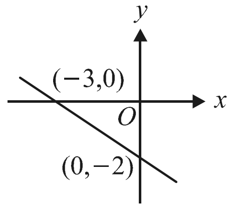
107 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

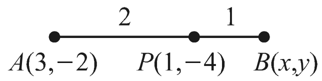
數學(C)卷 107-1-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	A	C	B	A	D	C	B	C	B	C	D	A	D	A	B	A	D	C	B	B	C	C	A

1. (A) $2x+3y+6=0 \Rightarrow y=-\frac{2}{3}x-2 \Rightarrow m=-\frac{2}{3}$
   (B) 令 $y=0$ 代入 $2x+3y+6=0 \Rightarrow x=-3$ (x 截距)
   令 $x=0$ 代入 $2x+3y+6=0 \Rightarrow y=-2$ (y 截距)
   $\therefore a+b=-3+(-2)=-5$
   (C) 直線 L 之圖形如右
   ∴直線 L 不通過第一象限
   (D) 所圍三角形面積
   $=\frac{1}{2}\times|-3|\times|-2|=3$



2. $P(\frac{1}{2k-1},\frac{1}{2k+1})$ 在第二象限
   $\Rightarrow \frac{1}{2k-1}<0$ 且 $\frac{1}{2k+1}>0 \Rightarrow 2k-1<0$ 且 $2k+1>0$
   $\Rightarrow k<\frac{1}{2}$ 且 $k>-\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}<k<\frac{1}{2}$
   $\because \frac{1}{2}<k+1<\frac{3}{2}$ 且 $-\frac{3}{2}<k-1<-\frac{1}{2}$
   $\therefore Q(k+1,k-1)$ 在第四象限
3. $f(x)=-2x^2-4x+k=-2(x+1)^2+k+2$
   當 $x=-1$ 時，$f(x)$ 有最大值 $k+2$
   $\Rightarrow k+2=-3 \Rightarrow k=-5$
4. (A) $\pi° \approx 3.14°$
   (B) 100 (弧度) $\approx (57.3)°\times 100$
   $=5730°=360°\times 15+330°$，爲第四象限角
   (C) $\frac{17\pi}{6}=510°=360°+150°$ ；$-210°=-360°+150°$
   $\therefore \frac{17\pi}{6}$ 和 $-210°$ 是同界角
   (D) $-1200°=(-360°)\times 4+240°$ ，爲第三象限角
5. 斜線區域面積 = 扇形面積 − 三角形面積
   $=\frac{1}{2}\times 2^2\times\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}\times 2^2\times\sin 30°=\frac{\pi}{3}-1$
6. 設 $A(x,y)$
   $\overrightarrow{OA}=(x,y)=(|\overrightarrow{OA}|\cos 150°,|\overrightarrow{OA}|\sin 150°)$
   $=(4\times(\frac{-\sqrt{3}}{2}),4\times\frac{1}{2})=(-2\sqrt{3},2)$
7. $\overline{AP}=2\overline{PB} \Rightarrow \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}}=\frac{2}{1}$
   令 $B(x,y)$ ，P 爲 $\overline{AB}$ 的內分點
   $\Rightarrow (\frac{1\times 3+2x}{2+1},\frac{1\times(-2)+2y}{2+1})=(1,-4)$
   $\Rightarrow \begin{cases}\frac{2x+3}{3}=1\\ \frac{2y-2}{3}=-4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=0\\ y=-5\end{cases}$ ，$\therefore B(0,-5)$



