

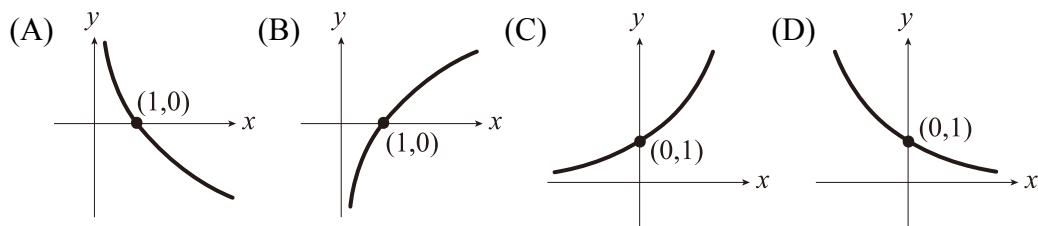
2 大考望遠鏡

2-1 指數

- C** 1. 設 $I(t)$ 為 A 城市某種傳染病在時間 t 的感染率，且 $I(t) = \frac{1}{1+49\left(\frac{-t}{7^3}\right)}$ ， $t \geq 0$ 。若 a 、 b 、 c 分別表示 $t=0$ 、 $t=3$ 、 $t=6$ 時的感染率，則下列何者正確？
 (A) $b=6a$ (B) $c=20a$ (C) $c=4b$ (D) $b=7a$ 。 [110 (C)] 答對率 56.65%
- A** 2. 若 $a+a^{-1}=2$ ，則 $a^3+a^{-3} =$
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8。 [109 (B)] 答對率 32.31%
- B** 3. 設 $(3^m)^3 = 729$ 且 $4^{n-m} = \frac{1}{256}$ ，則 $m+n =$
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。 [108 (B)] 答對率 52.65%
- B** 4. 若 $2^4 \times 4^{3x} \times 8^2 = 16^x \times 32$ ，則 $x =$
 (A) -3 (B) -2.5 (C) 2.5 (D) 3。 [107 (B)] 答對率 51.33%
- B** 5. 求 $(0.027)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$ 的值
 (A) $\frac{3}{32}$ (B) $\frac{159}{100}$ (C) $\frac{12}{5}$ (D) $\frac{81}{32}$ 。 [106 (B)]
- ★ **C** 6. 若 $3^{x+2} = 3^x + 24\sqrt{3}$ ，則 $x =$
 (A) $-\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2。 [統測]

2-2 指數函數及其圖形

- D** 7. 若 $f(x) = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ ，則下列何者為 $f(x)$ 之圖形？ [110 (B)] 答對率 23.61%



- B** 8. 同學在細菌培養的實驗中，發現 A 細菌從開始經 3 小時數目由 500 成長至 600，假設 A 細菌呈指數函數成長，試問從開始經 9 小時 A 細菌的數目最接近下列哪一個數？
 (A)720 (B)864 (C)1037 (D)1800。 [108 (A)] 答對率 38.31%

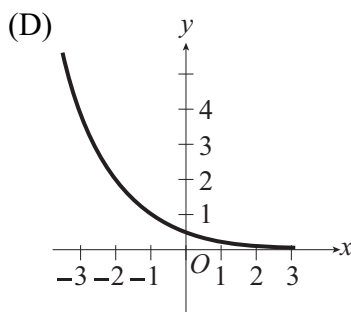
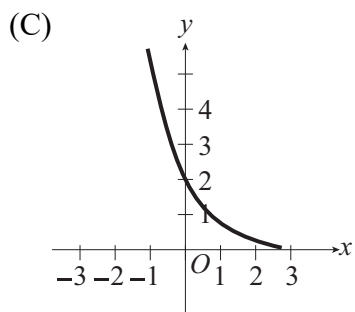
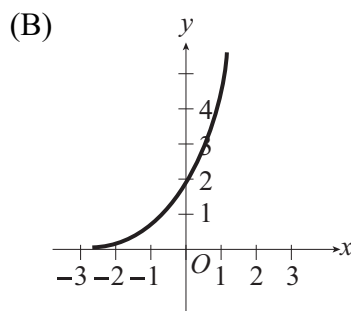
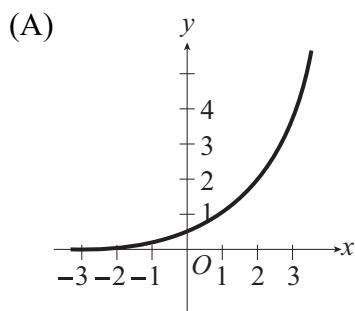
- C** 9. 設 $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ 、 $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ 、 $c = \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{6}}$ ，則 a 、 b 、 c 大小順序為何？
 (A) $a > c > b$ (B) $a > b > c$ (C) $c > a > b$ (D) $b > c > a$ 。 [106 (C)]

- A** 10. 設 $a = (0.1)^{\frac{1}{4}}$ 、 $b = (0.2)^{\frac{1}{4}}$ 、 $c = (0.2)^{\frac{1}{5}}$ ，則下列何者正確？
 (A) $a < b < c$ (B) $c < a < b$ (C) $b < a < c$ (D) $b < c < a$ 。 [105 (C)]

