



CH 2 素養練功坊

題目

百慕達三角洲所在附近的海域，傳言經常有失蹤的船隻和飛機。為了解真相，一艘海底偵查船搜尋了一段時間，從一沉船上撈起一只手錶，僅有鏽蝕的時針痕跡及 12 點的刻度存在。研究員利用直尺測量得，手錶中心點與 12 點的距離為 5；鏽蝕的時針長度為 3，而 12 點與時針尖端的距離為 7。試問利用上述線索，還原分析該手錶停止的時間為何？



關 鍵 字 手錶中心點與 12 點的距離為 5
時針長度為 3，而 12 點與時針尖端的距離為 7

單 元 公 式 $\triangle ABC$ 中， $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

翻 譯 成 數 學 式 $\triangle AOB$ 中，已知 $\overline{OA} = 5$ ， $\overline{OB} = 3$ ， $\overline{AB} = 7$ ，試求 $\angle AOB = ?$

解 題 依題意，條件給三邊長欲求夾角
解題思路自然是從餘弦定理著手
繪圖如右，我們利用餘弦定理

$$\text{在公式中代入三邊長得 } \cos \angle AOB = \frac{5^2 + 3^2 - 7^2}{2 \times 5 \times 3} = -\frac{1}{2}$$

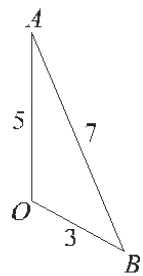
可求出 $\angle AOB = 120^\circ$

即鏽蝕時針的痕跡與 12 點方向之間的夾角為 120°

因為手錶一大格為 $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$

所以鏽蝕時針所指方向為 4 點鐘方向

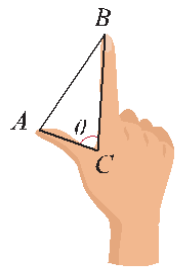
推測手錶停於 4 點整



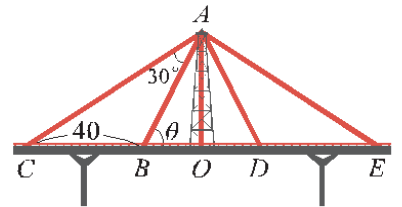
- **回顧：**給邊找角，給角找邊，是解三角形考題的標準模式，在三角學中有很豐富的幾何性質，其中畢氏定理與正、餘弦定理更是佔有核心的地位。概括來看這題，是為檢測同學對餘弦定理的理解力與掌握度，透由解題的思索過程，幫助我們尋找數與形中不變的規律。

1. 手動機械錶是經由上緊錶內發條，藉由發條系統釋放的彈力位能來啟動手錶的計時功能。這些過程都需藉由機械原理來完成，一般上緊的發條約可使手錶行走 30 多小時。小志喜歡研究機械錶內部齒輪的轉動鏈結指針的擺動，某日他被問及一個關於指針轉動角度的問題：假設分針原始指在時鐘 12 的位置，現將分針依順時針的方向轉了 2019° 。試求分針應指在哪兩個數字之間？

2. 如果手邊沒有現成的量尺，小米會利用右手食指與拇指伸直來充當丈量鞋號尺寸的工具，右圖是她右手食指與拇指伸直，虎口張開 θ 時的手指形狀。已知小米的手指相關部分長度， $\overline{BC} = 15$ 公分， $\overline{AC} = 8$ 公分。若已知虎口張開的角度 $\theta = 60^\circ$ ，試求 \overline{AB} 的長度。



3. 設有一座鐵橋，如圖，是由 4 條粗鋼索及中央橋柱 \overline{AO} 所構成。已知 $\overline{BC} = 40$ 公尺， $\angle BAC = 30^\circ$ ，而另一條鋼索 \overline{AB} 與橋面成 θ 角，且 $\sin\theta = 0.9$ ，試求鋼索 \overline{AC} 之長度為何？



4. 迴力鏢是一種利用空氣動力學原理，擲出後仍可以飛回來的器具，如圖所示。今小武想使用厚紙板製作一個勾形迴力鏢，已知一邊長為 15 cm，另一邊長為 25 cm，且兩邊夾角為 120° ，試求此迴力鏢之勾形頂端到手持之最尾端的直線距離為何？



