



CH 1 素養練功坊

題目

已知在發光亮度相同的情況下，省電燈泡使用的電能為白熾燈的 $\frac{1}{5}$ 到 $\frac{1}{3}$ ，壽命則為其 8 到 10 倍。省電燈泡的單價雖比白熾燈貴，但由於其壽命長、耗電少，在其工作壽命中大約能省下其售價五倍的電費。假設某省電燈泡生產工廠，工廠估算當每日販賣 x 個省電燈泡時，其利潤函數為 $f(x) = x^2 - 58x - 120$ ，試求欲使該工廠生產利潤大於零，其每日銷售燈泡數量至少應為多少個？

關鍵字

利潤函數 $f(x) = x^2 - 58x - 120$

使生產利潤大於零之銷售數量

單元公式

設 $a > 0$ ，若 $ax^2 + bx + c = 0$ 之兩根為 α 、 β ($\alpha < \beta$)

則不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解為 $x < \alpha$ 或 $x > \beta$

翻譯成數學式

試求 $f(x) = x^2 - 58x - 120 > 0$ 之正整數解

解題

依題意逐步分析後

其實本題就是求 $x^2 - 58x - 120 > 0$ 之正整數解

首先將二次式 $x^2 - 58x - 120$ 因式分解

利用十字交乘法分解之後可得 $(x + 2)(x - 60)$

若欲使 $x^2 - 58x - 120 > 0$ ，亦即 $(x + 2)(x - 60) > 0$

可解出滿足不等式的範圍為 $x > 60$ 或 $x < -2$ (非正整數解，不合)

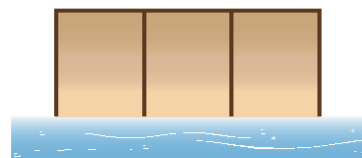
故當每日銷售燈泡數量大於 60 時

即至少為 61 個，其生產利潤大於零

- **回顧：**新課綱期盼能培養學生的「素養」(包含知識、態度與應用)能力，新課綱上路後，考試內容也開始傾向「素養導向」，日後「試題素養化」勢必將逐漸成為主流。回歸本題，此題考點在解一元二次不等式，不等式在數學上的地位並不亞於方程式，命題上可以混搭其他章節的觀念，牽涉面很廣，不可偏廢。

1. 小叢在天文網站上看到以下資訊：「利用北斗七星斗杓的天璇與天樞這兩顆星來尋找北極星。由天璇起始向天樞的方向延伸便可找到北極星，其中天樞與北極星的距離為天璇與天璇距離的 5 倍。」今小叢將所見的星空想像成一個坐標平面，其中天璇的坐標為 $(9, 8)$ ，天樞的坐標為 $(7, 11)$ 。依上述資訊可以推得北極星的坐標為何？

- ★ 2. 根據有經驗的鴨農表示，養殖肉鴨的週期較短，通常養殖 42 ~ 45 天即可出售，且一年可多次養殖。在一般農民家庭養殖約可養殖 2000 ~ 3000 隻。假設阿國想要在河岸邊利用圍籬圍出 3 間面積相等的矩形鴨舍（河岸邊不圍），如圖，若圍籬的長度為 48 公尺，則 1 間鴨舍的最大面積為何？



3. 世界衛生組織計算男性標準體重之方法為：

$$\text{標準體重 (kg)} = (\text{身高 (cm)} - 80) \times 0.7$$

並定義：標準體重 $\pm 10\%$ 為正常體重範圍；

標準體重 $\pm 20\%$ 以上則為肥胖或體重不足。

已知一男性身高為 180 cm，若其實際體重落在正常體重範圍內，即滿足不等式：

$|\text{實際體重} - \text{標準體重}| \leq \text{誤差值}$ ，試求該男性實際體重的範圍為何？


4. 假設 A 、 B 兩人同時從坐標平面上之 P 點出發，並以等速率直線前進。已知 A 的速率為 B 的 1.5 倍，且 10 分鐘後 A 所在的位置坐標為 $(1, 4)$ ； B 所在的位置坐標為 $(-4, -1)$ ，試依下列情況計算出發點 P 之坐標為何？
- (1) A 、 B 前進方向相反。
 - (2) A 、 B 前進方向相同。



