

C2_2-1

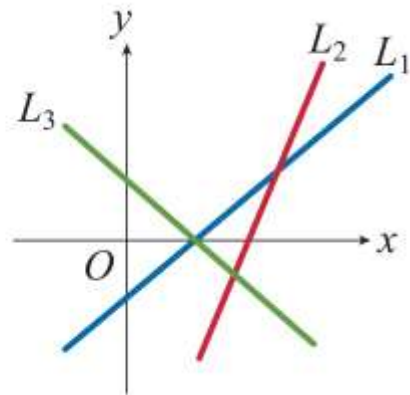
一直線 L 過點 $(-1, 2)$ 、 $(\sqrt{3}-1, 1)$ ，則 L 的斜率為 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，斜角為 150° 。

設一直線過點 $(2k, 1)$ 、 $(-2, 4-k)$ ，且斜角為 45° ，則 $k =$ -5 。

如圖，坐標平面上三條直線 L_1 、 L_2 、 L_3 ，其斜率分別為 m_1 、 m_2 、 m_3 ，其斜角分別為 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 ，則

(1) θ_1 、 θ_2 、 θ_3 的大小順序為 $\theta_3 > \theta_2 > \theta_1$

(2) m_1 、 m_2 、 m_3 的大小順序為 $m_2 > m_1 > m_3$ 。



設平面上四點 $A(-1, 3)$ 、 $B(2, 0)$ 、 $C(t, -2)$ 、 $D(2t-1, -8)$ ，求滿足下列條件的 t 值：

(1) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $t =$ 7

(2) $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ， $t =$ -5 。

設 $A(2, -1)$ 、 $B(k+2, k-2)$ 、 $C(3, 4)$ 為平面上三點，若 $\angle ABC$ 為直角，則 $k =$ 3 或 1。

坐標平面上一點在直線 L_1 上滑動，橫坐標每增加 1，則縱坐標減少 3， L_2 為另一條垂直於 L_1 的直線，則 L_2 的斜率為 $\frac{1}{3}$ 。

平面上三點 $P(k, 5)$ 、 $Q(1, 3)$ 、 $R(-2, 1)$ 共線，則 $k =$ 4。

求滿足下列條件的直線方程式：

(1) 過點 $(3, -4)$ ， x 截距 -2 ： $4x + 5y + 8 = 0$

(2) 斜率 $\frac{2}{3}$ ， y 截距 -2 ： $2x - 3y - 6 = 0$

(3) 斜率 $-\frac{2}{3}$ ， x 截距 2 ： $2x + 3y - 4 = 0$ 。

直線 L 在兩坐標軸之截距和為 7，又在第一象限與兩軸所圍面積為 6，則 L 的方程式為 $4x+3y-12=0$ 或 $3x+4y-12=0$ 。

求下列各直線的斜率：

(1) $4x-3y+1=0$ ， $m = \underline{\frac{4}{3}}$

(2) $y=-3x+2$ ， $m = \underline{-3}$

(3) $x=\frac{1}{2}y+1$ ， $m = \underline{2}$

(4) $3y+2=0$ ， $m = \underline{0}$ 。

設直線 $3x+ay=b$ 過點 $(2,3)$ 且與直線 $x-2y+3=0$ 平行，則 $(a,b) = \underline{(-6,-12)}$ 。

過點 $(4,-1)$ 且與直線 $2x-y+5=0$ 垂直的直線為 $x+2y-2=0$ 。

與直線 $2x+3y+1=0$ 垂直，且兩截距和為 5 的直線方程式為 $3x-2y+30=0$ 。

過兩直線 $8x + y - 9 = 0$ 與 $4x - y - 3 = 0$ 的交點，且斜率為 2 的直線方程式為 $2x - y - 1 = 0$ 。

設兩直線 $L_1 : x + ky + 1 = 0$ ， $L_2 : kx + (k + 2)y + 2 = 0$ ，求滿足下列條件的 k 值：

(1) $L_1 \perp L_2 : k = \underline{0 \text{ 或 } -3}$

(2) $L_1 \parallel L_2 : k = \underline{-1}$

(3) $L_1 = L_2 : k = \underline{2}$ 。

點 $P(2, -1)$ 到直線 $L : 3x + 2y = 6$ 的距離為 $\frac{2}{13}\sqrt{13}$ 。

若點 $P(-2, 3)$ 到直線 $L : 3x - 4y + k = 0$ 的距離為 4，則 $k = \underline{38 \text{ 或 } -2}$ 。

