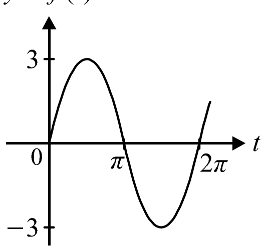
110 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

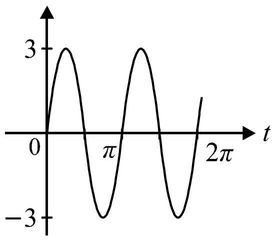
數學(C)卷 110-2-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	C	A	C	B	D	B	D	B	B	A	A	D	C	A	B	D	C	D	C	B	A	A	C

1. $x^2+2x-8<0 \Rightarrow (x+4)(x-2)<0 \Rightarrow -4<x<2$
 $|x+a|<b \Leftrightarrow -b<x+a<b \Rightarrow -a-b<x<-a+b$
 解 $\begin{cases}-a-b=-4\\-a+b=2\end{cases}$，解得 $a=1$，$b=3$，故 $a+b=4$
 故選(D)
2. $\sum_{k=1}^{180}\cos^2 k° = \cos^2 1°+\cos^2 2°+\cos^2 3°+\cdots+\cos^2 90°$
 $+\cos^2 91°+\cdots+\cos^2 179°+\cos^2 180°$
 $=\cos^2 1°+\cos^2 2°+\cos^2 3°+\cdots+\cos^2 90°+\sin^2 1°+\cdots$
 $+\sin^2 89°+\cos^2 180°$
 $=(\cos^2 1°+\sin^2 1°)+(\cos^2 2°+\sin^2 2°)+\cdots$
 $+(\cos^2 89°+\sin^2 89°)+\cos^2 90°+\cos^2 180°$
 $=\underbrace{1+1+\cdots+1}_{89個}+0+1=90$，故選(C)
3. $\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}=\vec{0} \Rightarrow \vec{a}+\vec{b}=-2\vec{c}$
 $\Rightarrow |\vec{a}+\vec{b}|^2=|-2\vec{c}|^2$
 $\Rightarrow |\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=4|\vec{c}|^2$
 $\Rightarrow 5+2\,\vec{a}\cdot\vec{b}+4=4\times3$
 $\Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{3}{2}$，故選(C)
4. 設 $f(x)=(x+3)(x-2)(ax+b)$
 得 $\begin{cases}f(-1)=2\times(-3)\times(-a+b)=6\Rightarrow -a+b=-1\\f(1)=4\times(-1)\times(a+b)=-12\Rightarrow a+b=3\end{cases}$
 解得 $a=2$，$b=1$，即 $f(x)=(x+3)(x-2)(2x+1)$
 $\therefore f(-2)=1\times(-4)\times(-3)=12$，故選(A)
5. 過點 $A(-2,-3)$ 作直線 L' 與 L 垂直
 令 L'：$2x-y+k=0$，將 $A(-2,-3)$ 代入 L'
 得 $-4+3+k=0\Rightarrow k=1$
 解 $\begin{cases}x+2y-7=0\\2x-y+1=0\end{cases}$，得交點 $(1,3)$ 即爲 P 點
 $\therefore 2a+b=2\times1+3=5$，故選(C)
6. $x^2+y^2+4x+6y+12=0 \Rightarrow (x+2)^2+(y+3)^2=1$
 得圓心 $Q(-2,-3)$，半徑 $r=1$
 因圓 C 與直線 L 相切
 則 $d(Q,L)=r\Rightarrow \frac{|-10+36+k|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=1$
 $\Rightarrow |k+26|=13\Rightarrow k+26=\pm13$
 $\Rightarrow k=-13$ 或 -39，故選(B)
7. 分母爲 2 到 12 者，共有 $1+2+3+\cdots+11=66$ 項
 $\frac{7}{13}$ 爲分母 13 者的第 7 項，故爲數列的第 73 項
 故選(D)
8. 視爲○○○○○××排列，其中××不相鄰
 共有 $1\times\frac{P_2^6}{2!}=15$ 種排法，又×○○○○○×不可選定
 故有 $15-1=14$ 種排法，故選(B)
9. $y=\frac{2x_1+3x_2}{5}$，且 $x_2<x_1$，由分點公式，故選(D)
10. 由正弦定理 $a：b：c=\sin A：\sin B：\sin C=4：5：7$
 令 $a=4k$，$b=5k$，$c=7k$，其中 $k>0$
 $\cos C=\frac{(4k)^2+(5k)^2-(7k)^2}{2\times4k\times5k}=\frac{-8k^2}{40k^2}=-\frac{1}{5}$
 故選(B)
11. $\overrightarrow{AB}=(-2,7)$，$\overrightarrow{AC}=(2,8)$
 則 ΔABC 面積 $=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}-2&7\\2&8\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}|-16-14|=15$
 故選(B)
12. 圓 C 與兩坐標軸均相切，且圓心在第二象限
 設圓心爲 $(-r,r)$，r 爲半徑
 將 $(-r,r)$ 代入 L，得 $-r+2r-3=0\Rightarrow r=3$
 即圓心爲 $(-3,3)$，$r=3$
 得 C：$(x+3)^2+(y-3)^2=9$
 $\Rightarrow x^2+y^2+6x-6y+9=0$，故選(A)
13. $S_n=\frac{a_1\cdot(1-r^n)}{1-r}=\frac{a_1-a_nr}{1-r}$ $(\because a_1r^n=a_1\cdot r^{n-1}\cdot r=a_n\cdot r)$
 $\therefore 484=\frac{a_1-324\times3}{1-3}\Rightarrow -968=a_1-972$
 $\Rightarrow a_1=4$，故選(A)
14. 共有 $\underset{\text{臺}}{8}\times\underset{\text{日}}{1}\times\underset{\text{印}}{2}\times\underset{\text{中}}{4}\times\underset{\text{其他4組}}{4!}=1536$ 種，故選(D)
15. $y=f(t)=3\sin t$，$t\geq0$ 的圖形爲