8. $\angle A：\angle B：\angle C=1：4：1$
   $\Rightarrow \angle A=\angle C=180°\times\frac{1}{6}=30°$ ，$\angle B=180°\times\frac{4}{6}=120°$
   $\overline{AB}：\overline{BC}：\overline{CA}=\sin C：\sin A：\sin B$
   $=\sin 30°：\sin 30°：\sin 120°=\frac{1}{2}：\frac{1}{2}：\frac{\sqrt{3}}{2}=1：1：\sqrt{3}$
9. 令 $D(x,y)$ ，$G(1,2)$ 爲 ΔABC 重心
   $\Rightarrow G(1,2)$ 亦爲 ΔDEF 重心
   $\Rightarrow (\frac{x+3+(-2)}{3},\frac{y+2+5}{3})=(1,2)$
   $\Rightarrow x=2$ ，$y=-1 \Rightarrow D(2,-1)$
   $\overline{BC}=2\overline{DE}=2\sqrt{1^2+3^2}=2\sqrt{10}$
10. 令 $P(x_1,y_1)$ 、$Q(x_2,y_2)$ 、$R(x_3,y_3)$ 、$S(x_4,y_4)$
    $\overrightarrow{AP}=(x_1-1,y_1-2)=(2,5)$
    $\Rightarrow x_1=3$ ，$y_1=7 \Rightarrow P(3,7)\in$ I
    $\overrightarrow{AQ}=(x_2-1,y_2-2)=(-2,1)$
    $\Rightarrow x_2=-1$ ，$y_2=3 \Rightarrow Q(-1,3)\in$ II
    $\overrightarrow{AR}=2\overrightarrow{PQ} \Rightarrow (x_3-1,y_3-2)=2(-4,-4)=(-8,-8)$
    $\Rightarrow x_3=-7$ ，$y_3=-6 \Rightarrow R(-7,-6)\in$ III
    $\overrightarrow{AS}=-2\overrightarrow{QR}$
    $\Rightarrow (x_4-1,y_4-2)=-2(-6,-9)=(12,18)$
    $\Rightarrow x_4=13$ ，$y_4=20 \Rightarrow S(13,20)\in$ I
11. ΔABC 爲銳角三角形
    又 $\sin A=\frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \cos A=\sqrt{1^2-(\frac{2\sqrt{2}}{3})^2}=\frac{1}{3}$
    由餘弦定理得 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2-2\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\cos A$
    $=6^2+9^2-2\times 6\times 9\times\frac{1}{3}=81 \Rightarrow \overline{BC}=9$
12. 直線 $\overleftrightarrow{BC}$ ：$y-0=\frac{-3}{4}(x+1) \Rightarrow 3x+4y+3=0$
    $\overline{AD}=d(A,\overleftrightarrow{BC})=\frac{|3+4+3|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$
13. $\because L_1\perp L_2$，∴可設 $L_2：4x-3y+k'=0$

$\Rightarrow L_2$ 的 x 截距爲 $-\frac{k'}{4}$，y 截距爲 $\frac{k'}{3}$

L_2 與兩坐標軸所圍三角形面積

$=\frac{1}{2}\left|-\frac{k'}{4}\right|\cdot\left|\frac{k'}{3}\right|=6 \Rightarrow k'^2=144 \Rightarrow k'=\pm 12$

$\therefore L_2$ 爲 $4x-3y\pm 12=0 \Rightarrow -4x+3y\mp 12=0$

$\Rightarrow a=-4$，$k=\pm 12$

14. 解 $\begin{cases} 9x+5y+25=0 \\ 3x+4y+20=0 \end{cases} \Rightarrow x=0$，$y=-5 \Rightarrow C(0,-5)$

令 $A(x',y')$

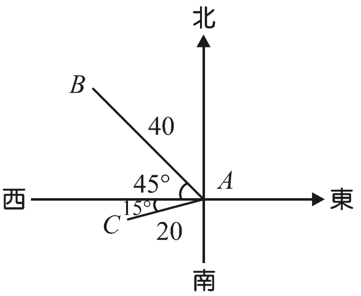
$\overline{AC}$ 中點亦爲 $\overline{BD}$ 中點

$\Rightarrow (\frac{x'+0}{2},\frac{y'+(-5)}{2})=(\frac{-5+4}{2},\frac{4+(-8)}{2})$

$\Rightarrow x'=-1$，$y'=1 \Rightarrow A(-1,1)$

故 $m_{AC}=\frac{-5-1}{0-(-1)}=-6$

15.



