105 學年度四技二專第五次聯合模擬考試
共同科目　數學(C)卷　詳解

數學(C)卷　　105-5-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	D	A	B	B	B	D	C	B	D	B	A	C	C	A	D	C	A	C	B	A	D	D	C

1. $\overline{AB}$ 的斜率 $=\dfrac{a-b}{4-(-20)}=-\dfrac{5}{12}\Rightarrow a-b=-10$

2. 原式 $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}\times\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{6-2\sqrt{8}}$
$=\sqrt{2}-1+(\sqrt{4}-\sqrt{2})=1$

3. $a_1=\dfrac{3}{16}$ ，$a_{12}=-384\Rightarrow -384=\dfrac{3}{16}\times r^{11}\Rightarrow r=-2$
所求 $=a_5=a_1\times r^4=\dfrac{3}{16}\times(-2)^4=3$

4. $a=0.2^4=5^{-4}$ ，$b=\sqrt[3]{25}=5^{\frac{2}{3}}$
$c=5^{-2}$ ，$d=4\%=\dfrac{1}{25}=5^{-2}$
$\because \dfrac{2}{3}>-2>-4$ 且底數 $5>1$
$\therefore b>c=d>a\Rightarrow$ 故選(A)

5. $ax^2+4x+2>0$ 恆成立 $\Rightarrow$ ① $a>0$
② $D=4^2-4\cdot a\cdot 2<0\Rightarrow 16-8a<0$ ，$a>2$
由①② $a>2$ ，$\therefore$最小整數 $a=3$

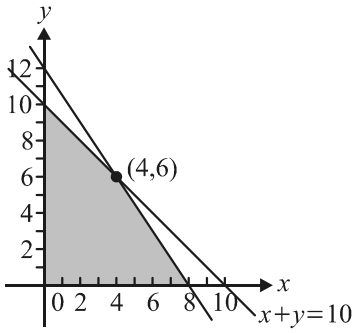
6. $a=\cos 40^\circ=\sin 50^\circ>0$
$b=\sin 110^\circ=\sin 70^\circ>\sin 50^\circ>0$ ，$\therefore a<b<1$
$c=\cot 200^\circ=\cot 20^\circ=\tan 70^\circ>1$
$d=\tan 320^\circ=-\tan 40^\circ<0$ ，$\therefore d<a<b<c$

7. $x=3$ 代入分母 x^2-x-6 ，得值爲 0，但極限值存在
$\Rightarrow x=3$ 代入分子 $2x^2+ax-3$ ，得值也爲 0
$\Rightarrow 2\times 9+3a-3=0$ ，$a=-5$
原式 $=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^2-5x-3}{x^2-x-6}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-3)(2x+1)}{(x-3)(x+2)}$
$=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x+1}{x+2}=\dfrac{7}{5}=k$ ，則 $a\times k=-5\times\dfrac{7}{5}=-7$

8. $r_{甲}=-\dfrac{4}{3}<-1\Rightarrow(\times)$
$r_{乙}=\dfrac{3}{5}<1\Rightarrow(\bigcirc)$
$r_{丙}=\sin 90^\circ=1\Rightarrow(\times)$
$r_{丁}=\cos 45^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{2}}<1\Rightarrow(\bigcirc)$
$r_{戊}=1.1>1\Rightarrow(\times)$
$\therefore$共 2 個

9.

x	0	0	4	8
y	0	10	6	0
$3x+y$	0	10	18	24



所求最大值 $=24$

10. $\angle B=90^\circ\Rightarrow\overline{AB}\perp\overline{BC}$
又 $m_{\overline{AB}}=\dfrac{7-3}{-4-2}=-\dfrac{2}{3}$ ，則 $m_{\overline{BC}}=\dfrac{3}{2}$
所求 $\overleftrightarrow{BC}$ ：$y-3=\dfrac{3}{2}(x-2)\Rightarrow 3x-2y=0$

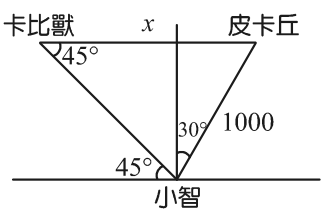
11. 圖形爲拋物線，焦點 $F(4,1)$ ，準線 L：$x-8=0$ ，向左開口，$d(F,L)=2|c|=4$ ，$(4,5)$ 恰爲正焦弦上一點，故選(D)

12. $(2\vec{a}-3\vec{c})\cdot\vec{b}=2\vec{a}\cdot\vec{b}-3\vec{c}\cdot\vec{b}=2\times 6-3\times(-5)=27$

13. 紅球期望值 $=\dfrac{4}{3+4+1}\times 3=\dfrac{3}{2}$ 個

14. 標準差 $=2$
46 分至 52 分爲 $\bar{x}-2S$ 至 $\bar{x}+S$ 之間
所求 $=800\times\dfrac{1}{2}(95\%+68\%)=800\times 81.5\%=652$

15.



