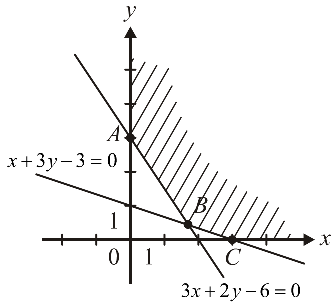
九十九學年四技二專第三次聯合模擬考試
共同考科　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷 99-3-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	A	B	C	D	B	C	B	D	A	A	D	C	D	C	C	D	A	C	B	D	D	A	B

1. $\because 13 \fallingdotseq 6.28\times 2+0.44$
   $\therefore$位於第一象限，而最大負同界角爲$13-6\pi$
2. $2\vec{a}-3\vec{b}=(-2,4)-(-12,15)=(10,-11)$
3. $a=\dfrac{286}{90}=3\dfrac{16}{90}\fallingdotseq 3.17777$，$b=3.\overline{14}=3.141414$
   $c=3.1\overline{4}=3.1444$，$\therefore a>c>b$
4. $\because$三點共線
   $\therefore m_{\overline{AB}}=m_{\overline{BC}}\Rightarrow \dfrac{6-0}{-1-(-3)}=\dfrac{k-0}{4-(-3)}\Rightarrow k=21$
5. $\dfrac{2+i}{1-3i}\times\dfrac{1+3i}{1+3i}=\dfrac{-1+7i}{1+9}=\dfrac{-1}{10}+\dfrac{7}{10}i$，虛部$=\dfrac{7}{10}$
6. $\log\dfrac{1}{123}\fallingdotseq \log 0.008=a<0$，且眞數小數點後第三位開始不爲 0，故 a 的首數爲-3
7. 原式$=\sqrt{(x-4)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-8)^2}=10$
   中心$(\dfrac{4+4}{2},\dfrac{2+8}{2})=(4,5)$ 直立式橢圓
   $2a=10$，$a=5$，$2c=6$，$c=3\Rightarrow b^2=25-9=16$
   方程式爲$\dfrac{(x-4)^2}{16}+\dfrac{(y-5)^2}{25}=1$
8. 原式$=(-\cos160^\circ)^2+(2\sin10^\circ\cos10^\circ)^2+\tan\dfrac{5}{4}\pi$
   $=\cos^2 160^\circ+\sin^2 20^\circ+1$
   $=\cos^2 160^\circ+\sin^2 160^\circ+1=1+1=2$
9. $\because \dfrac{4}{\sin30^\circ}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sin B}\Rightarrow \sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
   $\angle B=60^\circ$(不合)、120°
   $\therefore \angle C=30^\circ=\angle A$，即$\overline{AB}=\overline{BC}=4$
10. 令餘式爲$ax+b$，$\because x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$
    $\therefore f(-1)=-a+b=3\cdots\cdots①$
    $f(-2)=-2a+b=-3\cdots\cdots②$
    則$a=6$，$b=9$，所求爲$6x+9$
11. $3072=\dfrac{3}{4}\cdot r^6\Rightarrow r^6=4096=(\pm4)^6$
    $r=\pm4$ (取負)，$\displaystyle\sum_{i=1}^{5}a_i=\dfrac{-3[1-(-4)^5]}{1-(-4)}=-615$
12. $h=d(A,L_2)=\dfrac{|6\times2-8\times0+7|}{\sqrt{6^2+(-8)^2}}=\dfrac{19}{10}$
    面積$=\dfrac{1}{2}\times5\times\dfrac{19}{10}=\dfrac{19}{4}$
13. $A(0,3)$、$B(\dfrac{12}{7},\dfrac{3}{7})$、$C(0,3)$



