

109 學年度四技二專第一次聯合模擬考試 共同科目 數學(C)卷 詳解

數學(C)卷

109-1-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	B	D	A	C	B	C	C	B	A	D	B	B	A	D	A	C	C	D	D	B	D	B	A

1. x 軸的截距為 2，即 L 過點 $(2, 0)$

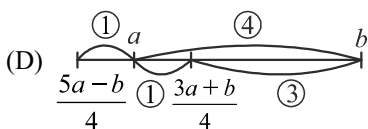
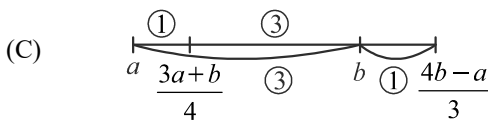
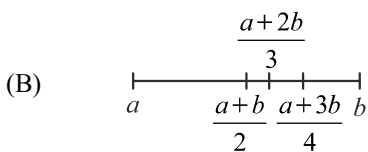
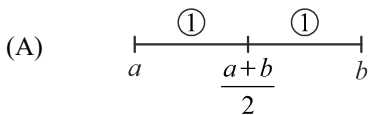
由點斜式，得 $L: y-0=3(x-2) \Rightarrow 3x-y-6=0$

將(A)(B)(C)(D)各點代入 L ，得點 $(4, 5)$ 不在 L 上
故選(C)

2. $\frac{1}{2} \times 9^2 \times \theta = 9\pi \Rightarrow \theta = \frac{2}{9}\pi = \frac{2}{9} \times 180^\circ = 40^\circ$ ，故選(A)

3. $\overline{OP} = \sqrt{(\sin 40^\circ + \sin 50^\circ)^2 + (\cos 40^\circ - \cos 50^\circ)^2}$
 $= \sqrt{(\sin^2 40^\circ + 2\sin 40^\circ \sin 50^\circ + \sin^2 50^\circ) + (\cos^2 40^\circ - 2\cos 40^\circ \cos 50^\circ + \cos^2 50^\circ)}$
 $= \sqrt{(\sin^2 40^\circ + \cos^2 40^\circ) + (\sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ) + (2\sin 40^\circ \sin 50^\circ - 2\cos 40^\circ \cos 50^\circ)}$
 $= \sqrt{1+1+0} = \sqrt{2}$ ，故選(B)

4. 由分點公式



故選(D)

5. 由 $(1, 2)$ 、 $(7, 8)$ 兩點

得直線 $L_1: y-2 = \frac{8-2}{7-1}(x-1) \Rightarrow x-y = -1$

由 $(5, 3)$ 、 $(7, 2)$ 兩點

得直線 $L_2: y-2 = \frac{2-3}{7-5}(x-7) \Rightarrow x+2y = 11$

解 $\begin{cases} x-y = -1 \\ x+2y = 11 \end{cases}$ ，得 $(x, y) = (3, 4)$ 即為所求，故選(A)

6. $\vec{u} + t\vec{v} = (1+2t, 2-3t)$ 與 $(-3, 5)$ 平行

得 $\frac{1+2t}{-3} = \frac{2-3t}{5} \Rightarrow 5+10t = -6+9t \Rightarrow t = -11$

$\vec{u} + s\vec{v} = (1+2s, 2-3s)$ 與 $(4, 3)$ 垂直

得 $(1+2s, 2-3s) \cdot (4, 3) = 0 \Rightarrow 4+8s+6-9s = 0$
 $\Rightarrow s = 10$ ，故 $t+s = -1$ ，故選(C)

7. 設 $L: 3x+4y=k$ ，則 $\frac{|k-2|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 3 \Rightarrow |k-2|=15$

$\Rightarrow k-2 = \pm 15 \Rightarrow k = 17$ 或 -13

得 $L: 3x+4y = 17$ 或 $3x+4y = -13$ ，故選(B)