如上圖，某人在 A 點觀測，漁船最初位置在 B，後來位置在 C，$\angle BAC=60°$

在 ΔABC 中，由餘弦定理可知

$\overline{BC}^2=40^2+20^2-2\times 40\times 20\times\cos 60°=1200$

$\Rightarrow \overline{BC}=\sqrt{1200}=20\sqrt{3}$

因此，船的時速爲 $\frac{20\sqrt{3}}{\frac{1}{2}}=40\sqrt{3}$ (公里/小時)

16. $\because \theta$ 爲直線 $3x-4y+1=0$ 的斜角

$\therefore$ 直線斜率 $m=\frac{3}{4}=\tan\theta$ (其中 $0\le\theta<\pi$)

$\Rightarrow \sin\theta=\frac{3}{5}$，$\cos\theta=\frac{4}{5}$

故 $3\sin\theta-2\cos\theta=\frac{9}{5}-\frac{8}{5}=\frac{1}{5}$

17. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}=15 \Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-15$

$\Rightarrow |\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos A=-15 \Rightarrow 6\times 5\times\cos A=-15$

$\Rightarrow \cos A=-\frac{1}{2} \Rightarrow \angle A=120°$

18. $\cos\theta+\tan(\theta-90°)+\sin(\frac{3\pi}{2}+\theta)$

$=\cos\theta-\cot\theta-\cos\theta=-\cot\theta$

$\because \theta$ 是第二象限角且 $\sin\theta=\frac{4}{5} \Rightarrow -\cot\theta=-(-\frac{3}{4})=\frac{3}{4}$

19. $\because \overline{AD}$ 是 $\angle BAC$ 的平分線且交 $\overline{BC}$ 於 D 點

$\therefore \overline{BD}:\overline{CD}=5:7$

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{5}{12}\overrightarrow{BC}$

$=\overrightarrow{AB}+\frac{5}{12}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{7}{12}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$

故，(D)選項正確

20. (A)(B) $s=\frac{5+8+7}{2}=10$

ΔABC 面積 $=\sqrt{10\cdot(10-5)\cdot(10-8)\cdot(10-7)}=10\sqrt{3}$

(C) ΔABC 面積 $=rs \Rightarrow 10\sqrt{3}=r\cdot 10 \Rightarrow r=\sqrt{3}$

(D) ΔABC 面積 $=\frac{abc}{4R} \Rightarrow 10\sqrt{3}=\frac{5\times 8\times 7}{4R} \Rightarrow R=\frac{7\sqrt{3}}{3}$

21. $\cos\angle ADB=\cos(180°-\angle ADC)=-\cos\angle ADC$

$\Rightarrow \frac{7^2+5^2-\overline{AB}^2}{2\times 7\times 5}=-\frac{7^2+5^2-8^2}{2\times 7\times 5}$

$\Rightarrow \overline{AB}^2=84 \Rightarrow \overline{AB}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$

22. $\overrightarrow{AB}=(5,5)$，$\overrightarrow{AC}=(2,-1)$

$\overrightarrow{AD}=(\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|^2})\overrightarrow{AC}=\frac{10-5}{(\sqrt{5})^2}(2,-1)=(2,-1)$

23. $f(x)=3\sin x-4\cos x=5(\sin x\cdot\frac{3}{5}-\cos x\cdot\frac{4}{5})$

$=5\sin(x-\alpha)$

其中 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\cos\alpha=\frac{3}{5}$

$\Rightarrow f(x)$ 的週期爲 2π

$g(x)=5\sin x\cos x=\frac{5}{2}(2\sin x\cos x)=\frac{5}{2}\sin 2x$

$\Rightarrow g(x)$ 的週期爲 π

24. $\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{5} \Rightarrow (\sin\theta-\cos\theta)^2=(\frac{1}{5})^2$

$\Rightarrow \sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{25}$

$\Rightarrow 1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{25} \Rightarrow \sin\theta\cos\theta=\frac{12}{25}$

故 $\frac{\sin\theta}{\sec(-\theta)}=\frac{\sin\theta}{\sec\theta}=\frac{\sin\theta}{\frac{1}{\cos\theta}}=\sin\theta\cos\theta=\frac{12}{25}$

25. $\tan\theta+\cot\theta=\frac{25}{12} \Rightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{25}{12}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{25}{12} \Rightarrow \sin\theta\cos\theta=\frac{12}{25}$

又 $(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{49}{25}$

$\Rightarrow \sin\theta+\cos\theta=\frac{7}{5}$

($\because \theta$ 爲銳角，$\therefore \sin\theta>0$，$\cos\theta>0$)

$\because \sin\theta$、$\cos\theta$ 是實係數方程式 $ax^2+7x+c=0$ 的兩根

$\therefore$ 兩根之和 $=\sin\theta+\cos\theta=-\frac{7}{a}=\frac{7}{5} \Rightarrow a=-5$