107 學年度四技二專第五次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷　　107-5-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	C	C	D	A	A	A	B	C	B	B	C	B	C	B	C	D	C	D	A	D	A	A	D

1. 因爲三點共線，任兩點之間斜率相同
$m_{\overline{AB}} = m_{\overline{AC}} \Rightarrow \dfrac{2-(-4)}{(k-2)-(-1)} = \dfrac{k-(-4)}{-2-(-1)}$
$\Rightarrow (k-1)(k+4) = -6 \Rightarrow k^2+3k+2=0 \Rightarrow k=-1,-2$
故選(B)

2. 將原行列式的第一列及第二列各元都乘以 (-1) 加到
第三列 $\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 12 & 34 \\ 3 & 25 & 69 \\ 4 & 37 & 104 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 12 & 34 \\ 3 & 25 & 69 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
依第三列降階展開
$=1\times\begin{vmatrix} 1 & 12 \\ 3 & 25 \end{vmatrix} = 25-36=-11$，故選(D)

3. $\int_0^3 (2x-1)^2\,dx = \dfrac{(2x-1)^3}{3\cdot 2}\Big|_0^3 = \dfrac{5^3-(-1)^3}{6} = \dfrac{126}{6} = 21$
[另解]原式 $=\int_0^3 (4x^2-4x+1)dx$
$=(\dfrac{4}{3}x^3-\dfrac{4}{2}x^2+x)\Big|_0^3 = 36-\dfrac{36}{2}+3=21$，故選(C)

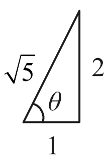
4. $\dfrac{\overset{\text{挑輸的人}}{C^4_1}\cdot\overset{\text{選出的拳}}{C^3_1}}{3^4} = \dfrac{12}{81} = \dfrac{4}{27}$，故選(C)

5. $f'(1) = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)\cdot\sqrt{x^3+x+2}-0}{x-1}$
$=\lim\limits_{x\to 1}\sqrt{x^3+x+2} = \sqrt{1+1+2} = 2$，故選(D)

6. 原式 $=(\sqrt{2}\times i)(\sqrt{3}\times i)(\sqrt{6}\times i)+\sqrt{-36}$
$=\sqrt{36}\times i^3+\sqrt{36}\times i = 6\cdot(-i)+6i=0$，故選(A)

7. 原式 $=\dfrac{a^{3x}-a^{-3x}}{a^x+a^{-x}}\cdot\dfrac{a^{3x}}{a^{3x}} = \dfrac{a^{6x}-1}{a^{4x}+a^{2x}}$
$=\dfrac{(a^{2x})^3-1}{(a^{2x})^2+a^{2x}} = \dfrac{5^3-1}{5^2+5} = \dfrac{124}{30} = \dfrac{62}{15}$，故選(A)

8. 令 $\tan\theta = x$，$x>0$
原式 $\Rightarrow x-\dfrac{1}{x} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow 2x^2-3x-2=0$
$\Rightarrow (x-2)(2x+1)=0 \Rightarrow x=2,\dfrac{-1}{2}$ (不合)



$\therefore \tan\theta = 2 \Rightarrow \sec\theta = \sqrt{\tan^2\theta+1} = \sqrt{5}$
$\cot\theta = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \csc\theta = \sqrt{1+\cot^2\theta} = \dfrac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sin\theta = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$
$5\sin\theta-4\sec\theta = 5\cdot\dfrac{2}{\sqrt{5}}-4\cdot\sqrt{5} = -2\sqrt{5}$，故選(A)

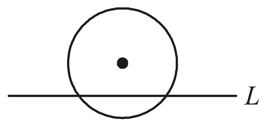
9. 原式 $=(-\sin\theta)\cdot(-\csc\theta)+\tan\theta\cdot\tan\theta$
$=1+\tan^2\theta = \sec^2\theta$，故選(B)

10. 原式 $=6\vec{b}\cdot\vec{a}+3\vec{b}\cdot\vec{c} = 6\cdot(-2)+3\cdot 7 = 9$，故選(C)

11. 此題爲機率中的獨立事件
假設 Curry 命中的機率爲 $P(A)=45\%=0.45$
Durant 命中的機率爲 $P(B)=36\%=0.36$
所求即爲 $P(A\cap B')+P(A'\cap B)$
$=P(A)\cdot P(B')+P(A')\cdot P(B)$
$=0.45\cdot 0.64+0.55\cdot 0.36=0.486$，故選(B)

