻角表示之極式

(1) $z_1 = -2 =$ $\underline{2(\cos\pi + i\sin\pi)}$

(2) $z_2 = -2\sqrt{3} + 6i =$ $\underline{4\sqrt{3}\left(\cos\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{2}{3}\pi\right)}$

(3) $z_3 = 5\sqrt{3} + 5i =$ $\underline{10\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)}$

(4) $z_4 = \frac{4}{1+i} =$ $\underline{2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7}{4}\pi + i\sin\frac{7}{4}\pi\right)}$

(5) $z_5 = \left(\frac{1-\sqrt{3}i}{\sqrt{2}}\right)^2 =$ $\underline{2\left(\cos\frac{4}{3}\pi + i\sin\frac{4}{3}\pi\right)}$

求下列各複數的主輻角

(1) $z_1 = \cos 60° - i\sin 60°$ ，$\mathrm{Arg}(z_1) =$ <u>300°</u>

(2) $z_2 = -\cos 40° - i\sin 40°$ ，$\mathrm{Arg}(z_2) =$ <u>220°</u>

(3) $z_3 = \sin 20° - i\cos 20°$ ，$\mathrm{Arg}(z_3) =$ <u>290°</u> 。

將下列各複數的極式化為標準式

(1) $z_1 = \sqrt{6}\left(\cos\dfrac{5\pi}{4} + i\sin\dfrac{5\pi}{4}\right) = \underline{-\sqrt{3}-\sqrt{3}i}$

(2) $z_2 = 8\left(\cos\dfrac{11\pi}{6} + i\sin\dfrac{11\pi}{6}\right) = \underline{4\sqrt{3}-4i}$

(3) $z_3 = \sqrt{3}\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right) = \underline{\sqrt{3}i}$ 。

設 $z_1=4\left(\cos 105^\circ+i\sin 105^\circ\right)$，$z_2=2\left(\cos 15^\circ+i\sin 15^\circ\right)$，求下列各式之值

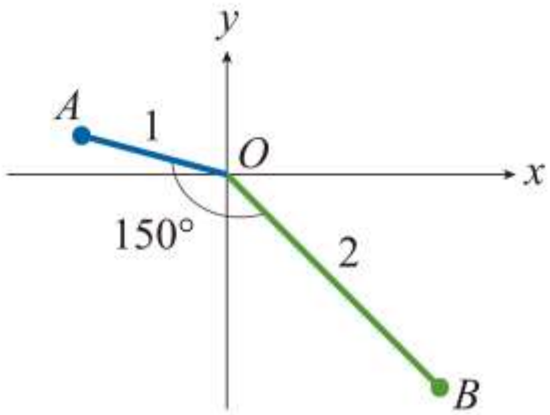
(1) $z_1\times z_2=$ $\underline{-4+4\sqrt{3}i}$ (2) $\dfrac{z_1}{z_2}=$ $\underline{2i}$ 。

$\dfrac{2\left(\cos 200^\circ+i\sin 200^\circ\right)\left(\cos 140^\circ+i\sin 140^\circ\right)}{\sqrt{2}\left(\sin 50^\circ+i\cos 50^\circ\right)}$ 之值為 $\underline{\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{6}}{2}i}$ 。

設兩複數 $z_1=2+ai$，$z_2=2b+(2-b)i$，a、$b\in\mathbb{R}$，若 $|z_1|=\sqrt{2}|z_2|$ 且 $\dfrac{z_1}{z_2}$ 的主輻角為 $\dfrac{\pi}{4}$，

則數對 $(a,b)=$ $\underline{\left(\dfrac{10}{3},\dfrac{4}{3}\right)}$ 。

複數平面上，A、B 分別代表複數 z_1、z_2 之點，若 $\overline{OA}=1$，$\overline{OB}=2$，$\angle AOB=150^\circ$（如右圖），則 $\dfrac{z_1}{z_2}$ 的標準式為 $-\dfrac{\sqrt{3}}{4}-\dfrac{1}{4}i$ 。



◎*Hint*：寫出 z_1 和 z_2 的極式，利用極式除法求 $\dfrac{z_1}{z_2}$ 。

設複數 z 滿足 $|z-1+i|=2$，則 z 的軌跡方程式為 $(x-1)^2+(y+1)^2=4$ 。

◎*Hint*：$|z_1-z_2|$ 為 z_1 和 z_2 在複數平面上的距離。

基本電學分析交流電路時，將電壓V和電流I以相量表示法表示，為了方便運算，將相量表示法利用複數形式做運算。複數的相量表示法可用直角坐標$\bar{z}=a+jb$（為避免和電流i混淆，改以j表示$\sqrt{-1}$）和極坐標$\bar{z}=r\angle\theta$（即$\bar{z}=r\cos\theta+jr\sin\theta$，其中$r=\sqrt{a^2+b^2}$，$\cos\theta=\dfrac{a}{r}$，$\sin\theta=\dfrac{b}{r}$）。交流電路中，電壓$V$和電流$I$的比值稱為阻抗$Z$，其中$Z=R+jX$，亦即阻抗的實部為交流電阻，虛部為電抗（由電感器或電容器構成）。若已知電壓$\bar{V}=100\angle 0°\,(\mathrm{V})$，電流$\bar{I}=2\angle 30°\,(\mathrm{A})$，則總阻抗$\bar{Z}$的極坐標表示法為__$50\angle -30°$__歐姆，直角坐標表示法為__$25\sqrt{3}-j25$__歐姆。 [素養導向]