高三人的承擔

面對危機，才知英雄無幾。人生沒有永遠的勝利，只有不斷努力，觀念改變、行動改變，命運就會改變。

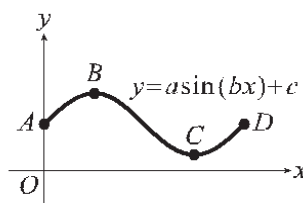


CH 2 統測考古題



統測解題影音

★表難題

- () 1. 下列何者錯誤？
 (A) $y = |\sin 2x|$ 之週期為 $\frac{\pi}{2}$ (B) $y = 3 \sin x$ 之週期為 2π
 (C) $y = \cos 2x$ 之週期為 $\frac{\pi}{2}$ (D) $y = 4 \cos x$ 之週期為 2π 。 【111(C)】
- () 2. 若 $\triangle ABC$ 三邊長為 4、5、6，則其外接圓直徑為何？
 (A) $\frac{8}{\sqrt{7}}$ (B) $\frac{12}{\sqrt{7}}$ (C) $\frac{16}{\sqrt{7}}$ (D) $\frac{20}{\sqrt{7}}$ 。 【111(C)】
- () 3. 已知 $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ，其中 $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{AC} = 2$ ，且 $\angle BAC$ 為鈍角。若 \overline{BC} 的長度為 a ，則 $a^2 = ?$
 (A) $13 - 6\sqrt{2}$ (B) $13 - 2\sqrt{6}$ (C) $13 + 2\sqrt{6}$ (D) $13 + 6\sqrt{2}$ 。 【111(C)】
- () 4. 若 $P(-99, 87)$ 是標準位置角 θ 終邊上的點，則點 $Q(5 \sin \theta - 6 \cos \theta, 7 \cos \theta + 8 \tan \theta)$ 落在第幾象限？
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限。 【111(B)】
- () 5. 甲生在某次實驗中描繪出右圖，是 $y = a \sin(bx) + c$ ， $0 \leq x \leq 4\pi$ 的曲線圖形，圖中所示 A 、 B 、 C 、 D 四點分別是左端點、最高點、最低點、右端點。若它們的坐標分別為 $A(0, 3)$ 、 $B(\pi, 5)$ 、 $C(3\pi, 1)$ 、 $D(4\pi, 3)$ ，則 $a + 2b + c = ?$
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。 【111(B)】
- 
- () 6. 若 $\tan \theta + \sec \theta = 5$ ，則 $\tan \theta - \sec \theta = ?$
 (A) $-\frac{3}{5}$ (B) $-\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$ 。 【110(C)】
- () 7. 已知 $\triangle ABC$ 中， a 、 b 、 c 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 之對邊長。若 $ab : bc : ca = 3 : 4 : 6$ ，則 $\sin A : \sin B : \sin C = ?$
 (A) $4 : 3 : 2$ (B) $4 : 2 : 3$ (C) $2 : 3 : 4$ (D) $3 : 2 : 4$ 。 【110(C)】
- () 8. 下列敘述何者正確？
 (A) $y = \tan \frac{\theta}{3}$ 的週期為 $\frac{\pi}{3}$
 (B) $\tan^2 \theta - \sec^2 \theta = 1$
 (C) $-\sqrt{2} \leq \sin \theta + \cos \theta \leq \sqrt{2}$
 (D) 若 $\cos \theta = \sin \theta$ ，則 $\theta = \frac{\pi}{4} + 2n\pi$ ，其中 n 為整數。 【110(C)】



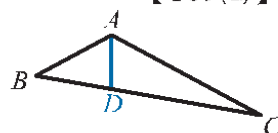
2

- () 9. 已知 $\tan\theta = \frac{7}{25}$ 。若 $\sin\theta \cos\theta = a$ ，則下列何者正確？
 (A) $\frac{1}{2} < a < 1$ (B) $0 < a < \frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{2} < a < 0$ (D) $-1 < a < -\frac{1}{2}$ 。 【110(B)】

- () 10. 若 $a = \tan 480^\circ$ ， $b = \sec 135^\circ$ ， $c = \cos(-60^\circ)$ ，則下列有序數對何者在第二象限？
 (A) (b, c) (B) (a, b) (C) (c, a) (D) (c, b) 。 【109(C)】

- ★ () 11. 設函數 $f(x) = 2 \cos 3x - 1$ ， $x \in [0, 2\pi]$ ，若其圖形和 x 軸的交點個數與函數的最大值分別為 a 、 b ，則 $ab =$
 (A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 18。 【109(C)】

- () 12. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$ 之內角平分線交 \overline{BC} 於 D ，其中 $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 6$ ，且 $\angle A = 120^\circ$ ，如圖，則 $\overline{CD} = ?$
 (A) $\sqrt{26}$ (B) $3\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{7}$ (D) $\sqrt{7}$ 。



【109(C)】

- () 13. 已知扇形的面積為 1 且其周長為 5，試問此扇形的半徑為何？
 (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2。 【108(C)】

- () 14. 若點 $P(x, y)$ 為有向角 θ 終邊上一點且 $xy \neq 0$ ，則下列何者正確？
 (A) $x \sin\theta > 0$ (B) $y \cos\theta > 0$ (C) $x \cot\theta > 0$ (D) $y \csc\theta > 0$ 。 【108(C)】

- ★ () 15. $\cos 0^\circ + \cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \cos 30^\circ + \cdots + \cos 350^\circ + \cos 360^\circ =$
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3。 【107(C)】

- () 16. 求 $\sin^2 18^\circ + \sin^2 36^\circ + \sin^2 54^\circ + \sin^2 72^\circ + \sin^2 90^\circ =$
 (A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 3.5。 【106(C)】

- ★ () 17. 若 $\tan\theta \csc\theta = -1 + 6\cos\theta$ ，其中 θ 為第三象限角，則 $\tan\theta =$
 (A) $2\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $-\sqrt{3}$ (D) $-2\sqrt{2}$ 。 【106(C)】

- () 18. 已知 A 點坐標為 $(\cos \frac{\pi}{6}, \sin \frac{\pi}{6})$ ， B 點坐標為 $(\cos \frac{11\pi}{6}, \tan \frac{11\pi}{6})$ ，則線段 \overline{AB} 的長度為何？
 (A) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{1}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。 【106(B)】