C2_1-1

下列哪些是x的多項式？<u>(A)(B)</u>。

(A) $2x^2-1$　(B) $\sqrt{2}$　(C) $\sqrt{2x}$　(D) $x+\frac{1}{x}$　(E) 2^x+2^{-x}　(F) $|x|+1$。

設$f(x)=a(x^3-x^2-2)+b(3x^2+2x+3)+3x^3+c$，其中$a$、$b$、$c$為實數，若$\deg f(x)=1$，$f(x)$的常數項為5，則$a+b-c=$<u>$-6$</u>。

設$f(x)=(a+b-2)x^2+(a-2b-5)x+(3a+2b)$為零次多項式，則$f(x)$的常數項$=$<u>7</u>。

設$f(x)=(ax^2+bx+c)^3=x^6+6x^5+15x^4+20x^3+15x^2+6x+1$，則$a+b+c=$<u>4</u>。

已知$f(x)$為x的多項式，若$4f(x^3)-3f(x^2)+5f(x)=2f(x^4)+8$，則$f(x)$的常數項$=$<u>2</u>。

設 $f(x)=(a-2)x^2+(b+3)x+c+4$，$g(x)=5x-7$ 為兩多項式，若 $f(x)=g(x)$，則 $a-b-c=$ ___11___。

已知 $(4x^3-5x^2+6x-7)+f(x)=3x^4+2x^3-x^2-4x+5$，則 $f(x)=$ ___$3x^4-2x^3+4x^2-10x+12$___。

設 $f(x)=2x^3+x-2$，$g(x)=3x^2-1$，則 $f(x)\times g(x)=$ ___$6x^5+x^3-6x^2-x+2$___。

展開 $4(x^2+1)+(x+1)^2(x-3)+(x-1)^3=$ ___$2x^3-2x$___。（100學測改寫）

已知 $f(x)=(2x^4-5x^3-x+3)(x^3+2x^2+4x-2)$，求 $f(x)$ 的展開式中

(1)各項係數和＝___-5___

(2)常數項＝___-6___

(3) x^3 項係數＝___11___。

設 $f(x)=x^3-6x+7$ ，$g(x)=x^2-2x+3$ ，求 $f(x)\div g(x)$ 的商式為 $\underline{\quad x+2 \quad}$ ，餘式為 $\underline{\quad -5x+1 \quad}$ 。

若一多項式 $f(x)$ 除以 x^2+2x-1 之商式為 $2x+3$ ，餘式為 $-x+4$ ，則 $f(x)=$ $\underline{\quad 2x^3+7x^2+3x+1 \quad}$ 。

設 $f(x)=2x^3-5x^2+8x-7$ ，求

(1) $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 $\underline{\quad 5 \quad}$

(2) $f(x)$ 除以 $2x-1$ 的商式為 $\underline{\quad x^2-2x+3 \quad}$ ，餘式為 $\underline{\quad -4 \quad}$ 。

設 $f(x)=x^4-3x^3+2x^2-x+5=a(x-1)^4+b(x-1)^3+c(x-1)^2+d(x-1)+e$ ，求

(1) $a+b+c+d+e=$ $\underline{\quad 3 \quad}$

(2) $a-b+c-d+e=$ $\underline{\quad 5 \quad}$ 。

設 $f(x)=2x^4-x^3+x^2-3x-1$ ，求 $f(2.002)$ 的近似值並四捨五入到小數點後第四位 $=$ $\underline{\quad 21.1062 \quad}$ 。

若多項式$2x^3-5x^2+7x-3$除以$f(x)$得商式為x^2-3x+5，餘式為-8，則

$f(x)=$ $\underline{\quad 2x+1 \quad}$。

已知$x=\sqrt{2}-1$，則$3x^3+7x^2-x+4$之值$=$ $\underline{\quad 5 \quad}$。

設a、b、r、k均為實數，且$a\neq 0$，若多項式$f(x)$除以$ax+b$得商式為$Q(x)$，餘式為r，則

(1) $f(x)$除以$x+\dfrac{b}{a}$的商式為 $\underline{\quad aQ(x) \quad}$，餘式為 $\underline{\quad r \quad}$

(2) $kf(x)$除以$ax+b$的商式為 $\underline{\quad kQ(x) \quad}$，餘式為 $\underline{\quad kr \quad}$

