

4 大考望遠鏡

4-1 數列的極限

- ★ D 1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 8n - 3} - \sqrt{n^2 + 2n + 5}) = ?$
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3。 [112(C)] 答對率 21.14%
- A 2. 計算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n}\right) =$
 (A) $\frac{3}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{8}$ 。 [108(C)] 答對率 22.87%
- C 3. 在理想環境下，將一球自離地面 30 公尺處垂直落下，球只會上下垂直來回彈跳。若每次反彈高度為前一次高度的 $\frac{2}{5}$ ，則此球靜止前所經過的路程為多少公尺？
 (A) 50 (B) 60 (C) 70 (D) 80。 [108(B)] 答對率 37.24%
- D 4. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{n} - \frac{2n^2 + n + 2}{n + 2} \right)$ 之值 =
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3。 [105(C)]
- B 5. 已知循環小數 $0.\bar{9} = 0.9999\dots$ 。令 $a = 0.\bar{9} \times 0.9$ ，則下列何者正確？
 (A) $a < 0.8\bar{9}$ (B) $a = 0.8\bar{9}$ (C) $a < 0.9$ (D) $a > 0.9$ 。 [統測]
- D 6. 求無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ 之和 =
 (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{6}$ 。 [統測]
- C 7. 若無窮等比級數 $(0.4) + (0.4)^2 + (0.4)^3 + \dots + (0.4)^n + \dots$ 的和為 a ，無窮等比級數 $(0.2) + (0.2)^2 + (0.2)^3 + \dots + (0.2)^n + \dots$ 的和為 b ，則 $\frac{a}{b} =$
 (A) $\frac{4}{3}$ (B) 2 (C) $\frac{8}{3}$ (D) 4。 [統測]

★ B 8. 關於下列各極限，何者正確？

$$(A) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{5^n} = 1 \quad (B) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100n + 9}{n^2 + 5n - 1} = 0 \quad (C) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0.01n}{5n - 1} = 0$$

$$(D) \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 1}) = 1。$$

[統測]

4-2 積分的概念與反導函數

D 9. 不定積分 $\int \frac{x+3}{2\sqrt{x}} dx = ?$

$$(A) \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}} + c \quad (B) \frac{x^3 + 3x}{x^{\frac{3}{2}}} + c \quad (C) \frac{x^2 + 3x}{4x^{\frac{3}{2}}} + c \quad (D) \frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{1}{2}} + c。$$

[111(C)] 答對率 27.69%

B 10. 設 $f(x)$ 為多項式函數，若 $\int_1^3 f(x) dx = 1$ 、 $\int_2^5 f(x) dx = 4$ 且 $\int_2^3 f(x) dx = 2$ ，則

$$\int_1^5 f(x) dx =$$

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7。

[106(C)]

4-3 多項式函數的積分

★ C 11. 兔子和烏龜在一條筆直的路上賽跑，起點到終點的距離為 2000 公尺，兔子和烏龜同時從起點出發，烏龜從頭到尾都是以 250 公尺 / 小時的速度前進。半小時過後，兔子已經到了離起點 600 公尺處，發現烏龜還在後面慢慢地爬，兔子認為比賽太輕鬆了，於是就地睡覺，結果兔子睡了 6.5 小時。當兔子醒來發現烏龜已經超過牠了，兔子立刻以 $v(t) = 27t^2 + 52t + 1262$ (公尺 / 小時) 的速度去追趕，其中 $t \geq 0$ 。若烏龜先到達終點，則此時兔子離終點還有多少公尺？

(A) 57 (B) 82 (C) 103 (D) 158。

[112(C)] 答對率 28.48%

C 12. 小明計畫由基隆沿國道一號開車南下高雄渡假。早上 8:00 經過中興隧道 0 公里處的起點，經紀錄儀錶板上車速變化，在 8:00 開始後，時間 t (小時) 的速度函數為 $v(t) = -1.5t^2 + 6t + 90$ (公里 / 小時)。若依此速度變化，則 11:00 時小明應該最接近哪一個服務區？