 今頻率變成 2 倍，故在時間 0 到 2π 時，波形出現 2 次，故其圖形爲



故選(C)

16. 令 $f(x)=x^4-7x^3-19x^2+11x+2$
由餘式定理，可知所求 $=f(a)$
將 $f(x)$ 用綜合除法除以 $x-9$

$$\begin{array}{l|l} 1-7-19+11+\ 2 & 9 \\ \quad +9+18-\ 9+18 & \\ \hline 1+2-\ 1+\ 2\,|+20 & \end{array}$$

得餘式 20，由餘式定理，所求 $=f(9)=20$
故選(A)
[另解]
求式 $=6561-5103-1539+99+2=20$ ，故選(A)

17. $\vec{v}$ 即爲 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影
得 $\vec{v}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\times\vec{b}=\dfrac{4+6}{1^2+2^2}\times(1,2)=(2,4)$
則 $\vec{n}=\vec{a}-\vec{v}=(4,3)-(2,4)=(2,-1)$ ，故選(B)

18. 令 $x=3-\sqrt{2}\Rightarrow x-3=-\sqrt{2}\overset{\text{平方}}{\Rightarrow}x^2-6x+9=2$
$\Rightarrow x^2-6x+7=0$
將 $f(x)$ 用長除法除以 x^2-6x+7

$$\begin{array}{r} 1+1 \\ 1-6+7\overline{)1-5+3+6} \\ \underline{1-6+7} \\ 1-4+6 \\ \underline{1-6+7} \\ 2-1 \end{array}$$

得商式 $x+1$，餘式 $2x-1$
即 $f(x)=x^3-5x^2+3x+6$
$=(x^2-6x+7)(x+1)+(2x-1)$
$\therefore f(3-\sqrt{2})=0\times(3-\sqrt{2}+1)+2(3-\sqrt{2})-1=5-2\sqrt{2}$
故選(D)
[另解]
$\because(3-\sqrt{2})^2=11-6\sqrt{2}$
$(3-\sqrt{2})^3=(11-6\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=45-29\sqrt{2}$
所求 $=(45-29\sqrt{2})-5(11-6\sqrt{2})+3(3-\sqrt{2})+6$
$=5-2\sqrt{2}$ ，故選(D)

19. 設 Ct 值 10 的患者病毒量爲 x ，Ct 值 20 的患者病毒量爲 y ，則 $x\cdot2^{10}\approx y\cdot2^{20}\Rightarrow\dfrac{x}{y}\approx\dfrac{2^{20}}{2^{10}}=1024$
故選(C)

