

數學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類

1. 已知 $\vec{a} = (2, -1)$ ， $\vec{b} = (-3, 4)$ ，則 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$ 之值為何？
 (A) -35 (B) -23 (C) 19 (D) 25
2. 已知坐標平面上兩點 $A(8, 4)$ 、 $B(1, -3)$ ，則下列選項中哪一個直線方程式的圖形與直線 AB 平行且經過第二象限？
 (A) $x + y + 2 = 0$ (B) $x - y + 2 = 0$
 (C) $x - y - 4 = 0$ (D) $x - y - 12 = 0$
3. 若 $3^a = 4$ ，則 27^{1-a} 的值為下列何者？
 (A) $\frac{27}{64}$ (B) $\frac{27}{32}$ (C) $\frac{9}{16}$ (D) $\frac{9}{4}$
4. 試求某等比級數 $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots$ 到第 7 項的和 S_7 之範圍為何？
 (A) $-0.5 < S_7 < 0$ (B) $0 < S_7 < 0.5$
 (C) $0.5 < S_7 < 1$ (D) $1 < S_7 < 1.5$
5. 試求行列式 $\begin{vmatrix} 110 & 109 & 108 \\ 2021 & 2020 & 2019 \\ 502 & 501 & 600 \end{vmatrix}$ 的值為下列何者？
 (A) -213100 (B) -191100
 (C) 191100 (D) 213100
6. 若 θ 為非象限角，則下列敘述何者恆成立？
 (A) $\sin \theta \cos \theta > 1$ (B) $\tan \theta + \sec \theta > \sin \theta$
 (C) $\csc \theta \cot \theta > 0$ (D) $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \cos(\theta - \frac{\pi}{4})$
7. 若 $f(x) = 8x^4 - 4x^3 + 6x + 4$ ，則 $f(-\frac{1}{2})$ 之值為何？
 (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 6
8. 平面上某圓的圓心在直線 $x + 2y = 0$ 上，且此圓通過點 $(-2, -4)$ ，符合上述條件的圓方程式可能為何？
 (A) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 41$ (B) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$
 (C) $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 12 = 0$ (D) $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 44 = 0$
9. 已知 $f(x)$ 為三次以上的多項式，而且 $f(x)$ 除以 $x+2$ 餘式為 -3 ，除以 $x^2 - 3x - 10$ 餘式為 $2x + k$ ，其中 k 為實數，則 $f(5)$ 之值為何？
 (A) -3 (B) 1 (C) 9 (D) 11

10. 試求不等式 $\frac{3x}{2-x} \leq -2$ 的解為下列何者？
- (A) $x \leq -4$ (B) $x > 2$ 或 $x \leq -4$
 (C) $-4 \leq x < 2$ (D) $x > 2$ 或 $x \leq -\frac{4}{5}$
11. 眼看統測就快要到了，同學們莫不用盡全力衝刺，老師從三年丙班抽出 10 位學生，調查這個班學生前一天晚上的睡眠時數(小時)，得到資料如右：4、2、3、6、9、7、6、6、4、3，試問這群抽樣資料的樣本標準差為多少？
- (A) 2 (B) $\frac{\sqrt{105}}{5}$ (C) $\frac{\sqrt{42}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{52}}{3}$
12. 小智到了學期末，開始關心數學成績，數學科的學期成績計算方式為三次段考各佔 20%，平時成績佔 30%，上課表現佔 10%；若他前兩次段考成績分別為 72、38 分，平時成績為 50 分，上課表現為 84 分，則小智期末考至少要考幾分才能達到學期成績 60 分的及格標準？
- (A) 56 (B) 60 (C) 70 (D) 73
13. 試求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}-4}{3^n}$ 之值為何？
- (A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2
14. 受到 COVID-19 疫情的影響，國內的保險公司推出了「防疫保單」，每一張的保險費為新臺幣 500 元，若投保的民眾確診或因接觸過確診病患而遭到隔離，則可得到保險費 200 倍的理賠金，假設民眾遭受隔離的機率為千分之一，若依據期望值的概念，預期保險公司平均每賣出一張的保單，可獲利多少元？
- (A) 400 (B) 450 (C) 495 (D) 500
15. 已知某物體作直線運動，且移動軌跡的位移函數為 $f(x) = x^3 + 9x^2 + 15x + 23$ ， $0 \leq x \leq 5$ ， x 為時間，請問下列何者正確？
- (A) 這個物體移動過程中速度遞減 (B) 在 $x = 4$ 的瞬時速度為 145
 (C) 在 $x = 2$ 的瞬時加速度為 30 (D) 在 $x = 1$ 到 $x = 3$ 之間的平均速度為 59
16. 慶祝建案落成，建設公司在新蓋好的大樓 1 樓正中央向外延伸 100 公尺的地面上架設探照燈，打算朝大樓正面發出兩道探照燈光以吸引民眾注意，假設兩道燈光從同一點發出，其中一道燈光的仰角為 30° ，另一道的仰角為 75° ，若兩道燈光分別投射到大樓上的 A 、 B 兩點，且直線 AB 與地面垂直，則 A 、 B 兩點之距離大約為下列哪個範圍？($\sqrt{3} \doteq 1.7$ ， $\sqrt{2} \doteq 1.4$)
- (A) 200~250 公尺 (B) 250~300 公尺
 (C) 300~350 公尺 (D) 350~400 公尺
17. 已知 $\log M$ 的首數為 2，尾數為 0.4487，則下列敘述何者正確？
- (A) M 的整數部分為二位數 (B) $\log 100M$ 的首數為 200
 (C) $\log \frac{M}{1000} - \log M = \frac{1}{1000}$ (D) $\log \frac{1}{M}$ 的尾數為 0.5513