(3) $f\left(\dfrac{x}{a}\right)$除以$x+b$的商式為 $\underline{\quad Q\left(\dfrac{x}{a}\right) \quad}$，餘式為 $\underline{\quad r \quad}$。

C2_1-2

$f(x)=2x^{99}-5x^{49}+3x^{29}+x^{9}+2$除以$x-1$的餘式為__3__。

設$f(x)=2x^{7}+3x^{6}-4x^{5}+5x^{4}-6x^{3}+8x^{2}-9x+7$，則$f\left(\frac{1}{2}\right)=$__4__。

設$f(x)=x^{5}-7x^{4}-19x^{3}+8x^{2}+3x+24$，則$f(9)=$__$-30$__。

若$f(x)$除以$x+1$餘-2，除以$x-2$餘7，則$f(x)$除以$(x+1)(x-2)$的餘式為__$3x+1$__。

設多項式$f(x)$與$g(x)$除以$(x-2)$所得餘式分別為1與-1，則$f(x)-2g(x)$除以$(x-2)$所得餘式為__3__。

設$f(x)=x^{3}+kx^{2}+3x-4$有因式$x+1$，則$k=$__8__。

下列何者為$f(x)=2x^{3}+7x^{2}+2x-8$的因式？答：__(D)__。
(A) $x+1$ (B) $x-1$ (C) $2x+1$ (D) $x+2$ (E) $x-4$。

設 $f(x)=x^3+mx^2+nx+4$ 可被 $x+1$ 整除，以 $x+2$ 除之餘 6，求 $(m,n)=$ __(8,11)__。

設 $f(x)=x^3+ax^2+bx-8$ 有因式 x^2-3x-4，則 $(a,b)=$ __$(-1,-10)$__。

因式分解 $f(x)=2x^3-11x^2+17x-6=$ __$(x-2)(x-3)(2x-1)$__。

$f(x)=x^4+x^3+x^2+3x-6$ 的一次因式有 __$x-1$、$x+2$__。

已知 $f(x)=x^3-1$，$g(x)=x^3-x^2-4x+4$，則

(1) $(f(x),g(x))=$ __$x-1$__

(2) $[f(x),g(x)]=$ __$(x-1)(x-2)(x+2)(x^2+x+1)$__（不必展開）。

$9\times 3^5+23\times 3^4-157\times 3^3+28\times 3^2+10\times 3+8=$ __101__。

若多項式 $f(x)$ 除以 x^2+x-2 的餘式為 $4x+3$，除以 x^2-4 的餘式為 $2x-1$，則 $f(x)$ 除以 x^2-3x+2 的餘式為 __$-4x+11$__。

已知$\deg f(x)=3$，若$f(x)$除以$(x-1)^2$餘2，除以$x-2$餘5，除以$x+1$餘-10，則$f(3)=$ ___22___ 。

設$f(x)$為三次多項式，若$f(1)=f(2)=f(3)=0$且$f(5)=120$，則$f(x)$除以$x-4$的餘式為 ___30___ 。

C2_1-3

設$x=2$是一次方程式$(k+1)(x-1)-(2-k)x=6$之解，則$k=$ $\underline{\quad 3 \quad}$。

設k為實數，若方程式$(k^2+k-6)x=k^2+7k+12$有無限多組解，則$k=$ $\underline{\quad -3 \quad}$。

解下列各二次方程式：

(1) $(x+3)(3x-1)-(x+3)(x+5)=0$，$x=$ $\underline{\quad \pm 3 \quad}$

(2) $2x^2+5x-4=0$，$x=$ $\underline{\quad \dfrac{-5\pm\sqrt{57}}{4} \quad}$

(3) $4x^2+3=0$，$x=$ $\underline{\quad \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i \quad}$