12. $\begin{cases} 60=48a+b \\ 9=12a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{3}{4} \\ b=24 \end{cases} \Rightarrow y=\dfrac{3}{4}x+24$
將 $x=36$ 代入 $\Rightarrow y=36\cdot\dfrac{3}{4}+24=51$，故選(B)

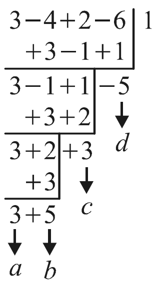
13. 化圓 C 爲標準式：$(x-2)^2+(y-3)^2=5^2$，圓心坐標 $(2,3)$，半徑爲 5
圓心到直線 L 的距離
$=\dfrac{|4\cdot 2+3\cdot 3-2|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \dfrac{15}{5} = 3<5$



即直線 L 爲割線
$M=5+3=8$，$m=0$，$M-m=8-0=8$，故選(C)

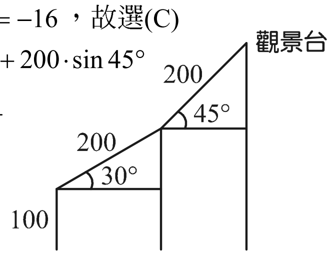
14. $f'(x)=3x^2+2ax+b$ …… ①
遞減區間爲 $(-3,1)$，表示 $f'(-3)=0$ 且 $f'(1)=0$
可設 $f'(x)=k(x+3)(x-1)$ …… ②
利用① = ② $\Rightarrow a=3$，$b=-9$，又 $f(0)=4 \Rightarrow c=4$
則 $f(x)=x^3+3x^2-9x+4$
$\Rightarrow f(2)=2^3+3\cdot 2^2-9\cdot 2+4=6$，故選(B)

15. 利用綜合除法



$ac+bd=3\times 3+5\times(-5)=-16$，故選(C)

16. 所求 $=100+200\cdot\sin 30^\circ+200\cdot\sin 45^\circ$
$=100+200\cdot\dfrac{1}{2}+200\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}$
$=200+100\sqrt{2} \fallingdotseq 340$



故選(B)

17. 點數和爲 10 點的可能性爲

$$\begin{cases}(1,3,6)\to 3!=6\\(1,4,5)\to 3!=6\\(2,2,6)\to \dfrac{3!}{2!}=3\\(2,3,5)\to 3!=6\\(2,4,4)\to \dfrac{3!}{2!}=3\\(3,3,4)\to \dfrac{3!}{2!}=3\end{cases}\Rightarrow 6+6+3+6+3+3=27$$

其中有兩個骰子同點數的可能性爲 $3+3+3=9$

則所求機率爲 $\dfrac{9}{27}=\dfrac{1}{3}$，故選(C)

18. 原式 $=\sum_{k=4}^{13}(6k^2-k-2)=6\sum_{k=4}^{13}k^2-\sum_{k=4}^{13}k-\sum_{k=4}^{13}2$

$=6(\sum_{k=1}^{13}k^2-\sum_{k=1}^{3}k^2)-(\sum_{k=1}^{13}k-\sum_{k=1}^{3}k)-\sum_{k=4}^{13}2$

$=6(\dfrac{13\cdot 14\cdot 27}{6}-1^2-2^2-3^2)-(\dfrac{13\cdot 14}{2}-1-2-3)-10\cdot 2$

$=4725$，故選(D)

[另解]原式 $\sum_{k=4}^{13}(3k-2)(2k+1)=10\cdot 9+13\cdot 11+\cdots\cdots$

$+34\cdot 25+37\cdot 27=90+143+\cdots\cdots+850+959=4725$

19. 先將字母分類，2 個 a 、2 個 y 、1 個 M 以及 1 個 d

選出 3 個字母可能有：

(1) 2 同 1 異：選法 $C_1^2\cdot C_1^3=6$，排法 $\dfrac{3!}{2!}=3$

(2) 3 異：選法 $C_3^4=4$，排法 $3!=6$

所有排法爲 $6\cdot 3+4\cdot 6=42$，故選(C)

20. $\because a\cdot b=(\log_{10}2)\cdot(\log_3 10)=\log_3 2$

$\therefore \log_{60}90=\dfrac{\log_3 90}{\log_3 60}=\dfrac{\log_3(3^2\cdot 10)}{\log_3(2\cdot 3\cdot 10)}$