- A** 11. 設 $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \frac{1}{70}$ 、 $\left(\frac{1}{4}\right)^b = \frac{1}{2500}$ 、 $\left(\frac{1}{8}\right)^c = \frac{1}{216000}$ ，則 a 、 b 、 c 三個數的大小關係為何？
 (A) $b < c < a$ (B) $c < b < a$ (C) $c < a < b$ (D) $a < b < c$ 。 [統測]

- C** 12. 設方程式 $49^x + 5 \times 7^x - 24 = 0$ ，則 $7^{x+1} =$
 (A)10 (B)14 (C)21 (D)28。 [統測]

- A** 13. 下列何者與 $y = \frac{1}{2^{-x+1}}$ 的圖形最相近？



[統測]

- A** 14. 設 $a = \sqrt[3]{9}$ 、 $b = \sqrt{3\sqrt{3}}$ 、 $c = \sqrt[3]{81}$ ，比較 a 、 b 、 c 之大小關係為何？
 (A) $a < b < c$ (B) $c < b < a$ (C) $b < c < a$ (D) $a < c < b$ 。 [統測]

- ★ **A** 15. 設 x 為實數，且 $6^x - 3^x + 2^x - 1 = 0$ ，則 $6^x =$
 (A)1 (B)2 (C)3 (D)6。 [統測]

2-3 對數

B 16. 若 $x = \log_3 7$ ，則下列何者正確？

- (A) $7^x = 3$ (B) $3^x = 7$ (C) $x^7 = 3$ (D) $x^3 = 7$ 。

[111(C)] 答對率 57.26%

★ **A** 17. 滿足 $\log_{10-x^2}(x^2+3x+2)$ 有意義的整數 x 共有多少個？

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7。

[109(C)] 答對率 27.73%

D 18. 若 $x = \frac{\log_{10} 7}{\log_{10} 9}$ ，則 $81^x =$

- (A) 3 (B) 7 (C) 25 (D) 49。

[107(C)] 答對率 40.16%

D 19. 求 $(\log 2)^2 + \log 2 \times \log 5 + \log 5$ 的數值為

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1。

[106(B)]

A 20. 已知 $\log_{10} 2 = p$ ， $\log_{10} 3 = q$ ，求 $\log_{\sqrt{6}} 36 - \log_{\frac{1}{6}} 6 + \log_6 \sqrt{12}$ 之值為

- (A) $5 + \frac{2p+q}{2p+2q}$ (B) $3 + \frac{2p+q}{2p+2q}$ (C) $3 + \frac{2p+q}{2p-2q}$ (D) $5 + \frac{2p+q}{2p-2q}$ 。

[105(C)]

★ **A** 21. 已知 m 、 n 為整數，若 $m \log_{500} 5 + n \log_{500} \sqrt{2} = 1$ ，則 $m+n =$

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。

[104(C)]

C 22. 已知 a 、 b 為實數，且 $3^a = 5$ ， $5^b = 9$ ，則 $ab =$

- (A) $\log_{15} 45$ (B) $\log_3 5$ (C) 2 (D) 3。

[104(C)]

D 23. 化簡 $\frac{2 + \log_{10} 4 - \frac{1}{3} \log_{10} 216 + \frac{1}{4} \log_{10} 625 + \frac{1}{5} \log_{10} 243}{1 + \log_2 \frac{5}{3} + \log_2 \frac{6}{5} + \log_2 \frac{7}{6} + 3 \log_8 \frac{8}{7} + 2 \log_4 \frac{9}{8} - \log_4 9}$ 得其值為何？

- (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) 3。

[統測]

B 24. 求 $\frac{\log_5 \sqrt{2} \times \log_7 9}{\log_5 \left(\frac{1}{3}\right) \times \log_7 \sqrt[3]{4}}$ = (A) $-\frac{5}{2}$ (B) $-\frac{3}{2}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$ 。

[統測]

B 25. 求 $(\log_2 27 - \log_4 9) \left(\log_3 16 - \log_{\frac{1}{3}} 2 \right) =$

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 15。

[統測]

D 26. 已知 $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$ 。若 $a^5 = b^3$, 則 $\log_a b =$

- (A) $-\frac{5}{3}$ (B) $-\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{5}{3}$ 。

[統測]

★ D 27. 若 $\log_{10} 2 = x$ 、 $\log_{10} 3 = y$, 則 $\log_{12} 15$ 等於下列哪一式?

