

3 大考望遠鏡

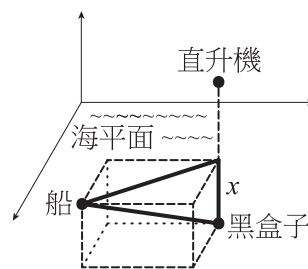
3-1 空間概念

C 1. 正四面體（四個面皆為正三角形） $ABCD$ 的四個頂點坐標為 $A(0,0,0)$ 、 $B(2,0,0)$ 、 $C(1,\sqrt{3},0)$ 、 $D(x,y,z)$ ，其中 $z > 0$ ，則 $z = ?$

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 。

[111(C)] 答對率 36.07%

C 2. 今有一飛機失事落海，救難直升機於失事地點附近偵測到黑盒子（飛行記錄器的俗稱），其所發出的訊號恰好位於直升機的正下方，但無法確定深度，直升機將位置訊息告知水上工作船，經船上人員推算，直升機位於工作船東方 140 公尺、北方 80 公尺的海平面上方 100 公尺處，並且偵測到該黑盒子與水上工作船的直線距離為 180 公尺，如圖所示。根據上述訊息，若黑盒子在海平面下深度為 x 公尺，則 $x = ?$



- (A) 60 (B) 70 (C) 80 (D) 90。

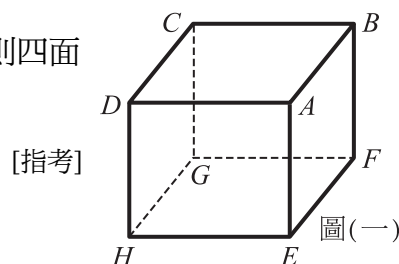
[111(C)] 答對率 49.89%

D 3. 令 $A(5,0,12)$ 、 $B(-5,0,12)$ 為坐標空間中之兩點，且令 P 為 xy 平面上滿足 $\overline{PA} = \overline{PB} = 13$ 的點。請問下列哪一個選項中的點可能為 P ？

- (A) $(5,0,0)$ (B) $(5,5,0)$ (C) $(0,12,0)$ (D) $(0,0,0)$ (E) $(0,0,24)$ 。

[學測]

4. 右圖(一)為一單位正立方體 $ABCD-EFGH$ （即稜長 1），則四面體 $ACFH$ 的表面積為 $2\sqrt{3}$ 平方單位。

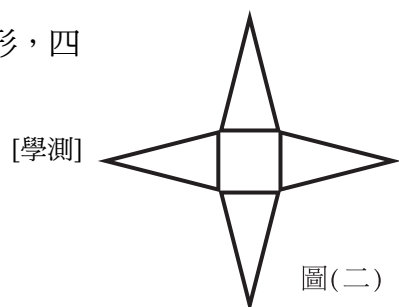


[指考]

圖(一)

5. 如右圖(二)的四角錐展開圖，四角錐底面為邊長 2 的正方形，四個側面都是腰長為 4 的等腰三角形，則此四角錐的高度為

$\sqrt{14}$ 。

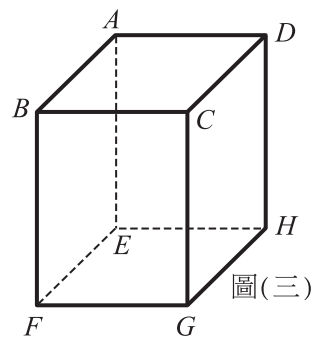


[學測]

圖(二)

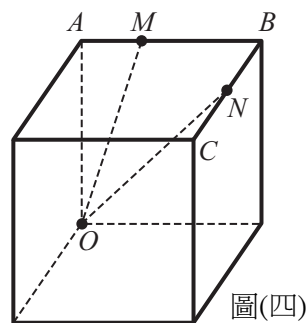
3-2 空間向量的內積

6. 如右圖(三)，設 $ABCD-EFGH$ 為空間中長、寬、高分別為 2、3、5 的長方體。已知 $\overline{AB}=2$ ， $\overline{AD}=\overline{BC}=3$ ，且 $\overline{DH}=5$ ，則內積 $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AC}$ 之值為 9。
[指考甲]



7. 令 $A(-1, 6, 0)$ 、 $B(3, -1, -2)$ 、 $C(4, 4, 5)$ 為坐標空間中三點。若 D 為空間中的一點且滿足 $3\overrightarrow{DA} - 4\overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$ ，則點 D 的坐標為 $(-7, 30, 18)$ 。
[學測]

8. 右圖(四)為一正立方體，若 M 在 \overline{AB} 上， $\overline{BM} = 2\overline{AM}$ ， N 為 \overline{BC} 中點，則 $\cos \angle MON = \frac{4}{15}\sqrt{10}$ 。
[學測]



3-3 空間向量的外積

- A 9. 若 x 、 y 、 z 為相異實數，則三階行列式 $\begin{vmatrix} x+y & x-y & x \\ y+z & y-z & y \\ z+x & z-x & z \end{vmatrix} = ?$