設直線 L 與直線 $3x + 4y + 7 = 0$ 垂直，且與點 $P(-3, 4)$ 之距離為 3，則 L 的方程式為 $4x - 3y + 39 = 0$ 或 $4x - 3y + 9 = 0$ 。

兩平行線 $12x - 5y + 10 = 0$ 和 $-12x + 5y + 3 = 0$ 的距離為 1 。

設直線 L 與直線 $12x + 5y + 9 = 0$ 平行且與之距離為2，則 L 的方程式為

$12x + 5y + 35 = 0$ 或 $12x + 5y - 17 = 0$ 。

求兩直線 $L_1 : 3x + 2y + 5 = 0$ 和 $L_2 : 2x + 3y + 5 = 0$ 的交角平分線方程式：

$x - y = 0$ 或 $x + y + 2 = 0$ 。

已知 $\triangle ABC$ 中， $A(3, 2)$ ， B 、 C 兩點在直線 $3x + 4y + 8 = 0$ 上，且 $\overline{BC} = 6$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為 15 。

設平面上兩點 $P(3, 1)$ 、 $Q(-2, 1)$ ，若 \overline{PQ} 與直線 $4x + 5y - 6 = 0$ 交於 R 點，則 $\overline{PR} : \overline{QR} =$

11 : 9 。

求 x 、 y 截距相等，且過點 $(2, -1)$ 之直線方程式： $x + y = 1$ 或 $x + 2y = 0$ 。

已知 $\triangle ABC$ 中， $A(2,2)$ 、 $B(8,4)$ 、 $C(4,8)$ ，求

(1) \overline{BC} 所在的直線方程式： $x+y-12=0$

(2) \overline{BC} 上的垂直平分線方程式： $x-y=0$

(3) \overline{BC} 上的高所在之直線方程式： $x-y=0$

(4) \overline{BC} 上的中線所在之直線方程式： $x-y=0$ 。

已知三相異直線 $L_1 : x+y-4=0$ ， $L_2 : 3x-y=0$ ， $L_3 : x-y+k=0$ ，若三直線交於一點，則 $k =$ 2 。

◎*Hint*：先求 L_1 、 L_2 的交點，再代入 L_3

C2_2-2

求下列各圓的圓心和半徑：

(1) $x^2 + y^2 = 7$ ，圓心為 (0,0)，半徑 = $\sqrt{7}$

(2) $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 11 = 0$ ，圓心為 (-1,-1)，半徑 = $\sqrt{13}$

(3) $2x^2 + 2y^2 + x - y = 0$ ，圓心為 $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ ，半徑 = $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 。

設圓 $C : (x+4)^2 + (y-2)^2 = 13$ ，若 \overline{AB} 為圓 C 的一直徑，且點 $A(-1,4)$ ，則 B 點坐標為 (-7,0)。

求滿足下列條件的圓方程式：

(1) 圓心(-2,3)，且過點(4,1)： $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 40$

(2) 以 $A(0,0)$ 、 $B(-3,4)$ 為直徑兩端點： $x^2 + y^2 + 3x - 4y = 0$

(3) 圓心(1,-5)，且與直線 $5x - 12y = 0$ 相切： $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 25$

(4) 過(0,1)、(3,0)、(-1,3)三點： $x^2 + y^2 - 5x - 7y + 6 = 0$

(5) 與負 x 軸和正 y 軸均相切，且半徑為 3： $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$ 。

方程式 $x^2 + y^2 - 8x + 16 = 0$ 的圖形為一點。

若方程式 $x^2 + y^2 - 2kx + 4y + 2k + 7 = 0$ 的圖形為一圓，則 k 的範圍為 $k > 3$ 或 $k < -1$ 。

若圓 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + a = 0$ 的半徑為 2，則 $a =$ 1。

若圓 $2x^2 + 2y^2 - 8x + 5y + k = 0$ 與 x 軸相切，則 $k =$ 8。

設點 $P(2\cos t + 3, 2\sin t - 1)$ ，其中 t 為 0 到 2π 的實數，則 P 點的軌跡方程式為 $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$ 。

設一圓的圓心在直線 $x + y - 2 = 0$ 上，且過點 $P(0, -2)$ 和 $Q(4, 0)$ ，則此圓的方程式為 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 10$ 。

