

數學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類

1. 設兩函數 $y = 2^{3x-1}$ 與 $y = 4^{x-1}$ 的圖形交點坐標為 (a, b) ，則 $a+b = ?$
 (A) 259 (B) 6 (C) 1 (D) $\frac{-15}{16}$
2. 曲線 $y = f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ 在 $x = 3$ 處的切線方程式為何？
 (A) $x - 12y + 21 = 0$ (B) $x + 12y - 27 = 0$
 (C) $x - 2y + 1 = 0$ (D) $x + 2y - 7 = 0$
3. 數學老師計算學期成績的公式如下：六次平時考中取較好的四次之平均值占 40%，兩次期中考及一次期末考各占 20%。某生平時考成績分別為 80、68、82、70、73、85，期中考成績分別為 83、90，期末考成績為 72，則該生學期成績為何？
 (A) 80 (B) 81 (C) 82 (D) 83
4. 設 \vec{a} 與 \vec{b} 為平面上的兩個向量，已知 $|\vec{a}| = 1$ 、 $|\vec{b}| = 3$ ，且 $|3\vec{a} - 2\vec{b}| = 3$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為何？
 (A) 90° (B) 60° (C) 30° (D) 0°
5. 甲、乙、丙三位警察射擊一凶犯，已知甲之命中率為 $\frac{3}{4}$ ，乙之命中率為 $\frac{2}{3}$ ，丙之命中率為 $\frac{1}{2}$ 。今甲、乙、丙三位警察同時對凶犯各發一槍(互不影響)，則此凶犯恰被擊中二槍的機率為何？
 (A) $\frac{1}{24}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{11}{24}$ (D) $\frac{23}{24}$
6. 求 $(\log_3 8 - \log_9 4) \times (\log_4 27 + \log_2 3) = ?$
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
7. 設 $f(x) = \frac{(x-3)(x-4)(x-5)}{x(x-1)(x-2)}$ ，則 $f'(3) = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$
8. 設 F 及 F' 為橢圓 $16x^2 + 25y^2 - 128x - 50y - 119 = 0$ 的兩個焦點， P 為橢圓上的任一點，則 $\overline{PF} + \overline{PF'} = ?$
 (A) 10 (B) 14 (C) 20 (D) 24
9. 已知平面上的兩個向量為 $\vec{a} = (1, -3)$ 、 $\vec{b} = (1, x)$ ，且 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角為 $\frac{3}{4}\pi$ ，則 $x = ?$
 (A) $-\frac{1}{2}$ (B) 0 (C) 1 (D) 2

10. $A(5, -2)$ 、 $B(3, 4)$ 及 C 為坐標平面上三點，若 C 點在 x 軸上，且滿足 $\overline{AC} = \overline{BC}$ ，則 C 點坐標為何？
 (A) $(1, 0)$ (B) $(-1, 0)$ (C) $(3, 0)$ (D) $(-3, 0)$
11. 函數 $f(x) = 4 - x^2$ 及 x 軸與直線 $x = -3$ 、 $x = 0$ 所圍之區域面積為何？
 (A) $\frac{13}{3}$ (B) $\frac{17}{3}$ (C) $\frac{19}{3}$ (D) $\frac{23}{3}$
12. 若 $A(2, 1)$ 、 $B(5, -3)$ 、 $C(10, 7)$ 為 $\triangle ABC$ 的三個頂點， $\angle A$ 的內角平分線交 \overline{BC} 於 D 點，則 D 點坐標為何？
 (A) $(\frac{20}{3}, \frac{1}{3})$ (B) $(\frac{20}{7}, \frac{1}{7})$ (C) $(\frac{1}{3}, \frac{20}{3})$ (D) $(\frac{1}{7}, \frac{20}{7})$
13. 設 k 為正整數，若 $(kx^2 + \frac{1}{x})^5$ 的展開式中， x 項的係數為 90 ，則 $k = ?$
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
14. 已知 a 、 b 為實數， $i = \sqrt{-1}$ ，若 $\frac{(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)^4}{(\cos 14^\circ + i \sin 14^\circ)^{10}} = a + bi$ ，則 $a^2 + b^2 = ?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) 1 (D) 4
15. 已知一等差數列共有十項，且知其奇數項之和為 20 ，偶數項之和為 40 ，則此數列之公差為何？
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
16. 設 $f(x) = \cos^2 x + \sin x - 1$ ，已知 x 為任意實數，則 $f(x)$ 的最大值為？
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$
17. 設圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$ 上之點到直線 $L: 4x - 3y + 3 = 0$ 的最遠距離為 M ，最近距離為 m ，則 $M + m = ?$
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
18. 設 $x \neq -1, 1$ ，且 $\frac{x+3}{(x+1)(x-1)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$ ，則 $a+b+c = ?$
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
19. 袋中有 50 元硬幣 2 個， 10 元硬幣 3 個， 5 元硬幣 5 個，若由袋中任意取出 2 個硬幣，每個硬幣被取出的機會均等，則所得金額的期望值為何？
 (A) $\frac{13}{2}$ (B) 13 (C) $\frac{31}{2}$ (D) 31

20. 氣象局測出在 20 小時期間，颱風中心位置由恆春南 15° 東 400 公里處直線移到恆春西南方 200 公里處，則颱風移動的平均速度為每小時多少公里？

- (A) $10\sqrt{2}$ (B) $10\sqrt{3}$ (C) $20\sqrt{2}$ (D) $20\sqrt{3}$

21. 在坐標平面上，滿足聯立不等式組 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 6 \\ x + 2y \leq 7 \end{cases}$ 的區域，其圖形面積為何？

- (A) $\frac{19}{4}$ (B) $\frac{19}{2}$ (C) $\frac{21}{4}$ (D) $\frac{21}{2}$

22. 設 x 為正整數，若行列式 $\begin{vmatrix} 2-x & 3 & 4 \\ 2 & 3-x & 4 \\ 2 & 3 & 4-x \end{vmatrix} = 0$ ，則 $x = ?$

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 18

23. 化簡 $\frac{\sin(360^\circ + \theta)}{\sin(90^\circ + \theta)} + \frac{\cot(270^\circ + \theta)}{\tan(180^\circ + \theta)} + \frac{\cos(90^\circ + \theta)}{\cos(-\theta)} = ?$

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

24. 求 $9^7 - 10 \times 9^6 + 12 \times 9^5 - 25 \times 9^4 - 21 \times 9^3 + 32 \times 9^2 - 46 \times 9^1 + 109 = ?$

- (A) 0 (B) 10 (C) 50 (D) 100

25. 在 $\triangle ABC$ 中，設 a 、 b 、 c 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所對的邊長，若 $[(b+c)+a][(b+c)-a] = 3bc$ ，則 $\angle A = ?$

- (A) 45° (B) 60° (C) 120° (D) 150°