112 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷 112-2-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	D	B	D	B	A	B	A	D	D	B	C	C	B	C	B	C	A	A	C	B	D	A	C

1. 實數 $x+2y+3$ 的絕對值與 $2y-3x-1$ 的平方值皆非負，又兩者和為 0，即原本兩者各自為 0。解聯立方程式 $\begin{cases} x+2y+3=0 \\ 2y-3x-1=0 \end{cases}$，得 $x=-1$，$y=-1$，所求 $x+y=-1+(-1)=-2$，故選(A)

2. $\overrightarrow{AB}=(-2,1)$，$\overrightarrow{BC}=(4,4)$
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=(-2)\times4+1\times4=-4$，故選(D)

3. 任兩頂點連出一條線，其中十七邊形的十七條邊不為對角線，所求為 $C_2^{17}-17=136-17=119$，故選(D)

4. 原式 $\overset{通分}{\Rightarrow}\dfrac{x^3-4x}{x^2-2x}=0\overset{分解}{\Rightarrow}\dfrac{x(x-2)(x+2)}{x(x-2)}=0$
因分母不為 $0\overset{約分}{\Rightarrow}x+2=0$，$x=-2$，故選(B)

5. 因 L 與直線 L_1：$5x-12y+13=0$ 平行
令 L：$5x-12y+k=0$
其 x 截距 $=\dfrac{-k}{5}$，y 截距 $=\dfrac{k}{12}$
三角形面積 $=\dfrac{1}{2}\times\left|\dfrac{-k}{5}\right|\times\left|\dfrac{k}{12}\right|=\dfrac{k^2}{120}=15$
$k^2=1800$，$k=\pm30\sqrt{2}$
得 L：$5x-12y\pm30\sqrt{2}=0$
將四個選項代入僅 $(18\sqrt{2},5\sqrt{2})$
滿足方程式 $5x-12y-30\sqrt{2}=0$，故選(D)

6. 原式為 $\cos x$ 的二次式，故以配方法求極值
$4\cos^2x-12\cos x+7$
$=4(\cos^2x-3\cos x)+7$
$=4(\cos x-\dfrac{3}{2})^2-9+7$
$=4(\cos x-\dfrac{3}{2})^2-2$
因 $-1\le\cos x\le1$，原式最小值發生在 $\cos x=1$ 時
此時 $4\cos^2x-12\cos x+7=4-12+7=-1$，故選(B)

7. $ab=4>0$，即 a、b 同號
又 $a+b=-6<0$，得 $a<0$、$b<0$
所求 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=\sqrt{a}^2-2\sqrt{a}\sqrt{b}+\sqrt{b}^2$
$=a-2(-\sqrt{ab})+b=a+b+2\sqrt{ab}$
$=-6+2\times2=-2$，故選(A)

8. 由因式定理得知 $f(-1)=0$
$(-1)^4+2\times(-1)^3+k(-1)+1=0$
$1-2-k+1=0$，$k=0$，故選(B)

9. 已知三邊求一角，故利用餘弦定理求解
$c^2=a^2+b^2-2ab\times\cos C$
$\Rightarrow(\sqrt{3}-1)^2=4+6-2\times2\times\sqrt{6}\times\cos C$
$\Rightarrow 4-2\sqrt{3}=10-4\sqrt{6}\cos C$
$\Rightarrow 4\sqrt{6}\cos C=6+2\sqrt{3}$
$\Rightarrow \cos C=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
$\therefore\angle C=15^\circ=\dfrac{\pi}{12}$，故選(A)
[另解]
若是沒有記 15 度的餘弦值，改計算 $\angle A$ 與 $\angle B$
$a^2=b^2+c^2-2bc\times\cos A$
$4=6+(\sqrt{3}-1)^2-2\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)\cos A$
$2\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)\cos A=6-2\sqrt{3}$
$\cos A=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\angle A=45^\circ$
$b^2=a^2+c^2-2ac\times\cos B$
$6=4+(\sqrt{3}-1)^2-2\times2(\sqrt{3}-1)\cos B$
$4(\sqrt{3}-1)\cos B=2-2\sqrt{3}$
$\cos B=-\dfrac{1}{2}$，$\angle B=120^\circ$
三角形內角和 180 度
$\angle C=180^\circ-45^\circ-120^\circ=15^\circ=\dfrac{\pi}{12}$，故選(A)