$=\dfrac{\log_3 3^2+\log_3 10}{\log_3 2+\log_3 3+\log_3 10}=\dfrac{2+b}{ab+1+b}$，故選(D)

21. 原式

$=\lim_{n\to\infty}(\sqrt{3n^2-4n+1}-\sqrt{3n^2+2n+3})\cdot\dfrac{\sqrt{3n^2-4n+1}+\sqrt{3n^2+2n+3}}{\sqrt{3n^2-4n+1}+\sqrt{3n^2+2n+3}}$

$=\lim_{n\to\infty}\dfrac{(3n^2-4n+1)-(3n^2+2n+3)}{\sqrt{3n^2-4n+1}+\sqrt{3n^2+2n+3}}$

$=\lim_{n\to\infty}\dfrac{-6n-2}{\sqrt{3n^2-4n+1}+\sqrt{3n^2+2n+3}}$

$=\dfrac{-6}{\sqrt{3}+\sqrt{3}}=\dfrac{-6}{2\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$ (取分子分母最高次方係數比)

故選(A)

22. $m_1=\tan 30°=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，假設直線 L_2 斜率爲 m，兩線交角爲 $60°$

$\Rightarrow \tan 60°=\pm\dfrac{m-\frac{1}{\sqrt{3}}}{1+m\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}\Rightarrow \sqrt{3}+m=\pm(m-\dfrac{1}{\sqrt{3}})$

(1) 取「＋」：m 不存在，L_2 爲鉛直線，L_2：$x=-4$

(2) 取「－」：$2m=-\dfrac{2}{\sqrt{3}}\Rightarrow m=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow L_2$：$y-2\sqrt{3}=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}[x-(-4)]\Rightarrow x+\sqrt{3}y-2=0$

故選(D)

23. 根據敘述，曲線上一點到兩定點距離和固定，此曲線爲橢圓，設長軸長爲 $2a$，短軸長爲 $2b$，兩救護站爲焦點

$\overline{AB}=2c=120\Rightarrow c=60$

到兩救護站距離和爲 $2a=200\Rightarrow a=100$

$\Rightarrow b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{100^2-60^2}=80$

所求爲橢圓的正焦弦長

$=\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{2\cdot 80^2}{100}=\dfrac{2\cdot 6400}{100}=128$，故選(A)

24. 根據算幾不等式，原式

$=\dfrac{\frac{a}{3}+\frac{a}{3}+\frac{a}{3}+b+b+c}{6}\geq\sqrt[6]{(\frac{a}{3})(\frac{a}{3})(\frac{a}{3})(b)(b)(c)}=\sqrt[6]{\dfrac{a^3b^2c}{27}}$

「＝」成立時，$\dfrac{a}{3}=b=c\Rightarrow a=3c$，$b=c$

$\because 3c+2c+c=12\quad\therefore\begin{cases}c=2\\b=2\\a=6\end{cases}$，故選(A)

25. $x^4=\sqrt{(-8)^2+(8\sqrt{3})^2}(\dfrac{-8}{16}+\dfrac{8\sqrt{3}i}{16})=16(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i)$

$=16(\cos\dfrac{2\pi}{3}+i\sin\dfrac{2\pi}{3})$

$x_k=\sqrt[4]{16}(\cos\dfrac{\frac{2}{3}\pi+2k\pi}{4}+i\sin\dfrac{\frac{2}{3}\pi+2k\pi}{4})$，$k=0,1,2,3$

$x_0=2(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6})=\sqrt{3}+i\Rightarrow(\sqrt{3},1)\in\text{I}$

$x_1=2(\cos\dfrac{2\pi}{3}+i\sin\dfrac{2\pi}{3})=-1+\sqrt{3}i\Rightarrow(-1,\sqrt{3})\in\text{II}$

$x_2=2(\cos\dfrac{7\pi}{6}+i\sin\dfrac{7\pi}{6})=-\sqrt{3}-i\Rightarrow(-\sqrt{3},-1)\in\text{III}$

$x_3=2(\cos\dfrac{5\pi}{3}+i\sin\dfrac{5\pi}{3})=1-\sqrt{3}i\Rightarrow(1,-\sqrt{3})\in\text{IV}$

四點都在不同象限，恰成爲正方形

面積 $=4\cdot\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\sin\dfrac{2\pi}{4}=8$

故選(D)