

數學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類

1. 已知坐標平面上一直線 L 過兩點 $A(3, \log_2 3)$ 、 $B(6, \log_2 24)$ ，試問直線 L 的斜率為何？
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2
2. 若 $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{25}{12}$ ，則 $(\sin \theta + \cos \theta)^2$ 之值為何？
 (A) $\frac{12}{25}$ (B) $\frac{49}{25}$ (C) $\frac{25}{6}$ (D) $\frac{31}{6}$
3. 計算 $\frac{\sin 324^\circ}{\sin 108^\circ} - \frac{\cos 324^\circ}{\cos 108^\circ}$ 之值為何？
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 2
4. 試求 $(5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1)^2$ 的展開式中， x^3 項係數為何？
 (A) 20 (B) 35 (C) 40 (D) 55
5. 已知 α 、 β 是方程式 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 的二根，試求 $\begin{vmatrix} 0 & \beta & \alpha \\ 1 & 3 & 1 \\ \beta & \alpha & 0 \end{vmatrix} = ?$
 (A) 32 (B) 34 (C) 36 (D) 38
6. 試問不等式 $(\frac{1}{3})^{-x^2+2x} < 27$ 的解為何？
 (A) $-1 < x < 3$ (B) $-3 < x < 1$ (C) $x > 3$ 或 $x < -1$ (D) $x > 1$ 或 $x < -3$
7. 設 $C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ ，若 $C_0^5(-\frac{3}{4})^5 + C_1^5(\frac{19}{4})(-\frac{3}{4})^4 + C_2^5(\frac{19}{4})^2(-\frac{3}{4})^3 + C_3^5(\frac{19}{4})^3(-\frac{3}{4})^2 + C_4^5(\frac{19}{4})^4(-\frac{3}{4}) + C_5^5(\frac{19}{4})^5 = 2^n$ ，則 n 之值為何？
 (A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10
8. 某校高一學生共 1000 人，已知期末數學總成績呈常態分布，且平均成績 60 分，標準差 10 分，若及格分數為 60 分，而成績介於 40 分與 60 分之間者須參加補考，試問須參加補考的學生大約多少人？
 (A) 280 人 (B) 340 人 (C) 420 人 (D) 475 人
9. 已知相異三複數 z_1 、 z_2 、 z_3 且 $z_1^3 = z_2^3 = z_3^3 = 1 + i$ ，若將 z_1 、 z_2 、 z_3 以極式表示，其主幅角分別為 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 ，則 $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = ?$
 (A) 360° (B) 405° (C) 455° (D) 545°

10. 若等比數列 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{59}, x_{60}$ 滿足 $\begin{cases} \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_3}{x_2} = \frac{x_4}{x_3} = \dots = \frac{x_{60}}{x_{59}} = 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{60} = 4^{60} - 1 \end{cases}$ ，則 x_5 之值為何？
- (A) 768 (B) 462 (C) 248 (D) 192
11. 已知 x, y 滿足條件 $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ x + y \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$ ，若 $f(x, y) = ax + y$ 的最大值為 4，則 a 之值為何？
- (A) 3 (B) 2 (C) -2 (D) -3
12. 設 $\triangle ABC$ 為銳角三角形，且 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的對邊分別為 a, b, c ，若 a, b, c 均相異，試問行列式 $\begin{vmatrix} a & 1 & \cos(90^\circ - \angle A) \\ b & 1 & \cos(90^\circ - \angle B) \\ c & 1 & \cos(90^\circ - \angle C) \end{vmatrix}$ 之值為何？
- (A) $(a-b)(b-c)(a-c)$ (B) -1
(C) 0 (D) 1
13. 已知 $f(x), g(x)$ 為二多項式，若 $2019 \times f(x) - 2 \times g(x) = x^3 - 3x + 2$ ，且 $f(x)$ 可被 $x-2$ 整除，則 $g(x)$ 除以 $x-2$ 所得的餘式為何？
- (A) 4 (B) 2 (C) -1 (D) -2
14. 若 $\alpha = \sqrt{3+\sqrt{5}}, \beta = \sqrt{3-\sqrt{5}}$ ，則 $\alpha - \beta$ 之值為何？
- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $\sqrt{10}$ (D) $2\sqrt{5}$
15. 試問 $f(x) = \frac{1}{1-\sin x} + \frac{1}{1+\sin x}$ 的週期為何？
- (A) π^2 (B) 2π (C) π (D) $\frac{\pi}{2}$
16. 已知 $f(x) = \frac{2x}{1-x^2}$ ，試求 $f(\tan \frac{\pi}{8})$ 之值為何？
- (A) $2 - \sqrt{3}$ (B) 1 (C) $\sqrt{3}$ (D) $2 + \sqrt{3}$
17. 已知 $\log_2 3 = a, \log_3 5 = b$ ，若 $\log_{45} x = \frac{ab+a+2}{ab+2a}$ ，則 x 之值為何？
- (A) 36 (B) 48 (C) 60 (D) 72
18. 在坐標平面上，若二次函數 $y = 3x^2$ 的圖形經平移後與函數 $y = 3x^2 + 12x + 13$ 的圖形重合，已知點 $A(a, b)$ 在 $y = 3x^2$ 的圖形上，則下列哪一點必在 $y = 3x^2 + 12x + 13$ 的圖形上？
- (A) $(a+2, b+1)$ (B) $(a+2, b-1)$
(C) $(a-2, b+1)$ (D) $(a-2, b-1)$