10. $5\%=0.05$
一年後薪資 $=$(前一年薪資 $+$ 加薪的部分)
$=$(前一年薪資 $+$ 前一年薪資 $\times0.05$)
$=$前一年薪資 $\times(1.05)$
每年薪資皆為前一年乘 1.05 倍
四年後薪資 $=$ 第一年薪資 $\times1.05^4=3\times1.05^4$
故選(D)

11. 誤差在標準值的千分之三，有增有減取絕對值，即 $|x-7.5|<7.5\times0.003\Rightarrow\left|\dfrac{x-7.5}{7.5}\right|<0.003$，故選(D)

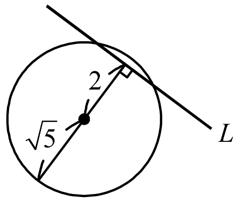
12. 扇形面積 $A=\dfrac{1}{2}r^2\theta=\dfrac{1}{2}rS=\dfrac{1}{2}\times4\times10=20$，故選(B)

13. $\sin(t)$ 函數原本週期為 2π，週期只受函數內 t 的係數 k 影響，新週期 $T=\left|\dfrac{2\pi}{k}\right|=\left|\dfrac{2\pi}{\pi}\right|=2$，故選(C)

14. 由標準式得知圓心 $(2,-3)$，半徑 $\sqrt{5}$
利用點到直線距離公式計算圓心到直線距離
$=\dfrac{|3\times2+4\times(-3)-4|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{10}{5}=2$

因 $2<\sqrt{5}$ ，圓與直線相割，最短距離 d_1 爲 0 (即交點處)，最遠距離 d_2 爲 $\sqrt{5}+2$ ，如下圖所示

得 $d_1+d_2=0+(\sqrt{5}+2)=\sqrt{5}+2$ ，故選(C)



15. 共 10 個字在排列，其中 4 個「小」、2 個「的」重複，排列數爲 $\dfrac{10!}{4!2!}=75600$，故選(B)

16. [法一]

利用兩向量求三角形面積 $=\dfrac{1}{2}\left\|\begin{matrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{matrix}\right\|$

$\overrightarrow{AB}=(4-(-2)\,,7-3)=(6\,,4)$

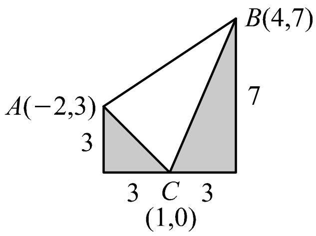
$\overrightarrow{AC}=(1-(-2)\,,0-3)=(3\,,-3)$

所求面積 $=\dfrac{1}{2}\left\|\begin{matrix} 6 & 4 \\ 3 & -3 \end{matrix}\right\|=\dfrac{1}{2}|-18-12|=15$ ，故選(C)

[法二]

如下圖所示，利用梯形減兩塊三角形面積

$\dfrac{(3+7)\times 6}{2}-\dfrac{3\times 3}{2}-\dfrac{3\times 7}{2}=15$ ，故選(C)



17. [法一]

$\cot\theta=\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$ ，將原式分子與分母同除 $\sin\theta$

$\Rightarrow \dfrac{4\sin\theta+2\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta}=\dfrac{\dfrac{4\sin\theta}{\sin\theta}+\dfrac{2\cos\theta}{\sin\theta}}{\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta}-\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}}$

$=\dfrac{4+2\cot\theta}{1-\cot\theta}=\dfrac{4+2\times 3}{1-3}=-5$ ，故選(B)

[法二]

$\cot\theta=\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=3$ 得 $\cos\theta=3\sin\theta$ 代入原式

$\Rightarrow \dfrac{4\sin\theta+2\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta}=\dfrac{4\sin\theta+2\times(3\sin\theta)}{\sin\theta-3\sin\theta}=\dfrac{10\sin\theta}{-2\sin\theta}$

$=-5$ ，故選(B)

18. 由柯西不等式可以得知

$[(x)^2+(3y)^2][2^2+3^2]\geq(2x+9y)^2$

$\Rightarrow [(x)^2+(3y)^2]\times 13\geq 65^2$

$\Rightarrow [x^2+9y^2]\times 13\geq 65^2$

$\therefore x^2+9y^2\geq 325$ ，故選(C)