8. (A) 在 $\triangle OAC$ 中， $\frac{\overline{OA}}{1} = \cos \theta$

(B) 在 $\triangle OAC$ 中， $\frac{\overline{AC}}{1} = \sin \theta$

(D) $\overline{OB} = 1$

故選(C)

9. $\sin 115^\circ = \sin 65^\circ$ ， $\cos 280^\circ = \cos 80^\circ = \sin 10^\circ$

$\cot 260^\circ = \tan 10^\circ$ ， $\tan 130^\circ = -\tan 50^\circ$

得 $\sin 65^\circ > \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} > \frac{\sqrt{3}}{3}$

$= \tan 30^\circ > \tan 10^\circ > \sin 10^\circ > 0 > -\tan 50^\circ$

故 $a > c > b > d$ ，故選(C)

10. 所求面積 $= \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} -3 & -4 \\ x & y \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{2} |4x-3y|$

由柯西不等式： $[4^2 + (-3)^2](x^2 + y^2) \geq (4x-3y)^2$

$\Rightarrow 25 \times 36 \geq (4x-3y)^2 \Rightarrow -30 \leq 4x-3y \leq 30$

$\Rightarrow |4x-3y| \leq 30$ ，故最大面積為 $\frac{1}{2} \times 30 = 15$ ，故選(B)

[另解]當 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 時，有最大面積

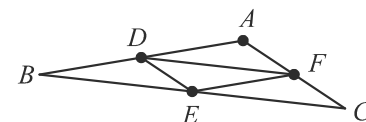
故所求最大面積為 $\frac{1}{2} \times |\vec{a}| \times |\vec{b}| = \frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{36} = 15$

故選(B)

11. 由題意， $ADEF$ 為平行四邊形

$$\text{設 } A(x, y), \text{ 則 } \begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{-2+7}{2} \\ \frac{y+3}{2} = \frac{5+4}{2} \end{cases}$$

解得 $(x, y) = (4, 6)$ 即為 A 點坐標，故選(A)



12. L 的斜率為 $-\frac{a}{b} > 0$ ， x 截距為 $-\frac{c}{a} < 0$

得 a 、 b 異號， a 、 c 同號

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 圖形頂點為 $(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a})$

因 $-\frac{b}{2a} > 0$ ，故頂點在 y 軸右側

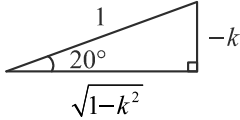
又圖形與 y 軸交於點 $(0, c)$

若 $a > 0$ ，則 $c > 0$ ，若 $a < 0$ ，則 $c < 0$

故選(D)

13. $\cos 110^\circ = k \Rightarrow \sin 20^\circ = -k > 0$

$\tan 560^\circ = \tan 200^\circ = \tan 20^\circ = \frac{-k}{\sqrt{1-k^2}}$ ，故選(B)



14. $(\sin \theta - \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$
 $= 1 - 2 \times \frac{1}{18} = \frac{8}{9}$

得 $\sin \theta - \cos \theta = \pm \sqrt{\frac{8}{9}} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$

因 $0^\circ < \theta < 45^\circ \Rightarrow \sin \theta < \cos \theta$

故 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$ ，故選(B)

15. 由題意， $\tan \theta = 7\% = 0.07$ ，得 $\theta \approx 4^\circ$

故選(A)

16. $\vec{AB} = (7, -1)$ ， $\vec{AC} = (2, 4)$

得 $\vec{AD} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AC}|^2} \times \vec{AC} = \frac{14-4}{2^2+4^2} \times (2, 4) = (1, 2)$

則 $\vec{BD} = \vec{AD} - \vec{AB} = (1, 2) - (7, -1) = (-6, 3)$

故選(D)

17. 由根與係數關係，得 $\begin{cases} \tan \alpha + \tan \beta = 4 \\ \tan \alpha \times \tan \beta = -2 \end{cases}$

則 $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \times \tan \beta} = \frac{4}{1 - (-2)} = \frac{4}{3}$

