

數學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類

1. 將 $\frac{2x^2 - 3x + 1}{(x-1)^3}$ 化為部分分式得 $\frac{A}{(x-1)^3} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{(x-1)}$ ，求 $A+B+C = ?$
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
2. 若 $a = \sqrt{2}$ ， $b = \sqrt[4]{4}$ ， $c = \sqrt[3]{3}$ ，則 a 、 b 、 c 三數的大小關係為何？
 (A) $c > a = b$ (B) $c > a > b$
 (C) $a = c > b$ (D) $b > c > a$
3. 求 $(x^3 + \frac{2}{x^2})^7$ 的展開式中， x^6 項的係數為何？
 (A) 7 (B) 35 (C) 140 (D) 280
4. 設 a 、 b 、 c 為實數，若二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形，以 $x = 3$ 為對稱軸，且 $f(5) < 0$ ， $f(6) > 0$ ，則下列選項何者**錯誤**？
 (A) $a > 0$ (B) $b > 0$ (C) $c > 0$ (D) $b^2 - 4ac > 0$
5. 某人在 A 點處，測得射日塔在其東 15° 北處，從 A 點往東南方行走 200 公尺到 B 點，測得射日塔在其北 30° 東處，求 B 點與射日塔的距離為何？
 (A) 100 (B) $100\sqrt{2}$ (C) $100\sqrt{3}$ (D) $100\sqrt{6}$
6. 設方程組：
$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x + y + 3z = 0 \\ 4x + 5y + kz = 0 \end{cases}$$
 有異於 $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ 的解，則 $k = ?$
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2
7. 已知 $i = \sqrt{-1}$ ，求 $\sum_{k=1}^{30} i^{3k-2} = ?$
 (A) 0 (B) 1 (C) $1+i$ (D) $-1+i$
8. 設圓 $C: x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$ 與直線 $L: x - 2y + k = 0$ 交於相異兩點，則 k 的範圍為何？
 (A) $-5 < k < 5$ (B) $-12 < k < -2$
 (C) $k < -5$ 或 $k > 5$ (D) $k < -12$ 或 $k > -2$
9. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - n}{2n+1} - \frac{n^2 + 1}{2n-1} \right) = ?$
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 不存在
10. 求 $\sin 23^\circ \cos 323^\circ - \sin 113^\circ \sin 217^\circ = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. 設 $\vec{a} = (5, -3)$ ，若 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影為 $(1, 1)$ ，且 $|\vec{b}| = 4$ ，求 \vec{a} 、 \vec{b} 所張成的三角形面積為何？
 (A) 4 (B) $4\sqrt{2}$ (C) 8 (D) $8\sqrt{2}$
12. 將一組數據 $x_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$ ，全部加 10，得一組新數據 $y_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$ ，則新舊數據在
 ①平均數、②眾數、③中位數、④標準差、⑤全距，以上 5 種數值中，有幾種保持不變？
 (A) 1 種 (B) 2 種 (C) 3 種 (D) 4 種
13. 試求以橢圓 $\Gamma: \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$ 的焦點為頂點，且以 Γ 的長軸頂點為焦點的雙曲線方程式為何？
 (A) $\frac{(y+2)^2}{16} - \frac{(x-1)^2}{9} = 1$ (B) $\frac{(y+2)^2}{9} - \frac{(x-1)^2}{16} = 1$
 (C) $\frac{(y+2)^2}{25} - \frac{(x-1)^2}{9} = 1$ (D) $\frac{(y+2)^2}{9} - \frac{(x-1)^2}{25} = 1$
14. 設 $f(x) = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x + 5$ ，則下列哪個區間中， $f(x)$ 為遞減函數？
 (A) $(-1, 0)$ (B) $(0, \frac{1}{2})$ (C) $(\frac{3}{2}, 2)$ (D) $(2, 3)$
15. 設 a 、 b 為整數，若 $x^5 + ax^2 + bx - 1 = 0$ ，有二個相異的有理根，求 $2a + b = ?$
 (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1
16. 已知 $i = \sqrt{-1}$ ，若 $1+i$ 為方程式 $x^2 + kx - 2 = 0$ 之一根，則下列選項何者正確？
 (A) 另一根為 $1-i$ (B) $k = 2$ (C) $k = -2$ (D) $k = -2i$
17. 在二元一次聯立不等式：
$$\begin{cases} 2x - y - 1 \leq 0 \\ x + 3y - 11 \leq 0 \\ 3x + 2y - 5 \geq 0 \end{cases}$$
 的可行解區域中，目標函數 $f(x, y) = kx - y$ 的最大值產生在 $(x, y) = (2, 3)$ 時，求 k 的範圍為何？
 (A) $k > 2$ (B) $-\frac{1}{3} < k < 2$
 (C) $-1 < k < -\frac{1}{3}$ (D) $k < -1$
18. 試求對數不等式 $\log_2(-x) < \log_4(2x+3)$ 的解為何？
 (A) $-1 < x < 3$ (B) $-1 < x < 0$ (C) $-\frac{3}{2} < x < 3$ (D) $-\frac{3}{2} < x < 0$
19. 設 $a > 0$ ，若 a^{50} 為 15 位數且 $a^{50} \neq 10^{14}$ ，則 a^{-25} 在小數點後第幾位開始出現不為 0 的數？
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9
20. 某人從數線原點上出發，投擲一顆骰子決定方向，若為偶數點則沿數線正向前進 1 單位，若為奇數點則後退 1 單位，今投擲 6 次後，某人在數線上 -4 的位置，則骰子投擲所出現點數的情形有幾種？
 (A) 729 種 (B) 1458 種 (C) 4374 種 (D) 8748 種

21. 求 $\int_1^2 x(x-1)^4 dx = ?$

- (A) $\frac{11}{30}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $-\frac{11}{30}$ (D) $-\frac{1}{6}$

22. 某綜藝節目中，黑隊有 4 顆黑球，黃隊有 8 顆黃球，今將所有的球放入箱中，規定由關主每次取出一球，取後不放回，先取出二同色球則該隊獲勝(例如：取球依序為黃黑黃、黃黃則皆為黃隊獲勝)，求黑隊獲勝的機率為何？

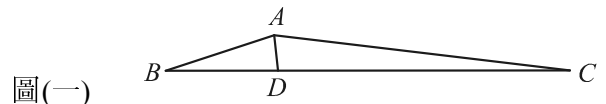
- (A) $\frac{9}{55}$ (B) $\frac{13}{55}$ (C) $\frac{21}{55}$ (D) $\frac{1}{2}$

23. 設 a, b, c, d 為正實數，且 a, b, c, d 為等比數列，則下列敘述何者錯誤？

- (A) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}$ 必為等比數列 (B) a^2, b^2, c^2, d^2 必為等比數列
 (C) $2^a, 2^b, 2^c, 2^d$ 必為等比數列 (D) $\log a, \log b, \log c, \log d$ 必為等差數列

24. 如圖(一)， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 為 $\angle A$ 的角平分線， D 在 \overline{BC} 上， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 13$ ， $\cos \angle BAD = \frac{1}{5}$ ，求 $\overline{AD} = ?$

- (A) $\frac{9}{5}\sqrt{2}$
 (B) $\frac{13}{9}\sqrt{2}$
 (C) $\frac{9}{5}$
 (D) $\frac{13}{9}$



25. 設 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列， S_n 為此數列的前 n 項和，已知 $S_{101} > 0$ ， $S_{102} < 0$ ，則 $\langle a_n \rangle$ 由哪一項開始為負值？

- (A) 52 (B) 51 (C) 102 (D) 101

【以下空白】