19. 「立身以立學爲先立學以讀書爲本」14 個字排成一列，試問 3 個「立」字任兩個皆不相鄰的排法有幾種？(定義 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$)

- (A) $\frac{11!}{(2!)^3} \times C_3^{12}$ (B) $\frac{11!}{(2!)^3} \times C_3^{11}$ (C) $\frac{11!}{(2!)^3} \times P_3^{12}$ (D) $\frac{11!}{(2!)^3} \times P_3^{11}$

20. 袋中有大小相同的紅球、白球、黑球共 21 個，每球被取出的機會均等，若自袋中任意取出一球，得到紅球的機率爲 $\frac{2}{7}$ ，若從袋中同時任意取兩球，則此二球顏色相異的機率爲 $\frac{2}{3}$ ，已知白球的個數多於黑球，試問白球的個數有幾個？

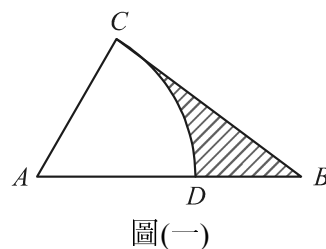
- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

21. 爲了瞭解國人對於恢復核能發電的看法，在一次民意調查中，成功訪問了 1200 位成年民眾，在 95% 的信心水準下，誤差爲正負 3%，有 816 位民眾贊成恢復核能發電，試問下列敘述何者錯誤？

- (A) 此次民調中，贊成恢復核能發電的民眾比例爲 68%
 (B) 根據此次抽樣所得之 95% 的信賴區間爲 $[0.65, 0.71]$
 (C) 此調查報告顯示區間 $[0.65, 0.71]$ 有 95% 的機率包含真正贊成恢復核能發電的民眾比例
 (D) 若以同樣的方式進行 100 次的抽樣，在 95% 的信心水準下所得 100 個信賴區間大概會有 95 個包含真正贊成恢復核能發電民眾的比例

22. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = \sqrt{19}$ 、 $\overline{CA} = 3$ ，若以 A 爲圓心， \overline{AC} 爲半徑畫弧交 \overline{AB} 於 D 點，如圖(一)所示，試求斜線部分面積爲何？

- (A) $\frac{15}{4}\sqrt{3} - \pi$ (B) $\frac{15}{4}\sqrt{3} - \frac{3}{2}\pi$
 (C) $\frac{15}{4} - \frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{15}{4} - \frac{3}{4}\pi$



圖(一)

23. 袋中有六個球，分別印有 1、2、3、……、6 等號碼，今自袋中同時任取三個球，每球被取出的機會均等，設此三個球中數字最大者爲 x ，試問 x 的期望值爲何？

- (A) $\frac{15}{4}$ (B) $\frac{17}{4}$ (C) $\frac{19}{4}$ (D) $\frac{21}{4}$

24. 坐標平面上兩向量 \vec{a} 和 \vec{b} 的內積爲 10，且 $\vec{a} - \vec{b} = (7, 2)$ ，若 $|\vec{a}| = 3$ ，則 $|\vec{b}|$ 之值爲何？

- (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5

25. 設 x 爲實數，坐標平面上兩向量 $\vec{a} = (4, 5)$ 、 $\vec{b} = (3\sin x + 2, \cos x)$ ，則 \vec{a} 和 \vec{b} 的內積最大值爲何？

- (A) 13 (B) 17 (C) 21 (D) 25

【以下空白】