

九十五學年度技術校院四年制與專科學校二年制 統一入學測驗試題

准考證號碼：□□□□□□□□

(請考生自行填寫)

共同科目

數學(A)

【注意事項】

1. 請先核對考試科目與報考類別是否相符，本試題適用類別為機械類、汽車類、電機類、電子類、化工類、衛生類、土木建築類、工業設計類、工程與管理類工程組、工程與管理類管理組。
2. 請檢查答案卡、座位及准考證三者之號碼是否完全相同，如有不符，請監試人員查明處理。
3. 本試卷共 25 題，每題 4 分，共 100 分，答錯不倒扣。
4. 本試卷均為單一選擇題，每題都有 (A)、(B)、(C)、(D) 四個選項，請選一個最適當答案，在答案卡同一題號對應方格內，用 2B 鉛筆塗滿方格，但不超出格外。
5. 本試卷空白處或背面，可做草稿使用。
6. 請在試卷首頁准考證號碼之方格內，填上自己的准考證號碼，考完後將「答案卡」及「試題」一併繳回。

1. 若 $\log_3 x + \log_3 y = 2$ ，則 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 之最小值為何？
(A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 1
2. 設 $f(x)$ 為一元二次多項式，若 $f(1) = 4$ ， $f(-1) = 4$ ， $f(0) = 0$ ，則下列何者為 $f(x)$ 之因式？
(A) x (B) $x-1$ (C) $x+1$ (D) $x^2 - 1$
3. 下列何者為方程式 $(2^{4-x})^x = 16$ 之實數解？
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
4. 多項式 $4x^4 + 4x^3 + x^2 + 3$ 除以 $2x-1$ 的餘式為何？
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
5. 設 $A(0, 6)$, $B(-12, -24)$, $C(24, 12)$ 為坐標平面上之三點，試問 $\triangle ABC$ 之重心坐標為何？
(A) (2, 2) (B) (4, -2) (C) $(9, -\frac{3}{2})$ (D) (18, -6)
6. 下列何者與不等式 $|x-4| < 8$ 的解相同？
(A) $(x+4)(x-12) > 0$ (B) $(x-4)(x+12) > 0$
(C) $(x+4)(x-12) < 0$ (D) $(x-4)(x+12) < 0$
7. 有一繩子的長度是 24 公分，若圍成正三角形的面積為 a 平方公分；圍成正方形的面積為 b 平方公分；圍成正六邊形的面積為 c 平方公分，則下列何者正確？
(A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $c < a < b$ (D) $c < b < a$
8. 在 $\triangle ABC$ 中，設 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之對應邊長分別為 a 、 b 、 c ，若 $\angle B = 120^\circ$ ， $a = 5$ ， $c = 3$ ，則 $\triangle ABC$ 的外接圓面積為何？
(A) $\frac{7}{\sqrt{3}}\pi$ (B) $\frac{49}{\sqrt{3}}\pi$ (C) $\frac{7}{3}\pi$ (D) $\frac{49}{3}\pi$
9. 求 $\int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = ?$
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

10. 設 a, b, c 為實數，若 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = 12$ 且 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} = 156$ ，則 $\begin{vmatrix} 1 & a+1 & a^2(a+1) \\ 1 & b+1 & b^2(b+1) \\ 1 & c+1 & c^2(c+1) \end{vmatrix} = ?$
- (A) 13 (B) 144 (C) 168 (D) 1872
11. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot (1+2+3+\cdots+n)}{1^2+2^2+\cdots+n^2} = ?$
- (A) 0 (B) $\frac{2}{3}$ (C) 1 (D) $\frac{3}{2}$
12. 有一測量員發現：當他從 A 點測量時，山是在他的東邊偏北 60° 且山的仰角為 45° ；若由 A 點向東直行 200 公尺到 B 點測量時，則山在他的西邊偏北 60° 。試求山高是多少公尺？
(若由低處觀測點仰望高處的目標物時，則目標物和觀測點的連線與水平線的夾角稱為仰角)
- (A) 100 (B) $100\sqrt{2}$ (C) $100\sqrt{3}$ (D) 200
13. 試求 $\int_{-1}^1 |x^3| dx = ?$
- (A) 0 (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1
14. 設 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 為平面上之三個向量且 $\vec{a} = (\cos 30^\circ, \sin 30^\circ)$, $\vec{b} = (\cos 150^\circ, \sin 150^\circ)$, $\vec{c} = (\cos 270^\circ, \sin 270^\circ)$ ，試求 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = ?$
- (A) (1,0) (B) (0,1) (C) (1,1) (D) (0,0)
15. 試問在坐標平面上，曲線 $y^2 = 4x$ 與 $x + y + 2 = 0$ 之間的最短距離為何？
- (A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) 1 (C) $\sqrt{2}$ (D) 2
16. 設 $A(2,5), B(4,3), C(5,1)$ 為坐標平面上之三點，若 \overrightarrow{AB} 在 \overrightarrow{AC} 上的正射影為 \overrightarrow{AD} ，則 $|\overrightarrow{AD}| : |\overrightarrow{AC}| = ?$
- (A) 7 : 5 (B) 14 : 5 (C) 7 : 25 (D) 14 : 25
17. 下列何者為曲線 $4y^2 = (2x+1)^2 + 9$ 的漸近線？
- (A) $y = x + \frac{1}{2}$ (B) $y = 2x - 1$ (C) $y = 2x + 1$ (D) $2y = x + \frac{1}{2}$

18. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，若級數 $\sum_{n=1}^{50} (i^3)^n = a + bi$ ，則 $a + 2b = ?$
- (A) -1 (B) -3 (C) 1 (D) 3
19. 設直線 L 的斜率為 2 且在 x 軸之截距為 3，請問下列哪一點在直線 L 上？
- (A) (5,5) (B) (6,6) (C) (7,7) (D) (8,8)
20. 設 \vec{a} 與 \vec{b} 為平面上的兩個向量，已知 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 3$ ，且 $|3\vec{a} - 2\vec{b}| = 3$ ，求 $\vec{a} \cdot \vec{b} = ?$
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
21. 若 $f(x) = (x^2 + 3x + 1)(x^2 - 3x + 5)$ ，則 $f'(1) = ?$
- (A) 15 (B) 10 (C) 4 (D) -5
22. 設 θ, k 為實數，若 $\sin \theta$ 和 $\cos \theta$ 為方程式 $3x^2 + 2x + k = 0$ 之兩根，則 $k = ?$
- (A) $-\frac{5}{6}$ (B) $-\frac{5}{12}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{5}{12}$
23. 設 a, b 為實數且 $i = \sqrt{-1}$ ，若 $2 + \sqrt{3}i$ 為 $2x^2 + ax + b = 0$ 之一根，則 $a + b = ?$
- (A) 1 (B) 3 (C) 6 (D) 14
24. 試問在坐標平面上，過點 $(2, -1)$ 且與直線 $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ 垂直的直線方程式為何？
- (A) $4x - 3y = 9$ (B) $4x - 3y = 10$ (C) $3x - 4y = 9$ (D) $3x - 4y = 10$
25. 設 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，試問函數 $f(x) = \sin^2 x - 2\cos x + 2$ 之最大值為何？
- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5

【以下空白】