- (A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{x+y-1}{x+2y}$ (C) $\frac{x-y+1}{2x+y}$ (D) $\frac{y+1-x}{2x+y}$ 。

[統測]

★ C 28. 求 $\log_{\sqrt{2}} \frac{3}{2} - \log_2 \frac{27}{160\sqrt{2}} + \log_4 \frac{36}{25} =$

- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{9}{2}$ (D) $\frac{11}{2}$ 。

[統測]

2-4 對數函數及其圖形

D 29. 設 $f(x) = \log_3 x$ 。若 $f(a) = 6$ 、 $f(b) = 2$ 且 $f(c) = 5$, 則 $f\left(\frac{\sqrt[3]{a \times b^2}}{c}\right) = ?$

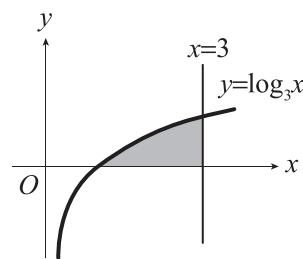
- (A) 6 (B) 5 (C) 2 (D) 1。

[111(B)] 答對率 34.90%

C 30. 假設 A 表函數 $y = \log_3 x$ 圖形與直線 $y = 0$ 、 $x = 3$ 所圍區域面積, 如圖。若以幾何圖形的觀念來判斷 A 的大小範圍, 則下列何者正確?

- (A) $0 \leq A < \frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2} \leq A < 1$ (C) $1 \leq A < 2$ (D) $A \geq 2$ 。

[110(C)] 答對率 46.55%



★ C 31. 設 α 、 β 為方程式 $\log_{10}(x-5) - 2\log_{(x-5)} 10 = 1$ 的兩根, 則 $2\alpha\beta =$

- (A) 1051 (B) 1061 (C) 1071 (D) 1081。

[109(A)] 答對率 36.61%

★ C 32. 設直線 $y = k$ 與兩指數函數 $y = 2^x + 3$ 、 $y = 2^x$ 的圖形分別交於 A 、 B 兩點。若 $\overline{AB} = 4$, 則 $k =$

- (A) $\frac{14}{5}$ (B) 3 (C) $\frac{16}{5}$ (D) $\frac{17}{5}$ 。

[109(A)] 答對率 37.23%

C 33. 若 $3 < \log_{0.5}(2x+1) < 4$, 則 x 的範圍為何?

- (A) $-\frac{3}{8} < x < -\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{7}{16} < x < -\frac{3}{8}$ (C) $-\frac{15}{32} < x < -\frac{7}{16}$ (D) $-\frac{31}{64} < x < -\frac{15}{32}$ 。

[108(C)] 答對率 46.89%

A 34. 已知 $\log_4(4^x - 2^x + 52) = x + 1$ ，試問 $\log(x^2 \times 5^x) =$

(A)2 (B)3 (C)4 (D)5。

[108 (C)] 答對率 28.88%

★ C 35. 已知 $\log 2 = 0.3010$ 、 $\log 3 = 0.4771$ ，設 $a = \log_{0.3} 0.5$ 、 $b = \log_3 5$ 、 $c = \log_{30} 50$ ，則 a 、 b 、 c 大小順序為何？

(A) $c > b > a$ (B) $b > a > c$ (C) $b > c > a$ (D) $a > b > c$ 。

[107 (C)] 答對率 31.84%

2-5 常用對數及其應用

B 36. 為了響應節能減碳政策，某公司基於成本考量決定在六年後將公司該年二氧化碳排放量降為目前排放量的 50%。公司希望每年依固定的比率 r （當年和前一年排放量的比）逐年降低二氧化碳的排放量。若要達到這項目標，則下列敘述何者正確？（參考數值： $\log 0.5 \doteq -0.301$ 、 $\log 8.91 \doteq 0.950$ ）

(A) $0.91 < r < 0.93$ (B) $0.88 < r < 0.91$ (C) $0.85 < r < 0.88$ (D) $0.82 < r < 0.85$ 。

[111(C)] 答對率 32.78%

C 37. 保險公司推出躉繳型保單（即於一開始存入一固定本金），且宣告年利率為 3% 的複利，每年計算一次。若某人於 20 歲時，花 10 萬元購買此保單，則當保單價值達 20 萬元時，某人約幾歲？（ $\log_{10} 1.03 \approx 0.0128$ ， $\log_{10} 1.3 \approx 0.1139$ ， $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ）

(A)24 (B)34 (C)44 (D)54。

[109 (C)] 答對率 32.23%

C 38. 2^{1000} 大約等於下列何者？

(A) 10^{100} (B) 10^{200} (C) 10^{300} (D) 10^{400} 。

[109 (B)] 答對率 33.36%

★ C 39. 若 $\log 2$ 的近似值為 0.3010，則滿足 $2^{10} < \left(\frac{5}{4}\right)^n < 2^{20}$ 的正整數 n 共有多少個？

(A)29 (B)30 (C)31 (D)32。

[107 (A)] 答對率 34.76%

C 40. 已知 $\log_{10} 3 = 0.4771$ 且 $x = \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$ ，其中 $\log_{10} x$ 的首數為 m ，而尾數的小數點後第一

位數字為 n ，則 $m + n =$

(A)-9 (B)-7 (C)-6 (D)-5。

[106 (C)]

B 41. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ，則 $\log 7.2 =$

(A)0.7781 (B)0.8572 (C)1.8572 (D)2.8572。

[104 (A)]