目標函數：$14x+7y$

x	0	$\frac{12}{7}$	3
y	3	$\frac{3}{7}$	0
$14x+7y$	21	27	42

在$(0,3)$時有最小値

14. $d(P,L)=\overline{PF}$，圖形爲拋物線 L：$4x+3y-6=0$ 爲準線，$F(3,2)$ 爲焦點，正焦弦長
    $=2d(F,L)=2\cdot\dfrac{|4\times3+3\times2-6|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2\times\dfrac{12}{5}=\dfrac{24}{5}$
    軸爲$3x-4y-1=0$，頂點$(\dfrac{51}{25},\dfrac{32}{25})$
15. 可能之 D 點共三個，圍成之Δ面積恰爲ΔABC面積之四倍，所求$=4\times\dfrac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}4&6&9&4\\-3&2&-1&-3\end{vmatrix}\right|$
    $=2\cdot|8+(-6)+(-27)-(-18)-18-(-4)|=42$
16. $f(\theta)=2(1-2\sin^2\theta)-3\sin\theta+5$
    $=-4\sin^2\theta-3\sin\theta+7=-4(\sin\theta+\dfrac{3}{8})^2+7+\dfrac{9}{16}$
    $=-4(\sin\theta+\dfrac{3}{8})^2+\dfrac{121}{16}$，$\because 0\le\theta\le\pi$，$\therefore 0\le\sin\theta\le1$
    則當$\sin\theta=0$，$f(\theta)=7$ 爲最大値
17. $|\vec{a}-2\vec{b}|^2=\sqrt{38}^2$，$|\vec{a}|^2-4\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}+4|\vec{b}|^2=38$
    $9-4\times5+4|\vec{b}|^2=38$，$4|\vec{b}|^2=49$
    $|\vec{b}|^2=\dfrac{49}{4}$，$|\vec{b}|=\dfrac{7}{2}$
18. $\because$等差數列每 m 項的和也會成等差
    $\therefore 60-30=2d$，$d=15$
    $S_{40}=\dfrac{4[2\times30+(4-1)\times15]}{2}=210$
19. 設 L 斜率爲 m，$\tan135^\circ=\pm\dfrac{m-2}{1+2m}\Rightarrow m=-3$、$\dfrac{1}{3}$
    過$(-1,3)\Rightarrow x-3y=-10$ or $3x+y=0$
20. 圓心$O(2,-1)$，$r=4$，$\overline{OP}=\sqrt{(2+2)^2+(-1-2)^2}=5$
    $\overline{OP}$ 爲 $PAOB$ 外接圓之直徑

$\therefore$面積$=\pi(\frac{5}{2})^2=\frac{25}{4}\pi$

21. $\cos C=\frac{(3\sqrt{2})^2+(2\sqrt{3})^2-(3+\sqrt{3})^2}{2\cdot 3\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$\angle C=75°$

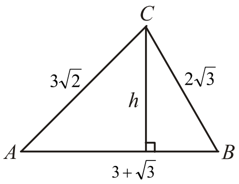
ΔABC面積$=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}\times\sin 75°=\frac{9+3\sqrt{3}}{2}$

又 $\frac{3\sqrt{2}}{\sin B}=\frac{2\sqrt{3}}{\sin A}=\frac{3+\sqrt{3}}{\sin 75°}$

$\Rightarrow\angle A=45°$，$\angle B=60°$

令 $\overline{AB}$ 邊上的高$=h$

$\frac{1}{2}\times(3+\sqrt{3})\cdot h=\frac{9+3\sqrt{3}}{2}$，$h=3$



22. $\alpha+\beta=-\frac{5}{2}$，$\alpha\cdot\beta=3$，$\therefore\alpha<0$ 、 $\beta<0$

(A) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=\frac{25}{4}-6=\frac{1}{4}$ (◯)

(B) $\because 2\alpha^2+5\alpha+6=0$，$2\beta^2+5\beta+6=0$

$\therefore$原式$=(-12+7)(-2+6)=-20$ (◯)

(C) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\beta^2+\alpha^2}{\alpha\beta}=\frac{\frac{1}{4}}{3}=\frac{1}{12}$ (◯)

(D) $(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha}\times\sqrt{\beta}$

$=-\frac{5}{2}-2\sqrt{\alpha\beta}=\frac{-5}{2}-2\sqrt{3}$ (×)

23. 原式$=(\log_{3^2}4^2)(\log_4 x)+9^{\log_{3^2}\sqrt{2}^2}=\log_3 x\cdot\log_3 9x$

$\Rightarrow\log_3 x+2=\log_3 x\cdot(\log_3 9+\log_3 x)$

$\Rightarrow(\log_3 x)^2+\log_3 x-2=0\Rightarrow\log_3 x=1$ 、 -2

$x=3$ 、 $\frac{1}{9}$

24. 利用算幾不等式

$\frac{\frac{a}{2}+\frac{a}{2}+b+b+2c}{5}\geq\sqrt[5]{(\frac{a}{2})(\frac{a}{2})\cdot b\cdot b\cdot(2c)}$

$2\geq\sqrt[5]{\frac{a^2b^2c}{2}}$，$a^2b^2c\leq 64$，最大値為 64

“=”成立時，令$\frac{a}{2}=b=2c=t$

$a+2b+2c=2t+2t+t=10$，$t=2$

$a=4$，$b=2$，$c=1$

25. $\because a\cdot(1-i)=\frac{-3+3i}{1}$，$\therefore a=-3$

$x^4=-3=3(\cos 180°+i\sin 180°)$

$x=\sqrt[4]{3}[\cos(45°+\frac{k}{2}\pi)+i\sin(45°+\frac{k}{2}\pi)]$

$k=0$ 、1、2、3，圖形為正方形

面積$=4\times\frac{1}{2}\times\sqrt[4]{3}\times\sqrt[4]{3}\times\sin 90°=2\sqrt[4]{9}=2\sqrt{3}$