(4) $x^2-4x+5=0$，$x=$ $\underline{\quad 2\pm i \quad}$。

求下列各式之值：

(1) $i+2i^2+3i^3+4i^4+5i^5+6i^6+7i^7+8i^8=$ $\underline{\quad 4-4i \quad}$

(2) $i^2+i^4+i^6+\cdots+i^{50}=$ $\underline{\quad -1 \quad}$。

化簡$\dfrac{\sqrt{-3}\times\sqrt{-5}}{\sqrt{-15}}=$ $\underline{\quad i \quad}$。

設$z_1=4+2i$ ，$z_2=3-4i$ ，求

(1) $z_1+z_2=$ $\underline{\quad 7-2i \quad}$

(2) $z_1-z_2=$ $\underline{\quad 1+6i \quad}$

(3) $z_1\times z_2=$ $\underline{\quad 20-10i \quad}$

(4) $\dfrac{z_1}{z_2}=$ $\underline{\quad \dfrac{4}{25}+\dfrac{22}{25}i \quad}$。

$(1+i)(1+2i)(1+3i)=$ $\underline{\quad -10 \quad}$。

設a、$b\in\mathbb{R}$ ，若$(a-i)-b(2+3i)=-4+a(1+i)$ ，則$(a,b)=$ $\underline{\quad (-7,2) \quad}$。

求下列各複數的共軛複數：

(1) $z=\dfrac{3+i}{2-i}$ ，$\bar{z}=$ $\underline{\quad 1-i \quad}$

(2) $z=\left(\dfrac{3+4i}{5}\right)\times\left(\dfrac{3-4i}{5}\right)$ ，$\bar{z}=$ $\underline{\quad 1 \quad}$。

設a、$b\in\mathbb{R}$ ，若$(7+i)(a+bi)=4-3i$ ，則$a-b=$ $\underline{\quad 1 \quad}$。

若二次方程式 $kx^2-(4k-1)x+4k+3=0$ 有共軛虛根，則 k 的範圍為 $k>\frac{1}{20}$ 。

設 α 、 β 為方程式 $x^2+2x+3=0$ 之二根，則

(1) $\alpha^2+\beta^2=$ -2

(2) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=$ $-\frac{2}{3}$

(3) $\alpha^3+\beta^3=$ 10

(4) $\frac{\beta}{\alpha-1}+\frac{\alpha}{\beta-1}=$ 0 。

若二次方程式 $2x^2-14x+a=0$ 兩根之差為 3 ，則 $a=$ 20 。

設 a 、 $b\in\mathbb{R}$ ，若 $1-3i$ 是方程式 $x^2+ax+b=0$ 之一根，則

(1)另一根為 $1+3i$

(2) $(a,b)=$ $(-2,10)$ 。

設 α 、 β 為一元二次方程式 $x^2+6x+4=0$ 的兩根，則 $\left(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}\right)^2=$ -10 。

設α、β為二次方程式$x^2+5x-1=0$之兩根，求以$\dfrac{\beta^2}{\alpha}$、$\dfrac{\alpha^2}{\beta}$為兩根之二次方程式為

<u>$x^2-140x-1=0$</u>。

設a為實數，若方程式$2x^2+(a+i)x-3-3i=0$有實根，則

(1)$a=$<u>-5</u>　　(2)此方程式的實根為<u>3</u>。

解方程式$x^4-x^3-x^2-x-2=0$，得$x=$<u>-1、2、$\pm i$</u>。

某工廠生產正方柱體零件，若客戶的需求為：柱高要比底面邊長多3吋，體積為20立方吋，則此零件的底面邊長為<u>2</u>吋。　[素養導向]

若三次方程式$x^3-2x^2+ax+b=0$有兩根為3和1，則第三根為<u>-2</u>，$a=$<u>-5</u>，$b=$<u>6</u>。

設複數z的虛部是1，$\dfrac{1}{z}$的實部是$\dfrac{3}{10}$，則$z=$<u>$\dfrac{1}{3}+i$或$3+i$</u>。

C2_1-4

化簡$\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{2}{x^2-4}=$ $\underline{\dfrac{-2}{x^2-4}}$。

化簡$\dfrac{x^2-4}{x^3+1}\times\dfrac{2x^2+x-1}{x^2+x-6}\div\dfrac{2x-1}{x^2+2x-3}=$ $\underline{\dfrac{x^2+x-2}{x^2-x+1}}$。

設$\dfrac{3x-7}{x^2-3x+2}=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{x-2}$，$A$、$B\in\mathbb{R}$，則$A+B=$ $\underline{3}$。

設$\dfrac{3x^2-6}{(x+2)(x-2)(x+1)}=\dfrac{A}{x+2}+\dfrac{B}{x-2}+\dfrac{C}{x+1}$，$A$、$B$、$C\in\mathbb{R}$，則$2A+4B+C=$ $\underline{6}$。