- (A) 0 (B) $(x-y)(y-z)(z-x)$ (C) $(x^2-y^2)(y^2-z^2)(z^2-x^2)$
(D) $(x-y)^2(y-z)^2(z-x)^2$ [110 (C)] 答對率 54.81%

- C 10. 若 $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & a & -1 \\ 0 & 6 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & b & 2 \\ 4 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ ，則 $a+b = ?$

- (A) -9 (B) -1 (C) 3 (D) 5 [110 (B)] 答對率 53.71%

- C 11. 已知三階行列式 $\begin{vmatrix} a_1-2b_1-3c_1 & a_1-2c_1 & a_1 \\ a_2-2b_2-3c_2 & a_2-2c_2 & a_2 \\ a_3-2b_3-3c_3 & a_3-2c_3 & a_3 \end{vmatrix} = 8$ ，則 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$

- (A) -4 (B) -2 (C) 2 (D) 4 [109 (C)] 答對率 41.57%

- A 12. 若實數 x 滿足行列式 $\begin{vmatrix} 1-x & 2 & 0 \\ 4 & 6-2x & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 4$ ，則 $\begin{vmatrix} 2 & 3-x & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1-x & -1 & -1 \end{vmatrix} =$

- (A) 4 (B) -4 (C) 8 (D) -8 [108 (B)] 答對率 32.63%

A 13. 設 b_1 、 b_2 、 b_3 、 c_1 、 c_2 及 c_3 均為實數，若二階行列式 $\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 13$ ， $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 7$ ，

$$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 2，則三階行列式 \begin{vmatrix} 1 & b_1 & c_1 \\ 2 & b_2 & c_2 \\ 3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$$

(A)5 (B)13 (C)25 (D)33。

[107 (C)] 答對率 37.19%

D 14. 求三階行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & x^2 \\ 1 & 10 & 121 \end{vmatrix} = 0$ 所有解的和為何？

(A)11 (B) $\frac{34}{3}$ (C)12 (D) $\frac{40}{3}$ 。

[106 (C)]

B 15. 若兩個三階行列式的和 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & a & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & a & 2 \\ 4 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ 之值為 20，則 $a =$

(A) $\frac{1}{2}$ (B)2 (C) $\frac{5}{2}$ (D)3。

[106 (B)]

★ **D** 16. 設 a 、 b 、 c 均為實數，若 $(a-b)(b-c)(c-a) = -2$ ，則 $\begin{vmatrix} 2a & b & b \\ 6c & 3c & 3b \\ 2c-2a & c-a & c-a \end{vmatrix}$ 之值

為何？

(A)-12 (B)-6 (C)6 (D)12。

[105 (C)]

17. 設 $\vec{u} = (1, 2, 3)$ 、 $\vec{v} = (1, 0, -1)$ 、 $\vec{w} = (x, y, z)$ 為空間中三個向量，且向量 \vec{w} 與向

量 $\vec{u} \times \vec{v}$ 平行。若行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = -12$ ，則 $\vec{w} = \underline{\underline{(1, -2, 1)}}$ 。 [105 指考甲]

D 18. 三階行列式 $\begin{vmatrix} 101 & 102 & 103 \\ 201 & 202 & 203 \\ 301 & 302 & 304 \end{vmatrix}$ 之值為何？

(A)-202 (B)-201 (C)-101 (D)-100。

[統測]

★19. 空間中三向量 $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ 、 $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ 、 $\vec{w} = (w_1, w_2, w_3)$ 所張平行六面體的

體積為 $\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$ 的絕對值。今已知 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 三向量所張平行六面體體積

為 5 立方單位，則 $2\vec{a} + 3\vec{b}$ 、 \vec{b} 、 \vec{c} 三向量所張平行六面體的體積為 10 立方單位。
[學測]

3-4 空間中的平面

C 20. 坐標空間中有一平面 P 過 $(0, 0, 0)$ 、 $(1, 2, 3)$ 及 $(-1, 2, 3)$ 三點，試選出正確的選項
(A) 向量 $(0, 3, 2)$ 與平面 P 垂直 (B) 平面 P 與 xy 平面垂直 (C) 點 $(0, 4, 6)$ 在平面 P 上 (D) 點 $(1, 1, 1)$ 到平面 P 的距離是 1。
[108 學測改]

★ BC 21. 在坐標空間中，點 $P(2, 2, 1)$ 是平面 E 上距離原點 $O(0, 0, 0)$ 最近的點，請選出正確的選項（多選）

(A) 向量 $\vec{v} = (1, -1, 0)$ 為平面 E 的法向量 (B) 點 P 也是平面 E 上距離點 $(4, 4, 2)$ 最近的點 (C) 點 $(0, 0, 9)$ 在平面 E 上 (D) 點 $(2, 2, -8)$ 到平面 E 的距離為 9。

[105 指考甲改]

22. 設 $\triangle ABC$ 的三頂點坐標分別為 $A(-2, 7, 15)$ 、 $B(1, 16, 3)$ 、 $C(10, 7, 3)$ ，試求通過 A 、 B 、 C 三點的平面方程式為 $x + y + z = 20$ 。
[指考]

23. $E_1: x + y + z - 1 = 0$ 與 $E_2: x + y + z + 1 = 0$ 兩平面之間的距離為 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。

[聯招]