九十九學年四技二專第一次聯合模擬考試
共同考科　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷 99-1-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	A	B	C	C	D	A	C	B	C	A	B	D	B	D	A	C	B	A	B	D	C	C	D

1. $P(\frac{1\times4+2\times(-5)}{1+2},\frac{1\times12+2\times0}{1+2})=P(-2,4)$

2. $\vec{a}+\vec{b}=(3,4)+(5,6)=(8,10)$

3. $|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}|=|(4,-1)-(1,3)|=|(3,-4)|$

   $=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$

4. $f(x)=-2[x^2-\frac{1}{2}x]-3=-2[(x-\frac{1}{4})^2-\frac{1}{16}]-3$

   $=-2(x-\frac{1}{4})^2-\frac{23}{8}$，$f(x)$ 有最大值 $-\frac{23}{8}$

5. ∵開口向上　∴ $a>0$，頂點 $(-\frac{b}{2a},-\frac{D}{4a})$ 在第四象限

   $-\frac{b}{2a}>0\Rightarrow -b>0\,(\because a>0)\Rightarrow b<0$

   $-\frac{D}{4a}<0\Rightarrow -D<0\,(\because a>0)\Rightarrow D>0$ 即 $b^2-4ac>0$

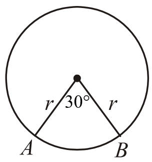
   圖形與 y 軸交點爲 $(0,c)$，故 $c<0$

6. $-132^\circ=-132\times\frac{\pi}{180}=-\frac{11\pi}{15}$

   $-\frac{11\pi}{15}$ 的最小正同界角爲 $-\frac{11\pi}{15}+2\pi=\frac{19\pi}{15}$

7. 如右圖

   $\overset{\frown}{AB}=r\theta=6378\times\frac{\pi}{6}=1063\pi$ 公里



8. $\vec{a}\cdot2\vec{b}=(-4,9)\cdot(6,4)=-24+36=12$

9. (A) $\vec{a}\cdot\vec{b}=-2-2=-4\neq0$

   (B) $\vec{c}\cdot\vec{d}=2010\cdot234+99\cdot987\neq0$

   (C) $\vec{e}\cdot\vec{f}=-4+4=0$，所以 $\vec{e}$ 與 $\vec{f}$ 垂直

   (D) $\vec{g}\cdot\vec{h}=0+\tan45^\circ=1\neq0$

10. 連接 $\overline{AE}$，∵EDGF 爲正方形

    ∴ $\overline{GD}=\overline{DE}$，又 $\angle FAG=45^\circ$

    ∴ $\overline{AG}=\overline{GF}$，在直角 ΔADE 中

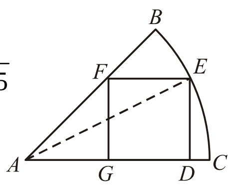
    $\overline{AD}=\overline{AG}+\overline{GD}=2+2=4$

    $\overline{DE}=2$，得 $\overline{AE}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

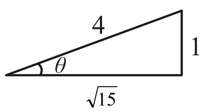
    即扇形 ABC 之半徑爲 $2\sqrt{5}$

    所以扇形面積爲

    $\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}\cdot(2\sqrt{5})^2\cdot\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{2}$



11. $\tan\theta=\frac{1}{\sqrt{15}}$

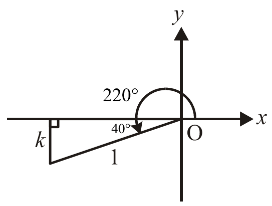


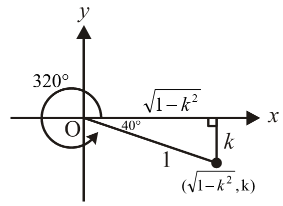
12. $(\frac{1}{5})^2=(\sin\theta-\cos\theta)^2$

    $\frac{1}{25}=1-2\sin\theta\cos\theta$，$\sin\theta\cos\theta=\frac{12}{25}$

    $\tan\theta+\cot\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{1}{\frac{12}{25}}=\frac{25}{12}$

13. $k=\sin220^\circ<0$，而 $\cos320^\circ>0$





    所以 $\cos320^\circ=\frac{\sqrt{1-k^2}}{1}=\sqrt{1-k^2}$

14. 原式 $=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}-1-1=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{5}{2}=\frac{\sqrt{3}-5}{2}$

15. $(3\cos\theta+2)(2\cos\theta-1)=0$

    $\cos\theta=-\frac{2}{3}$ 或 $\cos\theta=\frac{1}{2}$ (不合，∵ θ 爲第三象限角)