設$\dfrac{x^2+3x+5}{(x+1)(x^2+x+1)}=\dfrac{A}{x+1}+\dfrac{Bx+C}{x^2+x+1}$，$A$、$B$、$C\in\mathbb{R}$，則$A+B+C=$ $\underline{3}$。

設$\dfrac{2x^3-3x+5}{(x-2)^4}=\dfrac{A}{x-2}+\dfrac{B}{(x-2)^2}+\dfrac{C}{(x-2)^3}+\dfrac{D}{(x-2)^4}$，$A$、$B$、$C$、$D\in\mathbb{R}$，

則$A-B+C+D=$ $\underline{26}$。

設$\dfrac{7x-4}{(x+2)(x-1)^2}=\dfrac{A}{x+2}+\dfrac{B}{x-1}+\dfrac{C}{(x-1)^2}$，$A$、$B$、$C\in\mathbb{R}$，求$A+B+C=$ __1__ 。

解方程式$1+\dfrac{x^2-4}{x-1}=\dfrac{-3}{x^2-x}$，得$x=$ __-3__ 。

化簡$\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}+1}=$ __$\dfrac{1}{4}\left(\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{3}+1\right)$__ 。

求下列各式之值：

(1) $\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}+2\sqrt[3]{320}=$ __$7\sqrt[3]{5}$__ (2) $\left(\sqrt[3]{5}-2\right)\left(\sqrt[3]{25}+2\sqrt[3]{5}+4\right)=$ __-3__ 。

化簡$\sqrt{14+6\sqrt{5}}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}=$ __6__ 。

設$\sqrt{9+4\sqrt{5}}$的整數部分為a，小數部分為b，則$a+\dfrac{1}{b}=$ __$6+\sqrt{5}$__ 。

解$\dfrac{x-1}{x-2}-\dfrac{x-2}{x-3}-\dfrac{x-3}{x-4}+\dfrac{x-4}{x-5}=0$，$x=$ __$\dfrac{7}{2}$__ 。

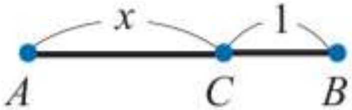
解方程式$\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}+\dfrac{1}{(x+3)(x+4)}=1$，$x=$ $\underline{\dfrac{-5\pm\sqrt{21}}{2}}$。

◎*Hint*：$\dfrac{1}{k(k+1)}=\dfrac{1}{k}-\dfrac{1}{k+1}$

已知$x+\dfrac{1}{x}=1$，求下列各式之值：(1) $x^2+\dfrac{1}{x^2}=$ $\underline{-1}$ (2) $x^3+\dfrac{1}{x^3}=$ $\underline{-2}$。

解方程式$x+2\sqrt{x+3}=12$，$x=$ $\underline{6}$。

黃金比例，又稱為黃金分割，是一個數學上的常數，但在鸚鵡螺紋路、玫瑰花瓣的排列、兔子的繁殖數列、星體間距離比和質量比等等自然界、建築、藝術、音樂、繪畫中，都存在著黃金比例。據說黃金比例最早是希臘數學家畢達哥拉斯發現，而歐幾里得在撰寫「幾何原本」時有系統的論述了黃金分割，成為最早有關黃金分割的著作，他對黃金比例作的定義為：將一線段分成兩段，(長段：短段)=(全長：長段)。

(1) 如圖，

在 $\overline{AB}$ 上取 C 點為分割點，設短線段 $\overline{BC}=1$，長線段 $\overline{AC}=x$，則 x 之值即為黃金比例之值，試求 $x=$ ＿$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$＿。

(2) 凡是符合黃金比例的事物都讓人覺得特別美，就人的身高比例來說，若肚臍到腳底長度為 x 公分，肚臍到頭頂長度為 y 公分，如果 $\frac{x}{y}$ 為黃金比例，則身高比例最美。若灰姑娘身高165公分，她肚臍到腳底長度為100公分，則仙女應該幫灰姑娘準備＿5＿公分高的高跟鞋，好讓她身高比例符合黃金比例？（$\sqrt{5} \doteq 2.24$，答案四捨五入至整數位）。 [素養導向]