(A) 泰安服務區 (158 公里處) (B) 西螺服務區 (229 公里處)
(C) 新營服務區 (284 公里處) (D) 仁德服務區 (335 公里處)。

[111(C)] 答對率 43.33%

積分

- A 13. $\int_1^3 (3x-2)^{110} dx = ?$
 (A) $\frac{7^{111}-1}{333}$ (B) $\frac{3^{111}-1}{333}$ (C) $\frac{7^{110}-1}{330}$ (D) $\frac{7^{111}-1}{111}$ 。 [110(C)] 答對率 35.96%
- A 14. $\int_1^4 \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) dx = ?$
 (A) $\frac{57}{5}$ (B) $\frac{77}{5}$ (C) $\frac{87}{5}$ (D) $\frac{107}{5}$ 。 [110(C)] 答對率 32.29%
- B 15. 若 $f(x) = (x^2 + 1)^{100}$ ，則 $\int_0^1 [2x + f(x)] dx + \int_1^3 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx = ?$
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3。 [110(B)] 答對率 33.39%
- D 16. 設 $g(x) = 2x - 1$ ，已知在閉區間 $[-1, 1]$ 上 $f(x) \geq 1$ 且 $\int_{-1}^1 f(x) dx = 5$ ，則此兩曲線 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 在閉區間 $[-1, 1]$ 所圍成區域的面積為何？
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。 [109(C)] 答對率 24.59%
- C 17. $\int_{-2}^2 (30x^5 - 16x^7 - 20x^3) dx =$
 (A) -192 (B) -6 (C) 0 (D) 192。 [109(B)] 答對率 47.85%
- D 18. 已知 $F(x) = \frac{d}{dx} \left[\int_1^x (t^2 + 1) dt \right]$ ，則 $F(1) =$
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。 [108(C)] 答對率 26.50%
- D 19. 設函數 $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ 。試問曲線 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 及 $x = 2$ 之間與 x 軸所包圍之區域的面積為何？
 (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11。 [108(B)] 答對率 42.33%
- A 20. $\int_{-4}^0 |2x + 5| dx =$
 (A) $\frac{17}{2}$ (B) 8 (C) $\frac{17}{4}$ (D) 4。 [107(C)] 答對率 29.42%
- ★ C 21. 若函數 $f(x)$ 的導函數 $f'(x) = x^2 - 2x - 3$ ，且 $f(0) = 6$ ，則 $f(x)$ 的相對極小值為何？
 (A) -5 (B) -4 (C) -3 (D) -2。 [107(C)] 答對率 50.01%
- C 22. 定積分 $\int_0^2 6x(x^2 - 1)^2 dx$ 之值 =
 (A) 24 (B) 26 (C) 28 (D) 30。 [106(B)]

- ★ B 23. 設 $f(x) = x^3 + 3x^2$ ， $g(x) = 4$ ，則兩函數 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 之圖形所圍成的封閉區域面積為何？

(A) $\frac{11}{4}$ (B) $\frac{27}{4}$ (C) $\frac{91}{4}$ (D) $\frac{221}{4}$ 。 [105(C)]

- ★ D 24. 試求曲線 $y = -x^2 + 1$ 在 $x = -1$ 、 $x = 2$ 之間與 x 軸所圍成區域的面積

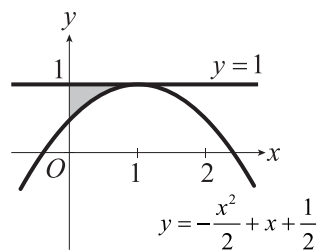
(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{7}{3}$ (D) $\frac{8}{3}$ 。 [105(B)]

A 25. 求 $\int_{-3}^3 (1-2x)(1+2x) dx =$

(A) -66 (B) -33 (C) 33 (D) 66。 [統測]

- D 26. 由 $y = -\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2}$ ， $y = 1$ 和 $x = 0$ 所圍成的區域（如圖陰影部分），則此區域面積可由下列何式求得？

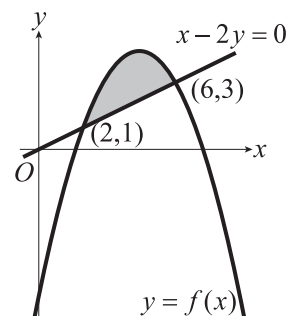
(A) $\int_0^1 \left(-\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2}\right) dx$ (B) $\int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} - x - \frac{1}{2}\right) dx$
 (C) $\int_0^1 \left(-\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2}\right) dx$ (D) $\int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} - x + \frac{1}{2}\right) dx$ 。



[統測]

- ★ C 27. 已知 $y = f(x)$ 與 $x - 2y = 0$ 相交於 $(2, 1)$ 、 $(6, 3)$ 兩點（如圖），若陰影部分的面積為 $\frac{16}{3}$ 且 $\int_0^2 f(x) dx = -\frac{13}{3}$ ，則 $\int_0^6 f(x) dx =$

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。



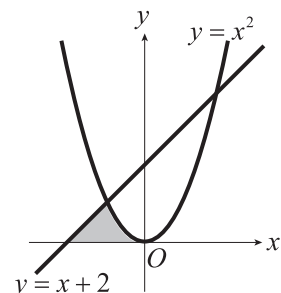
[統測]

- ★ A 28. 若函數 $f(x)$ 的導函數為 $f'(x) = 3x^2 + 6x$ 且 $f(1) = 3$ ，則 $\int_0^2 f(x) dx$ 之值為何？

(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 20。 [統測]

- ★ B 29. 圖中鋪色部分之面積為

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) 1 (D) $\frac{4}{3}$ 。



[統測]