令所求距離爲 x
$\dfrac{x}{\sin 75^\circ}=\dfrac{1000}{\sin 45^\circ}\Rightarrow\dfrac{\sqrt{2}}{2}x=1000\times\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
$\Rightarrow x=500\sqrt{3}+500$

16. 去分母 $\Rightarrow 3x^2-x+4=A(x^2+3)+(Bx+C)(x-2)$
$x=2$ 代入 $3\times 4-2+4=A\times 7\Rightarrow A=2$
x^2 項係數 $3=A+B\Rightarrow B=1$
常數項 $4=3A-2C\Rightarrow C=1\Rightarrow$ 故選(A)

17. $P(B)=1-\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$

$P(A\mid B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{P(A\cap B)}{\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{6}$

$\Rightarrow P(A\cap B)=\dfrac{1}{24}$

18. (A) $3^5=243$

(B) 甲乙先視爲 1 人 $\Rightarrow \dfrac{5!}{5}\times 2!=48$

(C) $C_3^4+C_2^4\times C_1^3=4+18=22$

3男 *or* 2男1女

(D) 每人先給 1 件 $\Rightarrow H_{5-3}^3=H_2^3=C_2^4=6$

故選(C)

19. 原式 $=(x-2)(-\cos^2\theta-\sin^2\theta)=1$

$\Rightarrow (x-2)\cdot(-1)=1\Rightarrow x-2=-1$，$x=1$

$x=1$ 代入 $\begin{vmatrix}4&0&-2\\1&-1&1\\2&3&2\end{vmatrix}=-8+0+(-6)-4-0-12$

$=-30$

20. $\log_{\frac{1}{7}}\log_3\log_2 x\ge 0=\log_{\frac{1}{7}}1$

$\Rightarrow 0<\log_3\log_2 x\le 1\Rightarrow \log_3 1<\log_3\log_2 x\le\log_3 3$

$\Rightarrow 1<\log_2 x\le 3\Rightarrow 2<x\le 8$

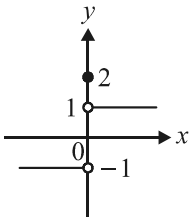
$\Rightarrow$ 整數 x 爲 3、4、5、6、7、8，共 6 個

21. 所求 $=\int_{-3}^{0}|x^2-4|\,dx=\int_{-3}^{-2}(x^2-4)dx+\int_{-2}^{0}-(x^2-4)dx$

$=(\dfrac{x^3}{3}-4x)\Big|_{-3}^{-2}+(4x-\dfrac{x^3}{3})\Big|_{-2}^{0}$

$=[(-\dfrac{8}{3}-(-8)-(-9-(-12))]-[0-(-8-(-\dfrac{8}{3}))]=\dfrac{23}{3}$

22. $f(x)$ 圖形



$f(x)=\begin{cases}1，x>0\\2，x=0\\-1，x<0\end{cases}$

(A) 當 $x>0$，$f(x)=1$

$f'(x)=0\Rightarrow f'(4)=0$

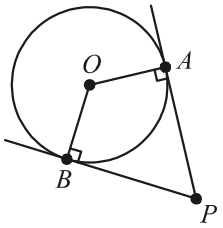
(B) $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 不存在(圖形在 $x=0$ 未連接)

(C) $\int_{-4}^{-1}f(x)dx=\int_{-4}^{-1}-1dx=-x\Big|_{-4}^{-1}=1-4=-3$

(D) $f(x)$ 在 $x=0$ 不連續(圖形在 $x=0$ 未連接)

故選(A)

23. 圓心 $O(-1,2)$，$r=3$，四邊形 $PAOB$ 爲鳶形



(A) 四邊形 $PAOB$ 外接圓直徑

$=\overline{OP}=\sqrt{(-1-2)^2+(2-(-2))^2}=5$

(B) $\overline{PA}=\sqrt{(2+1)^2+(-2-2)^2-9}=4$

(C) 四邊形 $PAOB$ 面積 $=\dfrac{1}{2}\overline{PA}\times r\times 2=\dfrac{1}{2}\times\overline{OP}\times\overline{AB}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}\times 4\times 3\times 2=\dfrac{1}{2}\times 5\times\overline{AB}\Rightarrow\overline{AB}=\dfrac{24}{5}$

(D) P 到圓之最近距離 $\overline{OP}-r=5-3=2$

P 到圓之最遠距離 $=\overline{OP}+r=5+3=8\Rightarrow 2\times 8=16$

【另解】所求 $=\overline{PA}^2=4^2=16$ (切割線性質)

故選(D)

24. $f(\theta)=2\cos 2\theta-3\sin\theta+5$

$=2(1-2\sin^2\theta)-3\sin\theta+5$

$=-4\sin^2\theta-3\sin\theta+7$

$=-4(\sin^2\theta+\dfrac{3}{4}\sin\theta+(\dfrac{3}{8})^2)+7+\dfrac{9}{16}$

$=-4(\sin\theta+\dfrac{3}{8})^2+\dfrac{121}{16}$

當 $\sin\theta=-\dfrac{3}{8}$，$f(\theta)=\dfrac{121}{16}$

但 $0\le\theta\le\pi\Rightarrow 0\le\sin\theta\le 1$

$\therefore$ 當 $\sin\theta=0$ 時有最大值 7

25. 設 $z=a+bi$ 在複數平面上滿足下式的所有點，以 P 表示 $|z-3+4i|=|z+1+6i|$

$\Rightarrow |z-(3-4i)|=|z-(-1-6i)|$，以 A、B 表 $3-4i$、$-1-6i$ 所在的兩點，則滿足 $\overline{PA}=\overline{PB}$ 之所有 P 點所成的圖形即爲 $\overline{AB}$ 的垂直平分線

取 $\overline{AB}$ 中點爲 $M(1,-5)$

$m_{\overline{AB}}=\dfrac{-4-(-6)}{3-(-1)}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow m=-2$

$\overline{AB}$ 的垂直平分線方程式：

$y-(-5)=-2(x-1)\Rightarrow 2x+y=-3$

x	0	$-\dfrac{3}{2}$
y	-3	0

所求面積 $=\dfrac{1}{2}\times|(-3)\times(-\dfrac{3}{2})|=\dfrac{9}{4}$