設一圓的圓心在 y 軸上，且過點 $A(-1,1)$ 、 $B(2,4)$ ，則此圓的方程式為

$$\underline{x^2 + (y-3)^2 = 5} \quad \circ$$

C2_2-3

若點 $P(k, 2k)$ 在圓 $C : x^2 + y^2 - 2x = 0$ 的內部，則 k 的範圍為 $0 < k < \frac{2}{5}$ 。

點 $A(3, -3)$ 到圓 $C : x^2 + y^2 - 2y = 0$ 的最短距離為 4，最長距離為 6。

圓 $C : x^2 + y^2 = 10x$ 和直線 $L : 3x - 4y + 10 = 0$ 有 1 個交點。

若直線 $L : y = mx + 6$ 與圓 $C : x^2 + y^2 + 8x - 6y = 0$ 相切，則 $m =$ $-\frac{4}{3}$ 。

若直線 $L : y = mx - 2$ 和圓 $C : x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$ 有交點，則 m 的範圍為
 $m \geq \frac{4}{3}$ 或 $m \leq 0$ 。

已知直線 $L : 3x + 4y + 10 = 0$ ，圓 $C : x^2 + y^2 = 1$ ，則

(1) 直線 L 和圓 C 的位置關係為 相離

(2) 直線 L 和圓 C 的最短距離為 1，最長距離為 3。

已知圓 $C : (x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$ 與直線 $L : 3x + 4y + 5 = 0$ 相交於 A 、 B 兩點，若圓 C 的圓心為 O ，則

(1) \overline{AB} 之長 = 8

(2) $\triangle OAB$ 的面積 = 12。

已知圓 $C : x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ ，其一弦 \overline{AB} 的中點坐標為 $(1,1)$ ，則弦 \overline{AB} 的長度為 4。

圓 $x^2 + y^2 = 25$ 在點 $P(3,4)$ 處之切線方程式為 $3x + 4y - 25 = 0$ 。

過圓 $x^2 + y^2 - 6x - 8 = 0$ 上之點 $(2,4)$ 的切線方程式為 $x - 4y + 14 = 0$ 。

過點(5,2)且與圓 $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 11 = 0$ 相切之直線方程式為

$y - 2 = 0$, $12x - 5y - 50 = 0$ 。

過點(4,5)且與圓 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ 相切之直線方程式為

$3x - 4y + 8 = 0$, $x - 4 = 0$ 。

斜率為3，且與圓 $x^2 + y^2 - 4y - 6 = 0$ 相切之直線方程式為

$3x - y + 12 = 0$, $3x - y - 8 = 0$ 。

設直線 $3x - y + k = 0$ 與圓 $x^2 + y^2 = 10$ 相切，則 $k =$ ± 10 。

自點 $A(-1, 3)$ 作圓 $x^2 + y^2 - 8x + 4y + k = 0$ 的切線段長為5，則 $k =$ -5 。

設點 $P(4, -2)$ ，圓 $C : (x-2)^2 + (y-2)^2 = 10$ ，自 P 點作圓 C 的兩條切線，切點分別為 A 、 B 兩點，又圓 C 的圓心為 O 點，則

(1) 兩條切線方程式為 $3x - y - 14 = 0$ ， $x + 3y + 2 = 0$

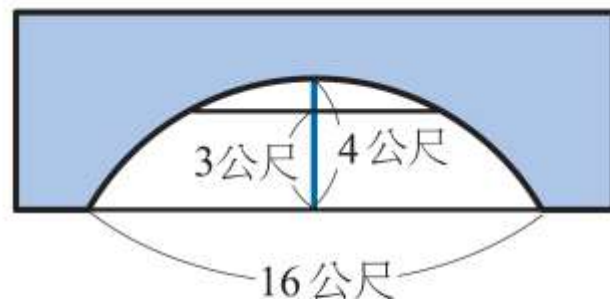
(2) 切線段長 $\overline{PA} = \sqrt{10}$

(3) 四邊形 $OAPB$ 的面積 = 10

(4) \overline{AB} 之長 = $2\sqrt{5}$

(5) 四邊形 $OAPB$ 的外接圓方程式為 $x^2 + y^2 - 6x + 4 = 0$ 。

如圖，一條頂部為圓弧形的隧道，底部最寬處為16公尺，底部距頂部最高處為4公尺。今欲在入口處距離底部3公尺高處裝設限高3公尺的警示橫桿，若不計橫桿本身的厚度，此橫桿的寬度為_____公尺。



◎Hint：先求出頂部圓弧所在之圓的半徑長，再求橫桿所在的弦長。

[素養導向]