18. 已知方程式 $3x^2 + 2x - 8 = 0$ 的兩根恰為平面上兩直線的斜率，若此兩直線的交角為 θ ，則 $\tan^2 \theta$ 之值為何？
- (A) 4 (B) 2 (C) $\frac{100}{121}$ (D) $\frac{4}{121}$
19. 設 θ 為非象限角，試化簡 $(1 + \tan^2 \theta) \left(\frac{1 - \csc^2 \theta}{\sec^2 \theta} \right) - \frac{\sin(\pi + \theta)}{\cos(\frac{3}{2}\pi - \theta)} + \frac{\sec(-\theta)}{\csc(\frac{3}{2}\pi + \theta)} = ?$
- (A) 0 (B) $3 - \csc^2 \theta$ (C) $1 - \csc^2 \theta$ (D) $-1 - \csc^2 \theta$
20. 若某可微分函數 $f(x)$ 的圖形的對稱軸為 y 軸，且在區間 $[-6, 6]$ 與 x 軸交於 $(-3, 0)$ 及 $(3, 0)$ ，已知 $\int_0^3 f(x) dx = -18$ ， $\int_3^5 f(x) dx = \frac{44}{3}$ ，試求 $f(x)$ 的圖形與 x 軸在區間 $[-5, 3]$ 內所圍區域面積之值？
- (A) $\frac{152}{3}$ (B) $\frac{64}{3}$ (C) $\frac{10}{3}$ (D) $-\frac{64}{3}$
21. 下列選項中，各極限之值何者正確？
- (A) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 3x - 4) = 2$ (B) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|x-3|}{x-3} = 1$
- (C) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)^2}{|x+2|}$ 不存在 (D) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x+2} - \sqrt{6}} = \sqrt{6}$
22. 某商店店長安排值班人員，在除夕到大年初四這幾天，每天值班一人，且每個人最多值班一次，若除夕不排小全，大年初一確定排小樺，則小全、小樺及其他 5 位同事在這幾天的排班方式共有幾種？
- (A) 360 (B) 300 (C) 210 (D) 120
23. 已知某雙曲線之中心坐標 $(2, 1)$ ，貫軸平行 x 軸且貫軸長為 16，一漸近線方程式為 $3x + 4y - 10 = 0$ ，試問此雙曲線的正焦弦長之值？
- (A) 16 (B) 9 (C) $\frac{9}{2}$ (D) $\frac{9}{4}$
24. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，已知兩複數 $z_1 = 3 + 3\sqrt{3}i$ 、 $z_2 = 10(\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ)$ ，若 z_1 、 z_2 分別對應到以 O 為原點之複數平面上的 A 、 B 兩點，試求 $\triangle OAB$ 面積之值？
- (A) 30 (B) $15\sqrt{3}$ (C) 15 (D) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$
25. 某個社團要從全部成員中任選 3 名成員擔任幹部，已知成員來自南區和北區，南區有 3 名男生及 2 名女生，北區則有 2 名男生及 4 名女生，若希望選出的 3 名幹部剛好有來自南區和北區，而且 3 名幹部不是都同一種性別，請問這樣的機率是多少？
- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{7}{11}$ (C) $\frac{4}{15}$ (D) $\frac{1}{3}$

【以下空白】