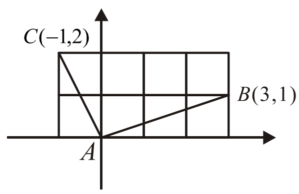
    $\sin\theta=-\frac{\sqrt{5}}{3}$，$\tan\theta=\frac{\sqrt{5}}{2}$，$\sec\theta=-\frac{3}{2}$

16. $\tan\theta_1=\frac{1}{3}$

    $\tan\theta_2=\frac{2}{-1}=-2$

    $\tan(\theta_1+\theta_2)=\frac{\tan\theta_1+\tan\theta_2}{1-\tan\theta_1\tan\theta_2}$

    $=\frac{\frac{1}{3}-2}{1-\frac{1}{3}\cdot(-2)}=-1$，得 $\theta_1+\theta_2=\frac{3\pi}{4}$



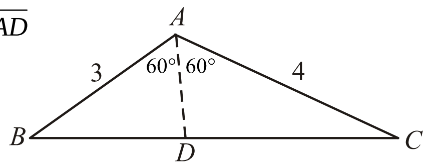
17. 設 $\angle A$ 之角平分線爲 $\overline{AD}$

    ΔABC面積 $=\Delta ABD$面積 $+\Delta ACD$面積

    $\frac{1}{2}\cdot3\cdot4\sin120^\circ=\frac{1}{2}\cdot3\cdot\overline{AD}\sin60^\circ+\frac{1}{2}\cdot4\cdot\overline{AD}\sin60^\circ$

    得 $12=3\overline{AD}+4\overline{AD}$

    則 $\overline{AD}=\frac{12}{7}$



18. 設 $a+b=4k\cdots\cdots(1)$，$b+c=5k\cdots\cdots(2)$

    $c+a=6k\cdots\cdots(3)$

$\dfrac{(1)+(2)+(3)}{2}$ 得 $a+b+c=\dfrac{15k}{2}\cdots\cdots(4)$

$(4)-(2)\Rightarrow a=\dfrac{5}{2}k$ ， $(4)-(3)\Rightarrow b=\dfrac{3k}{2}$

$(4)-(1)\Rightarrow c=\dfrac{7}{2}k$

故 a：b： $c=\dfrac{5k}{2}$ ： $\dfrac{3k}{2}$ ： $\dfrac{7k}{2}=5$ ：3：7

$\sin A$：$\sin B$：$\sin C=a$：b：$c=5$：3：7

19. 令 $\angle ABC=\theta$ ， $\cos\theta=\dfrac{3}{5}$

$\angle FBE=360^\circ-90^\circ-\theta-90^\circ=180^\circ-\theta$

在 ΔFBE 中，由餘弦定理知

$\overline{EF}^2=\overline{BF}^2+\overline{BE}^2-2\overline{BF}\cdot\overline{BE}\cos(\angle FBE)$

$=3^2+5^2-2\cdot3\cdot5\cos(180^\circ-\theta)$

$=34-30\cdot(-\cos\theta)=34-30\cdot(-\dfrac{3}{5})=52$

得 $\overline{EF}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

20. $\cos\theta=\dfrac{3^2+5^2-7^2}{2\cdot3\cdot5}=-\dfrac{1}{2}$ ，得 $\theta=120^\circ$

$\sin120^\circ>0$ ， $\tan120^\circ=-\sqrt{3}$ 爲無理數，θ 爲鈍角

21. $S=\dfrac{5+8+7}{2}=10$ ， ΔABC 面積 $=\sqrt{10\cdot5\cdot2\cdot3}=10\sqrt{3}$

22. $\dfrac{2\sqrt{2}}{\sin45^\circ}=\dfrac{\overline{AB}}{\sin30^\circ}\Rightarrow\overline{AB}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sin45^\circ}\times\sin30^\circ$

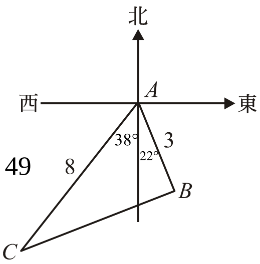
$=\dfrac{2\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\times\dfrac{1}{2}=2$

23. $\angle BAC=38^\circ+22^\circ=60^\circ$

由餘弦定理知

$\overline{BC}^2=3^2+8^2-2\cdot3\cdot8\cdot\cos60^\circ=49$

$\overline{BC}=7$



24. $\overrightarrow{BA}$ ‧ $\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{BA}|$‧$|\overrightarrow{BC}|\cos B=5\cdot13\cdot\dfrac{5}{13}=25$

25. 最大值爲 $\sqrt{2^2+(-3)^2}+4=\sqrt{13}+4$