

數學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類。

1. $\triangle ABC$ 之三頂點坐標分別為 $A(-6,-2)$ 、 $B(6,-5)$ 、 $C(-2,-5)$ 。若 $\angle ACB$ 的分角線交 \overline{AB} 於 D 點，則 D 點坐標為？

(A) $(\frac{41}{13}, \frac{18}{13})$ (B) $(-\frac{41}{13}, -\frac{18}{13})$ (C) $(\frac{18}{13}, \frac{41}{13})$ (D) $(-\frac{18}{13}, -\frac{41}{13})$
2. 若 θ 為銳角，且 $\tan\theta = \alpha$ ，則 $\tan(-\theta) + \sin(\pi + \theta) - \cos(\frac{3\pi}{2} - \theta) = ?$

(A) 0 (B) $-\alpha$ (C) $\frac{-1}{\sqrt{\alpha^2+1}}$ (D) $\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2+1}}$
3. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之對應邊長分別為 a 、 b 、 c ，若 $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 13 : 10 : 15$ ，則 $\cos B = ?$

(A) $\frac{101}{108}$ (B) $-\frac{101}{108}$ (C) $-\frac{110}{108}$ (D) $\frac{110}{108}$
4. 設平面上二向量長度為 $|\vec{a}| = 2$ 、 $|\vec{b}| = 3$ ，且 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，則 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 與 $3\vec{a} + \vec{b}$ 之夾角 $\theta = ?$

(A) 45° (B) 60° (C) 90° (D) 120°
5. 設 $\sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，則 $|\sin\theta - \cos\theta| = ?$

(A) $\sqrt{3}-1$ (B) $\sqrt{3}+1$ (C) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$
6. 設兩多項式為 $f(x)$ 與 $h(x)$ ，若 $f(x)$ 除以 $x^2 - 2x - 3$ 餘式為 $3x - 5$ ， $h(x)$ 除以 $x^2 - 1$ 餘式為 $4x - 7$ ，則 $[(2x - 5)f(x) + (3x^2 - 4)h(x)]$ 除以 $(x + 1)$ 的餘式為何？

(A) 67 (B) 77 (C) 87 (D) 97
7. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，已知複數 $Z_1 = 3 \cdot (\cos \frac{\pi}{24} + i \sin \frac{\pi}{24})^2$ ， $Z_2 = 6 \cdot (\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12})^3$ ，則下列敘述何者正確？

(A) $\text{Arg}(Z_1 \times Z_2) = \frac{\pi}{12} \times \frac{\pi}{4}$ (B) $|Z_1 \times Z_2| = 18$
 (C) $Z_1 \times Z_2 = \frac{15}{2} - \frac{15}{2}\sqrt{3}i$ (D) $|Z_1 + Z_2| = 8$
8. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，複數 $Z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ，且 n 為自然數，若 Z^n 為實數，則 n 之最小整數為何？

(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 1

9. 設 $y = 4^x$ 與二直線 $y = 1$ 、 $y = 4$ 的交點為 P 與 Q ，則 \overline{PQ} 的長等於？
 (A) 3 (B) $\sqrt{10}$ (C) 2 (D) 8
10. 化簡 $\log_3 \frac{1}{3} + \log_3 \frac{3}{5} + \log_3 \frac{5}{7} + \dots + \log_3 \frac{79}{81}$ 之值為何？
 (A) 2 (B) -2 (C) 3 (D) -4
11. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列，且 $a_{10} = 23$ 、 $a_{25} = -22$ ，若 $a_n < 0$ ，則此時 n 最小自然數為何？
 (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 20
12. 設 $\log 2 = 0.3010$ ，若 $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} = k$ ，則 k 為幾位整數？
 (A) 29 (B) 30 (C) 31 (D) 32
13. 設無窮級數 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)} = \frac{b}{a}$ ，且 a 、 b 互質，則 $a+b = ?$
 (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5
14. 直角坐標平面上一點 $P(2,1)$ ，且 A 、 B 兩點分別落在 x 、 y 軸正向上，若 $\overline{PA} \perp \overline{PB}$ ，則 $\triangle OAB$ 面積之最大值為何？
 (A) $\frac{25}{16}$ (B) $\frac{16}{25}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$
15. 過點 $(1,2)$ 且平行於 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 的直線為 $ax + by = 1$ ，則 $a - b = ?$
 (A) $\frac{2}{7}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $-\frac{2}{7}$ (D) $-\frac{1}{7}$
16. 滿足不等式 $5 < |2x - 7| \leq 10$ 之整數解有幾個？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
17. 過點 $A(4,3)$ ，且與圓 $C: (x-2)^2 + y^2 = 4$ ，則下列選項何者**錯誤**？
 (A) A 在圓外
 (B) 自 A 到圓 C 之切線段長為 3
 (C) 圓心與 A 點距離大於 4
 (D) 過 A 作圓 C 之一切線為 $5x - 12y + 16 = 0$
18. 在坐標平面上通過原點且與橢圓 $4(x-1)^2 + y^2 = 1$ 相交於一點的直線斜率之值為？
 (A) $\pm \frac{2}{\sqrt{3}}$ (B) $\pm \sqrt{2}$ (C) $\pm \sqrt{5}$ (D) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

19. 由 0,1,2,3,4,5 六個數字中取四個數字作成四位數，且為 5 之倍數有 N 個(數字不可重複)，則 N 之值為何？
 (A) 56 (B) 96 (C) 108 (D) 120
20. 在 $(2x^3 - \frac{1}{x})^{12}$ 展開式中，常數項之值為何？
 (A) -1760 (B) -1440 (C) 1440 (D) -1670
21. A 、 B 、 C 三人射箭，射中紅心之機率分別為 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{7}$ 、 $\frac{1}{9}$ ，若三人各射一箭，則至少一人射中紅心之機率為？
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{3}{7}$
22. 袋中有 10 元硬幣 1 枚，5 元硬幣 5 枚，1 元硬幣 10 枚。今由袋中任取 2 枚硬幣，則所得幣值之期望值為何？
 (A) $\frac{9}{8}$ (B) $\frac{11}{8}$ (C) $\frac{35}{8}$ (D) $\frac{45}{8}$
23. 求 $\lim_{x \rightarrow 3} (\log_3 |x+3| + \log_3 |x-3| - \log_3 |x^2 - 2x - 3|) = ?$
 (A) $1 - \log_3 2$ (B) $1 + \log_2 3$ (C) $1 - \log_2 5$ (D) $\frac{3}{4}$
24. 設函數為 $y = f(x) = x^3 + 2$ ，且通過點 $A(1,3)$ 之切線與法線(與切線垂直)分別交 x 軸於 B 、 C 兩點，則 $\triangle ABC$ 面積之值為何？
 (A) 9 (B) 11 (C) 13 (D) 15
25. 求曲線 $y = f(x) = -x^2 + 4x$ 與直線 $y = 3x$ 所圍區域面積之值為何？
 (A) 2 (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) 1