

## 數 學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類。

1. 如果函數  $y = f(x) = x^2 + bx + c$ ，對任意實數  $t$  都有  $f(3+t) = f(3-t)$ ，則下列何者正確？
 

(A) $f(0) < f(2) < f(3)$	(B) $f(2) < f(0) < f(3)$
(C) $f(2) < f(3) < f(0)$	(D) $f(3) < f(2) < f(0)$
  
2. 已知  $\cos 560^\circ = k$ ，則以  $k$  表示  $\sin 860^\circ$  為何？
 

(A) $k\sqrt{1-k^2}$	(B) $-k\sqrt{1-k^2}$
(C) $2k\sqrt{1-k^2}$	(D) $-2k\sqrt{1-k^2}$
  
3. 設  $\tan \alpha$ 、 $\tan \beta$  為  $x^2 - 3x + 2 = 0$  之二根，則  $\sin^2(\alpha + \beta) = ?$ 

(A) $\frac{3}{10}$	(B) $\frac{9}{10}$	(C) $\frac{1}{2}$	(D) $\frac{9}{25}$
--------------------	--------------------	-------------------	--------------------
  
4. 關於函數  $y = f(x) = 3\cos(2x + \frac{\pi}{4})$  的敘述，下列何者正確？
 

(A) 週期為 $2\pi$	(B) $f(x + \pi) = -f(x)$
(C) $y$ 的最大值和最小值的和為 0	(D) $f(\frac{\pi}{2}) + f(-\frac{\pi}{2}) = 0$
  
5. 已知  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 1 + \sqrt{3}$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，下列何者正確？
 

(A) $\overline{BC} = 2$	(B) $\angle B = 105^\circ$
(C) $\angle C = 75^\circ$	(D) $\triangle ABC$ 面積為 $(1 + \sqrt{3})$ 平方單位
  
6. 有兩棟建築物，已知甲建築物比乙建築物高；今在乙建築物的樓頂，分別測得對甲建築物樓頂的仰角為  $60^\circ$ ，對甲建築物樓底的俯角為  $30^\circ$ 。若乙建築物高為 10 公尺，則甲建築物高為
 

(A) 40 公尺	(B) $40\sqrt{3}$ 公尺
(C) $30 + 10\sqrt{3}$ 公尺	(D) 30 公尺
  
7.  $\triangle ABC$  中，若  $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{BC} = 7$ 、 $\overline{CA} = 5$ ，則  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = ?$ 

(A) -30	(B) 30	(C) 15	(D) -60
---------	--------	--------	---------
  
8.  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表二向量，已知  $\vec{a} = (7, 1)$ 、 $\vec{b} = (-4, 3)$ ，則  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  上之正射影長為何？
 

(A) 1	(B) $\frac{1}{5}$	(C) 5	(D) 25
-------	-------------------	-------	--------
  
9. 已知一多項式  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，若  $f(x)$  除以  $(x-1)$  所得之餘式為 3，且  $f(x)$  除以  $(x^2 + 1)$  所得之餘式為  $(x+2)$ ，則下列何者正確？
 

(A) $a = 1$	(B) $b = c$	(C) $f(-1) = 1$	(D) $f(0) = 1$
-------------	-------------	-----------------	----------------

10. 已知  $\alpha$ 、 $\beta$  為方程式  $x^2 + 6x + 4 = 0$  的二根，求  $\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}} + \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = ?$

- (A)  $\frac{1}{3}$                       (B)  $-\frac{1}{3}$                       (C)  $-3$                       (D)  $3$

11. 已知  $A$  點的極坐標為  $(1, \frac{\pi}{4})$ ， $B$  點的極坐標為  $(3, -\frac{5}{12}\pi)$ ，則  $\overline{AB} = ?$

- (A)  $13$                       (B)  $\sqrt{13}$                       (C)  $\sqrt{7}$                       (D)  $7$

12. 已知  $w$  為一複數，若  $\frac{w-1}{w} = 1+i$ ，則  $|w-1| = ?$  (其中  $i = \sqrt{-1}$ )

- (A)  $\sqrt{2}-1$                       (B)  $\sqrt{2}+1$                       (C)  $\sqrt{2}$                       (D)  $2$

13. 滿足方程式  $x^2 = \log_{\frac{1}{2}} x$  的實數解有幾個？

- (A)  $0$  個                      (B)  $1$  個                      (C)  $2$  個                      (D)  $3$  個

14. 已知(a) :  $\sqrt{2} - \sqrt[3]{2}$       (b) :  $(\log_3 2) - 1$       (c) :  $(\log_2 3) - 1$       (d) :  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$       (e) :  $\log_{\frac{1}{2}} 3$