故選(A)

18. 原式 $= (\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8} - 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}) - 2 \sin^2 \frac{\pi}{8}$

$= 1 - \sin \frac{\pi}{4} - 2 \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} = 0$

故選(C)

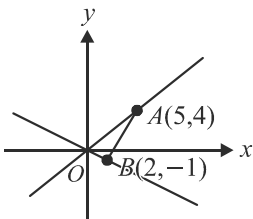
19. O 、 A 兩點所形成的斜率 $m_{OA} = \frac{4}{5}$

O 、 B 兩點所形成的斜率 $m_{OB} = -\frac{1}{2}$

設 O 、 C 兩點所形成的斜率為 m_{OC}

則 $-\frac{1}{2} \leq m_{OC} \leq \frac{4}{5}$

其中 $2x - 3y = 0$ 的斜率為 $\frac{2}{3}$ ，故選(C)



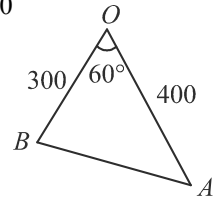
20. $\overline{AB}^2 = 300^2 + 400^2 - 2 \times 300 \times 400 \times \cos 60^\circ$
 $= 90000 + 160000 - 120000 = 130000$

$\therefore \overline{AB} = 100\sqrt{13}$

共經過 10 小時

平均速率為 $\frac{100\sqrt{13}}{10}$

$= 10\sqrt{13}$ 公里/小時，故選(D)



21. $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ ， $|\vec{b}| = \sqrt{7^2 + 1^2} = 5\sqrt{2}$

因 $|\vec{b}| = 5|\vec{a}|$

則 $5\vec{a} + \vec{b} = 5(1, -1) + (7, 1) = (12, -4)$ 平分 θ

故 $(3, -1)$ 與 $(12, -4)$ 平行亦為所求，故選(D)

22. 設 $P(x, y)$ 為 L_1 、 L_2 角平分線上的點

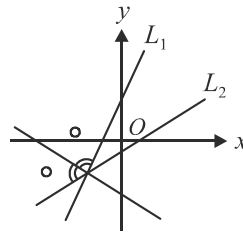
則 $d(P, L_1) = d(P, L_2) \Rightarrow \frac{|2x - y + 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|x - 2y - 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}}$

$\Rightarrow 2x - y + 5 = \pm(x - 2y - 1)$

$\Rightarrow x + y + 6 = 0$ 或 $3x - 3y + 4 = 0$

由下圖可知，所求鈍角平分線的斜率為負斜率

故為 $x + y + 6 = 0$ ，故選(B)



23. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = -\vec{c}$

$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = |-\vec{c}|^2 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2$

$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{|\vec{c}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2}{2} = \frac{49 - 36 - 16}{2} = -\frac{3}{2}$

故選(D)

24. $\cos B = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin B = \frac{3}{5}$ ， $\cos C = \frac{12}{13} \Rightarrow \sin C = \frac{5}{13}$

得 $\sin A = \sin(180^\circ - (B + C))$

$= \sin(B + C) = \sin B \cos C + \cos B \sin C$

$= \frac{3}{5} \times \frac{12}{13} + \frac{4}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{65}$

由正弦定理， $\frac{\overline{BC}}{\sin A} = \frac{\overline{AC}}{\sin B} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{39}{3} \times \frac{56}{65} = 56$

故選(B)

25. 令 $s = \frac{40 + 50 + 60}{2} = 75$

則 ΔABC 面積 $= \sqrt{75 \times (75 - 40) \times (75 - 50) \times (75 - 60)}$

$= 375\sqrt{7}$ 平方公尺

設此圓半徑為 R

則 $\frac{40 \times 50 \times 60}{4R} = 375\sqrt{7} \Rightarrow R = \frac{80}{\sqrt{7}}$

得圓面積為 $\pi R^2 = \frac{6400}{7} \pi$ 平方公尺，故選(A)