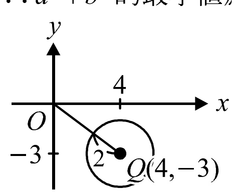
20. 因實係數方程式有共軛虛根，故有另一根 $3-2i$
由根與係數關係，得 $\begin{cases}(3+2i)+(3-2i)=-\dfrac{-12}{a}\\(3+2i)\times(3-2i)=\dfrac{b}{a}\end{cases}$
解得 $a=2$ ， $b=26$ 　$\therefore a+b=28$
故選(D)
[另解]
$3+2i$ 爲方程式 $ax^2-12x+b=0$ 之一根
所以 $a(3+2i)^2-12(3+2i)+b=0$
$\Rightarrow a(5+12i)-36-24i+b=0$
$\Rightarrow(5a+b-36)+(12a-24)i=0$
$\Rightarrow\begin{cases}5a+b-36=0\\12a-24=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=26\end{cases}$ ，故選(D)

21. 設前 20 項和爲 x
$\because S_{10},S_{20}-S_{10},S_{30}-S_{20}$ 亦爲等差數列
即 $5,x-5,75-x$ 爲等差數列
$\therefore\dfrac{5+(75-x)}{2}=x-5\Rightarrow80-x=2x-10\Rightarrow x=30$
故選(C)

22. 有 $\underset{\text{點數}}{\underset{\uparrow}{C^{13}_2}}\times\underset{\text{各選2張}}{\underset{\uparrow}{C^4_2\times C^4_2}}\times\underset{\text{點數}}{\underset{\uparrow}{C^{11}_1}}\times\underset{\text{選1張}}{\underset{\uparrow}{C^4_1}}$
$=78\times6\times6\times11\times4=123552$ 種，故選(B)

23. $3\sin^2\theta-5\sin\theta-2=0$
$\Rightarrow(3\sin\theta+1)(\sin\theta-2)=0$
$\Rightarrow\sin\theta=-\dfrac{1}{3}$ 或 2(不合)
設 ϕ 爲銳角，且 $\sin\phi=\dfrac{1}{3}$
則 $\theta=180°+\phi$ 或 $360°-\phi$
$\therefore\alpha+\beta=(180°+\phi)+(360°-\phi)=540°$
故選(A)

24. 令 O 爲原點， $a^2+b^2=\overline{OP}^2$
圓 C 的圓心爲 $Q(4,-3)$ ，半徑 $r=2$
則 $\overline{OP}$ 的最小値爲 $\overline{OQ}-r=\sqrt{4^2+(-3)^2}-2=3$
$\therefore a^2+b^2$ 的最小値爲 $3^2=9$ ，故選(A)



[另解]
設圓之參數式爲 $\begin{cases}a=4+2\cos\theta\\b=-3+2\sin\theta\end{cases}$ 　$0\le\theta<360°$
$\Rightarrow a^2+b^2=(4+2\cos\theta)^2+(-3+2\sin\theta)^2$
$=4\cos^2\theta+16\cos\theta+16+4\sin^2\theta-12\sin\theta+9$
$=-12\sin\theta+16\cos\theta+29$
所以最小値爲 $-\sqrt{(-12)^2+16^2}+29=-20+29=9$
故選(A)

25. (A) 由算幾不等式

$$\frac{x+\frac{4}{x}}{2} \ge \sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} \Rightarrow x+\frac{4}{x} \ge 2 \cdot \sqrt{4} = 4$$

等號成立時，$x=\frac{4}{x} \Rightarrow x^2=4$，得 $x=2$

即 $x=2$ 時，$f(x)$ 有最小值爲 4

(B) $h(x)=x^2-2x+5=(x-1)^2+4$

當 $x=1$ 時，$h(x)$ 有最小值爲 4

(C) 由算幾不等式

$$\frac{x^2+\frac{1}{x^2}}{2} \ge \sqrt{x^2 \cdot \frac{1}{x^2}} \Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2} \ge 2 \cdot \sqrt{1} = 2$$

等號成立時，$x^2=\frac{1}{x^2} \Rightarrow x^4=1$，得 $x=1$

即 $x=1$ 時，$g(x)$ 有最小值 2

由(A)及上述討論，因爲 $f(x)$ 和 $g(x)$ 最小值成立的條件不同，$f(x)+g(x)$ 的最小值不爲 $4+2=6$

(D) 由(B)(C)討論可知，當 $x=1$ 時，$g(x)$ 有最小值 2，$h(x)$ 有最小值 4，故 $x=1$ 時，$g(x)+h(x)$ 有最小值 6

故選(C)