請問(a)~(e)中共有幾個數是正數？

- (A)  $4$  個                      (B)  $3$  個                      (C)  $2$  個                      (D)  $1$  個

15.  $8^{\frac{2}{3}} + 9^{\log_3 2} + \log_3 27 - \log_4 \sqrt{2} = ?$

- (A)  $7$                       (B)  $5$                       (C)  $\frac{13}{4}$                       (D)  $\frac{15}{2}$

16. 數列  $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ ，依此規則，請問第 99 項是多少？

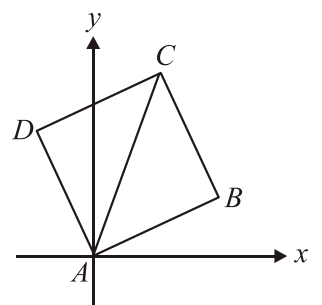
- (A)  $\frac{7}{8}$                       (B)  $\frac{8}{7}$                       (C)  $\frac{6}{9}$                       (D)  $\frac{9}{6}$

17. 求  $\sum_{k=0}^{\infty} (\frac{3^k + 1}{5^k}) = ?$

- (A)  $\frac{7}{4}$                       (B)  $2$                       (C)  $\frac{15}{4}$                       (D)  $\frac{13}{4}$

18. 如圖(一)，坐標平面上  $ABCD$  為一正方形，其中對角線  $\overline{AC}$  的斜率為 3，則  $\overline{AB}$  的斜率為何？

- (A)  $\frac{3}{4}$                       (B)  $\frac{2}{3}$   
(C)  $\frac{1}{3}$                       (D)  $\frac{1}{2}$



圖(一)

19. 若二直線  $L_1 : x + 2 = 0$  和  $L_2 : x + \sqrt{3}y - 1 = 0$  所夾之銳角為  $\theta$ ，則  $\cos 2\theta$  之值為何？

- (A)  $\frac{1}{2}$                       (B)  $-\frac{1}{2}$                       (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       (D)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

20. 直角坐標平面上，已知  $A(1,1)$ ， $B(3,4)$ ，若  $P(m,n)$  為  $y$  軸上的一點且使得  $\overline{PA} + \overline{PB}$  之值為最小，如果令  $\overline{PA} + \overline{PB}$  之最小值為  $k$ ，則  $m + 4n + k$  之值為何？

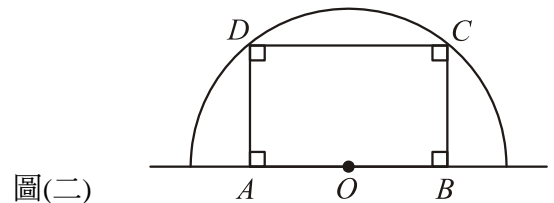
- (A)  $2 + 3\sqrt{2}$                       (B) 10                      (C) 12                      (D)  $12 + \sqrt{3}$

21. 求聯立不等式  $\begin{cases} y \geq |x| + 1 \\ y \leq 4 \end{cases}$  的圖形所圍之區域面積為多少？

- (A) 9 平方單位                      (B) 12 平方單位  
(C) 16 平方單位                      (D) 18 平方單位

22. 已知一半徑為 4 公分的半圓有一內接矩形  $ABCD$ ，如圖(二)所示，試求此矩形  $ABCD$  面積的最大值為何？

- (A) 32 平方公分  
(B)  $32\sqrt{3}$  平方公分  
(C) 16 平方公分  
(D)  $16\sqrt{3}$  平方公分



23. 已知圓方程式  $2x^2 + 2y^2 - 8x + 12y + 8 = 0$ ，若圓心坐標為  $(h,k)$ ，半徑為  $r$ ，則  $h + k + r$  之值為何？

- (A) 8                      (B) 4                      (C) 3                      (D) 2

24.  $P(m,n)$  為拋物線  $y^2 - x = 0$  上的一動點，已知一直線  $L$  的方程式為  $x + 2y + 6 = 0$ ，若點  $P(m,n)$  和直線  $L$  的最短距離為  $k$ ，則  $k^2 + m^2 - n^2$  之值為何？

- (A) 27                      (B) 25                      (C) 7                      (D) 5

25. 已知  $P(3, \frac{5}{6}\sqrt{37})$  為雙曲線  $\frac{y^2}{25} - \frac{(x-1)^2}{144} = 1$  上一點，若  $Q_1$ 、 $Q_2$  為此雙曲線的二個焦點，求  $|\overline{PQ_1} - \overline{PQ_2}| = ?$

- (A) 5                      (B) 10                      (C) 12                      (D) 24