



## CH 1 素養練功坊

### 題目

已知在發光亮度相同的情況下，省電燈泡使用的電能為白熾燈的  $\frac{1}{5}$  到  $\frac{1}{3}$ ，壽命則為其 8 到 10 倍。省電燈泡的單價雖比白熾燈貴，但由於其壽命長、耗電少，在其工作壽命中大約能省下其售價五倍的電費。假設某省電燈泡生產工廠，工廠估算當每日販賣  $x$  個省電燈泡時，其利潤函數為  $f(x) = x^2 - 58x - 120$ ，試求欲使該工廠生產利潤大於零，其每日銷售燈泡數量至少應為多少個？

#### 關鍵字

利潤函數  $f(x) = x^2 - 58x - 120$

使生產利潤大於零之銷售數量

#### 單元公式

設  $a > 0$ ，若  $ax^2 + bx + c = 0$  之兩根為  $\alpha$ 、 $\beta$  ( $\alpha < \beta$ )

則不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解為  $x < \alpha$  或  $x > \beta$

#### 翻譯成數學式

試求  $f(x) = x^2 - 58x - 120 > 0$  之正整數解

#### 解題

依題意逐步分析後

其實本題就是求  $x^2 - 58x - 120 > 0$  之正整數解

首先將二次式  $x^2 - 58x - 120$  因式分解

利用十字交乘法分解之後可得  $(x + 2)(x - 60)$

若欲使  $x^2 - 58x - 120 > 0$ ，亦即  $(x + 2)(x - 60) > 0$

可解出滿足不等式的範圍為  $x > 60$  或  $x < -2$  (非正整數解，不合)

故當每日銷售燈泡數量大於 60 時

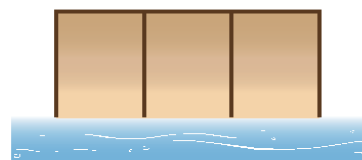
即至少為 61 個，其生產利潤大於零

- **回顧：**新課綱期盼能培養學生的「素養」(包含知識、態度與應用)能力，新課綱上路後，考試內容也開始傾向「素養導向」，日後「試題素養化」勢必將逐漸成為主流。回歸本題，此題考點在解一元二次不等式，不等式在數學上的地位並不亞於方程式，命題上可以混搭其他章節的觀念，牽涉面很廣，不可偏廢。

1. 小叢在天文網站上看到以下資訊：「利用北斗七星斗杓的天璇與天樞這兩顆星來尋找北極星。由天璇起始向天樞的方向延伸便可找到北極星，其中天樞與北極星的距離為天璇與天璇距離的 5 倍。」今小叢將所見的星空想像成一個坐標平面，其中天璇的坐標為  $(9, 8)$ ，天樞的坐標為  $(7, 11)$ 。依上述資訊可以推得北極星的坐標為何？

答： $(-3, 26)$

- ★ 2. 根據有經驗的鴨農表示，養殖肉鴨的週期較短，通常養殖 42 ~ 45 天即可出售，且一年可多次養殖。在一般農民家庭養殖約可養殖 2000 ~ 3000 隻。假設阿國想要在河岸邊利用圍籬圍出 3 間面積相等的矩形鴨舍（河岸邊不圍），如圖，若圍籬的長度為 48 公尺，則 1 間鴨舍的最大面積為何？



答：48 平方公尺

3. 世界衛生組織計算男性標準體重之方法為：

$$\text{標準體重 (kg)} = (\text{身高 (cm)} - 80) \times 0.7$$

並定義：標準體重  $\pm 10\%$  為正常體重範圍；

標準體重  $\pm 20\%$  以上則為肥胖或體重不足。

已知一男性身高為 180 cm，若其實際體重落在正常體重範圍內，即滿足不等式：

$|\text{實際體重} - \text{標準體重}| \leq \text{誤差值}$ ，試求該男性實際體重的範圍為何？

答： $63 \text{ kg} \leq \text{實際體重} \leq 77 \text{ kg}$

4. 假設 A、B 兩人同時從坐標平面上之 P 點出發，並以等速率直線前進。已知 A 的速率為 B 的 1.5 倍，且 10 分鐘後 A 所在的位置坐標為  $(1, 4)$ ；B 所在的位置坐標為  $(-4, -1)$ ，試依下列情況計算出發點 P 之坐標為何？

- (1) A、B 前進方向相反。  
 (2) A、B 前進方向相同。


答：(1)  $(-2, 1)$  (2)  $(-14, -11)$



### 高三人的態度

態度決定高度，專注決定勝負。活在當下，只要知道當下這麼做是對的，就全力以赴。



- ( B ) 1. 公益文教基金會調查技術型高中三年級學生每天手機使用時間介於 3.1 小時至 4.9 小時之間 (含)。若  $x$  (單位：小時) 為其中一位參與調查的技術型高中學生每天手機使用時間，且將上述使用時間範圍用  $|x - a| \leq b$  來表示，則  $ab = ?$   
 (A) 3.2 (B) 3.6 (C) 3.8 (D) 4.2。 【111(C)】
- ( A ) 2. 不等式  $5x - 4 < x^2 < x + 2$  的解為何？  
 (A)  $-1 < x < 1$  (B)  $-1 < x < 2$  (C)  $-2 < x < 1$  (D)  $0 < x < 4$ 。 【111(C)】
- ( A ) 3. 若  $x$  為實數，則  $x^2 - 2 + \frac{9}{x^2 + 2}$  的最小值為何？  
 (A) 2 (B)  $\frac{5}{2}$  (C)  $\frac{13}{2}$  (D) 6。 【110(C)】
- ( C ) 4. 若點  $A$  與點  $B$  在數線上的坐標分別是  $-1$  與  $5$ ，則線段  $\overline{AB}$  (包含兩端點，如圖所示) 是下列哪一個不等式之解的圖形？  