19. 利用切線段長公式，P 點代入圓方程式左側並開根號

$\sqrt{(-1)^2+k^2+2\times(-1)-2k-3}=\sqrt{20}$

$\Rightarrow 1+k^2-2-2k-3=20$

$\Rightarrow k^2-2k-24=0$

$\Rightarrow (k-6)(k+4)=0$

$\therefore k=6$ 或 $k=-4$ ，故選(A)

20. [法一]

利用圓上一點切線公式

$(-2+1)(x+1)+(3-1)(y-1)=5$

$\Rightarrow -(x+1)+2(y-1)=5$

$\Rightarrow -x+2y-8=0$

$\therefore x-2y+8=0$ ，故選(A)

[法二]

利用圓心與切點連線之斜率 $m_o=\dfrac{3-1}{-2-(-1)}=-2$

切線與其垂直，得 $m_o\times m_{切}=-1$

$\therefore m_{切}=\dfrac{1}{2}$

利用點斜式得切線方程式爲

$y-3=\dfrac{1}{2}(x+2)\Rightarrow x-2y+8=0$ ，故選(A)

21. 所有聯盟球隊數相加爲 $4+6+6=16$ 支球隊，僅考慮對戰組合，組合數爲 $C_2^{16}=\dfrac{16\times 15}{2\times 1}=120$，故選(C)

22. 先計算原本的自責分 x $(x\in N)$

$\dfrac{x\times 9}{60}=4.65\Rightarrow x=31$

設 3 局過後總自責分爲 y $(y\in N)$

而 ERA $=\dfrac{y\times 9}{60+3}\leq 5\Rightarrow y\leq 35$

所以最多失分爲 $35-31=4$ ，故選(B)

23. [法一]

由題意可知，斜放的張數由上而下數第 n 層所需數量爲 $2n$ ，十八層斜放 18 次，斜放總數爲 $2+4+6+\cdots+36=342$ ，橫放的撲克牌第 n 次爲 n 張，但十八層僅需 17 次，橫放總數爲 $1+2+3+\cdots+16+17=153$，總數 $342+153=495$

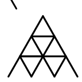
故選(D)

[法二]

設 a_n 表示 n 層所需張數，由觀察得知

$a_1=2$ $\wedge$

$a_1=2+5$ 

$a_3=2+5+8$ 

則 $a_{18}=2+5+8+\cdots$ (18 項)

爲一首項 2，公差 3，共 18 項的等差級數

即 $a_{18}=\dfrac{18[2\times 2+(18-1)\times 3]}{2}=495$ ，故選(D)

24. [法一]

令三數成等比爲 $\dfrac{a}{r}$ 、 a 、 ar

三數之積$\frac{a}{r}\times a\times ar=64$，$a^3=64$，$a=4$

又依序減 2、減 11、減 2 後爲$(\frac{4}{r}-2)$、-7、$(4r-2)$

成等差$\Rightarrow (\frac{4}{r}-2)+(4r-2)=2\times(-7)$

同乘 r 得 $4r^2+10r+4=0$

$\therefore r=-\frac{1}{2}$ 或 -2

代回的三數爲 -2、4、-8 或 -8、4、-2，和爲 -6

故選(A)

[法二]

令三數成等比爲$\frac{a}{r}$、a、ar

三數之積$\frac{a}{r}\times a\times ar=64$，$a^3=64$，$a=4$

又依序減 2、減 11、減 2 後爲$(\frac{4}{r}-2)$、-7、$(4r-2)$

因題目僅求原三數之和，只需計算等差之和再加 2、加 11、加 2，即可得等比之和

等差之和＝中項×個數＝$-7\times3=-21$

原三數之和＝等差之和$+2+11+2=-21+15=-6$

故選(A)

25. 如下圖所示，保持最短距離並非人在遙控飛機的正下方，而是其正射影長(粗線)的部分，令飛機移動向量爲$\overrightarrow{a}=(80,150)$，任取一步道上的方向向量爲$\overrightarrow{b}=(4,3)$，所求爲$\overrightarrow{a}$在$\overrightarrow{b}$上的正射影長

$\frac{|\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}|}{|\overrightarrow{b}|}=\frac{80\times4+150\times3}{5}=154$，故選(C)