



4 大考望遠鏡

4-1 一次方程組與矩陣列運算

- A** 1. 在一個園遊會的攤位遊戲中，遊戲規則如下：在一個桶子裡有三種球，抽中紅球可得 x 點，抽中黃球可得 y 點，但抽中黑球則必須扣掉 z 點。每個人抽 10 次，每次抽一個球，最後依照得到的點數來兌換獎品。已知小華抽中 3 個紅球、3 個黃球、4 個黑球，共得 10 點；小明抽中 4 個紅球、3 個黃球、3 個黑球，共得 21 點；小玲抽中 2 個紅球、6 個黃球、2 個黑球，共得 26 點。若小蘭抽中 3 個紅球、5 個黃球、2 個黑球，則小蘭得到的點數為何？
 (A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 39。
 [111(C)] 答對率 45.26%
- ★ **C** 2. 若 k 為實數，且二元一次聯立方程組 $\begin{cases} kx+3y+k+1=0 \\ x+4(k+1)y+8k^2+1=0 \end{cases}$ 有無限多組解，則 k 可為下列何值？
 (A) $-\frac{3}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ 。
 [110(C)] 答對率 48.33%
- B** 3. 已知下列兩個聯立方程組有相同的解 (x, y, z) ，試問 a 的值為何？
 $\begin{cases} 3x-4y+z=4 \\ 5x+2y-2z=3 \end{cases}, \begin{cases} 2x+3y-2z=a \\ 4x+5y-3z=1 \end{cases}$
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。
 [108(C)] 答對率 44.89%
- B** 4. 設 $\begin{cases} 3x+5y+z=15 \\ 2x+4y+z=12 \\ 5x+y+2z=3 \end{cases}$ ，則 $y =$
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。
 [107(C)] 答對率 67.02%
- ★ **B** 5. 設 x, y, z 為整數，且 $2|x+y|+3|x-y-4|+5|2x+3y-z|=4$ ，則 z 可為下列何者？
 (A) 0 (B) 3 (C) 5 (D) 11。
 [106(C)]
- ★ **C** 6. 設 t 為實數，且三元一次聯立方程式 $\begin{cases} (t+1)x+(t-1)z=1 \\ (t+1)y+z=3 \\ (t+1)y+tz=5 \end{cases}$ 無解，則 t 可為下列何者？
 (A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2。
 [106(C)]

一次聯立方程式與矩陣

★ D 7. 若三元一次聯立方程式
$$\begin{cases} ax - ay = 5 \\ ax - y + (1-a)z = 3 \\ (1-a)y + (2a-3)z = 1 \end{cases}$$
 恰有一解，則 a 可能為下列何值？

(A)0 (B)1 (C)2 (D)3。

[105 (C)]

A 8. 已知
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1 \end{cases}$$
，則下列何者正確？

(A) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}$ 、 $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}$ (B) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$ 、 $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$

(C) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}$ 、 $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}$ (D) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$ 、 $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$ 。

[105 (B)]

9. 線性方程組
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ x - y = 6 \\ x - 2y - z = 8 \end{cases}$$
 經高斯消去法計算後，其增廣矩陣可化簡為

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a & b \\ 0 & 1 & c & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$
，則 $a = \underline{1}$ 、 $b = \underline{4}$ 、 $c = \underline{1}$ 、 $d = \underline{-2}$ 。

[105 學測]

A 10. 已知 a 、 b 為實數，若 $\begin{cases} -2x - 6y = 8 \\ ax + by = 2 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} 3x + 5y = -4 \\ 2ax + (a-b)y = 6 \end{cases}$ 有相同的解，則 $(a+b)^2 =$

(A)9 (B)16 (C)25 (D)36。

[104 (B)]

11. 對矩陣 $\begin{bmatrix} 4 & 9 & a \\ 3 & 7 & b \end{bmatrix}$ 作列運算若干次後得到 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $(a, b) = \underline{(13, 10)}$ 。

[指考]

- ★ **AE** 12. 下列哪些選項中的矩陣經過一系列的列運算後可以化成 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$? (多選)
- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -7 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 6 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
- (E) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。
- [學測]

4-2 矩陣的運算

- C** 13. 若矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 2 & c \\ b & d \end{bmatrix}$ ，且 $AB = A + B$ ，則 $c = ?$
- (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1。
- [111(C)] 答對率 44.19%
- ★ **B** 14. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ 。若 $A^4 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a + b + c + d$ 之值為下列哪一個選項?
- (A) 158 (B) 162 (C) 166 (D) 170 (E) 174。
- [110 學測]
- E** 15. 令 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ， $B = I + A + A^{-1}$ ，試選出代表 BA 的選項。
- (A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 18 & 24 \end{bmatrix}$ 。
- [109 學測]
16. 設 x 、 y 為實數，且滿足 $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$ ，則 $x + 3y = \underline{\quad -4 \quad}$ 。
- [108 學測]
- ★ **ABD** 17. 已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$ ，下列選項何者正確? (多選)
- (A) A 的行列式 (值) 為 6 (B) $A^2 = 5A - 6 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (C) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$
- (D) $A \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix}$ (E) $[1 \ 1]A = [5 \ 7]$ 。
- [指考]

E 18. 請問下列哪一個選項中的矩陣乘積等於 $\begin{bmatrix} 2a & 3b \\ 2c & 3d \end{bmatrix}$?

(A) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (B) $[2 \ 3] \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ 。

[指考]

19. 小惠有一台自行車，平時用一副四位數密碼的號碼鎖鎖住。有一天，志明向她借用這台自行車，她答應借用，但只告訴志明號碼鎖的密碼 $abcd$ 符合以下二階方陣的

等式： $\begin{bmatrix} 5 & -15 \\ -10 & 35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ ，志明卻一直無法解出正確的密碼，而不能使用

這台自行車。請你（妳）幫忙志明求出這副號碼鎖的正確密碼為 7321。

[指考]