 (A)  $|x - 1| \leq 4$  (B)  $|x + 1| \leq 5$  (C)  $x^2 - 4x - 5 \leq 0$  (D)  $x^2 + 6x + 5 \leq 0$ 。 【109(B)】
- ( A ) 5. 若拋物線  $y = ax^2 + b$  之開口向上且與  $x$  軸沒有交點，則下列敘述何者正確？  
 (A)  $a > 0, b > 0$  (B)  $a > 0, b < 0$  (C)  $a < 0, b > 0$  (D)  $a < 0, b < 0$ 。 【108(B)】
- ★ ( A ) 6. 設直線  $2x + y = 11$  與拋物線  $y = x^2 - 4$  在第二象限的交點為  $A$ ，在第一象限的交點為  $B$ ，若線段  $\overline{AB}$  上一點  $P$  滿足  $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ ，則  $P$  點坐標為何？  
 (A)  $(\frac{1}{3}, \frac{31}{3})$  (B)  $(-2, 26)$  (C)  $(-1, 13)$  (D)  $(\frac{-7}{3}, \frac{47}{3})$ 。 【106(C)】
- ★ ( D ) 7. 設  $a, b$  為實數，且不等式  $-x^2 + 6x + b > 0$  與不等式  $|x + a| < 5$  的解完全相同，則  $a + b =$   
 (A)  $-13$  (B)  $-7$  (C)  $7$  (D)  $13$ 。 【106(C)】
- ( C ) 8. 若一元二次不等式  $x^2 - 2x - 3 < 0$  的解為  $a < x < b$ ，則  $a + b =$   
 (A)  $-3$  (B)  $-1$  (C)  $2$  (D)  $3$ 。 【106(B)】
- ( C ) 9. 已知  $ax^2 + 2x + c > 0$  的解為  $-1 < x < 3$ ，則  $a + c$  之值為何？  
 (A)  $-4$  (B)  $-2$  (C)  $2$  (D)  $4$ 。 【105(B)】



- ( A ) 10. 已知拋物線  $y = ax^2 + 4bx + 4a$  與  $x$  軸有兩相異交點，且頂點在第一象限，則下列敘述何者正確？  
(A)  $a < 0, a^2 < b^2$  (B)  $a < 0, a^2 > b^2$  (C)  $a > 0, a^2 < b^2$  (D)  $a > 0, a^2 > b^2$ 。  
【105(B)】
- ( D ) 11. 已知  $a、b$  為實數，若不等式  $x^2 + ax \leq b$  之解為  $-5 \leq x \leq 3$ ，則  $a + b = ?$   
(A) -17 (B) -13 (C) 13 (D) 17。  
【104(C)】
- ( A ) 12. 下列方程式所對應的圖形中，何者恆在  $x$  軸的上方？  
(A)  $y = 5x^2 - 3x + 1$  (B)  $y = 3x^2 + 5x - 1$  (C)  $y = x^2 - 5x + 3$  (D)  $y = 3x^2 + x - 5$ 。  
【104(C)】
- ( C ) 13. 若想要利用一條繩子圍出一個面積至少為 25 平方公尺的矩形花園，則所需要的繩子總長度至少須為多少公尺？  
(A) 12 (B) 16 (C) 20 (D) 24。  
【104(B)】
- ( C ) 14. 下列何者與不等式  $x^2 - 6x - 16 < 0$  有完全相同的解？  
(A)  $(x - 2)(x + 8) < 0$  (B)  $-3 < x - 5 < 3$  (C)  $(x - 3)^2 < 25$   
(D)  $-x^2 + 6x + 16 < 0$ 。  
【104(B)】
- ( C ) 15. 設  $A(0, 0)、B(2, 2)$  為平面上二點，若點  $P(m, n)$  在線段  $\overline{AB}$  上，且  $\overline{AP} : \overline{PB} = 3 : 1$ ，則  $m + n$  之值為何？  
(A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 3.5。  
【統測】
- ( B ) 16. 已知循環小數  $0.\overline{9} = 0.9999\dots$ ，令  $a = 0.\overline{9} \times 0.9$ ，則下列何者正確？  
(A)  $a < 0.8\overline{9}$  (B)  $a = 0.8\overline{9}$  (C)  $a < 0.9$  (D)  $a > 0.9$ 。  
【統測】
- ★ ( C ) 17. 設  $x、y、z$  皆為正實數，且  $xy + yz + zx = 27$ ，則  $xyz$  之最大值為何？  
(A)  $12\sqrt[3]{2}$  (B) 18 (C) 27 (D)  $27\sqrt[3]{2}$ 。  
【統測】