高三人的態度

態度決定高度，專注決定勝負。活在當下，只要知道當下這麼做是對的，就全力以赴。



- () 1. 公益文教基金會調查技術型高中三年級學生每天手機使用時間介於 3.1 小時至 4.9 小時之間(含)。若 x (單位：小時) 為其中一位參與調查的技術型高中學生每天手機使用時間，且將上述使用時間範圍用 $|x - a| \leq b$ 來表示，則 $ab = ?$
 (A) 3.2 (B) 3.6 (C) 3.8 (D) 4.2。 【111(C)】
- () 2. 不等式 $5x - 4 < x^2 < x + 2$ 的解為何？
 (A) $-1 < x < 1$ (B) $-1 < x < 2$ (C) $-2 < x < 1$ (D) $0 < x < 4$ 。 【111(C)】
- () 3. 若 x 為實數，則 $x^2 - 2 + \frac{9}{x^2 + 2}$ 的最小值為何？
 (A) 2 (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{13}{2}$ (D) 6。 【110(C)】
- () 4. 若點 A 與點 B 在數線上的坐標分別是 -1 與 5 ，則線段 \overline{AB} (包含兩端點，如圖所示) 是下列哪一個不等式之解的圖形？

 (A) $|x - 1| \leq 4$ (B) $|x + 1| \leq 5$ (C) $x^2 - 4x - 5 \leq 0$ (D) $x^2 + 6x + 5 \leq 0$ 。 【109(B)】
- () 5. 若拋物線 $y = ax^2 + b$ 之開口向上且與 x 軸沒有交點，則下列敘述何者正確？
 (A) $a > 0, b > 0$ (B) $a > 0, b < 0$ (C) $a < 0, b > 0$ (D) $a < 0, b < 0$ 。
 【108(B)】
- ★ () 6. 設直線 $2x + y = 11$ 與拋物線 $y = x^2 - 4$ 在第二象限的交點為 A ，在第一象限的交點為 B ，若線段 \overline{AB} 上一點 P 滿足 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ ，則 P 點坐標為何？
 (A) $(\frac{1}{3}, \frac{31}{3})$ (B) $(-2, 26)$ (C) $(-1, 13)$ (D) $(\frac{-7}{3}, \frac{47}{3})$ 。 【106(C)】
- ★ () 7. 設 a, b 為實數，且不等式 $-x^2 + 6x + b > 0$ 與不等式 $|x + a| < 5$ 的解完全相同，則 $a + b =$
 (A) -13 (B) -7 (C) 7 (D) 13 。 【106(C)】
- () 8. 若一元二次不等式 $x^2 - 2x - 3 < 0$ 的解為 $a < x < b$ ，則 $a + b =$
 (A) -3 (B) -1 (C) 2 (D) 3 。 【106(B)】
- () 9. 已知 $ax^2 + 2x + c > 0$ 的解為 $-1 < x < 3$ ，則 $a + c$ 之值為何？
 (A) -4 (B) -2 (C) 2 (D) 4 。 【105(B)】



- () 10. 已知拋物線 $y = ax^2 + 4bx + 4a$ 與 x 軸有兩相異交點，且頂點在第一象限，則下列敘述何者正確？
(A) $a < 0, a^2 < b^2$ (B) $a < 0, a^2 > b^2$ (C) $a > 0, a^2 < b^2$ (D) $a > 0, a^2 > b^2$ 。
【105(B)】
- () 11. 已知 $a、b$ 為實數，若不等式 $x^2 + ax \leq b$ 之解為 $-5 \leq x \leq 3$ ，則 $a + b = ?$
(A) -17 (B) -13 (C) 13 (D) 17 。
【104(C)】
- () 12. 下列方程式所對應的圖形中，何者恆在 x 軸的上方？
(A) $y = 5x^2 - 3x + 1$ (B) $y = 3x^2 + 5x - 1$ (C) $y = x^2 - 5x + 3$ (D) $y = 3x^2 + x - 5$ 。
【104(C)】
- () 13. 若想要利用一條繩子圍出一個面積至少為 25 平方公尺的矩形花園，則所需要的繩子總長度至少須為多少公尺？
(A) 12 (B) 16 (C) 20 (D) 24。
【104(B)】
- () 14. 下列何者與不等式 $x^2 - 6x - 16 < 0$ 有完全相同的解？
(A) $(x - 2)(x + 8) < 0$ (B) $-3 < x - 5 < 3$ (C) $(x - 3)^2 < 25$
(D) $-x^2 + 6x + 16 < 0$ 。
【104(B)】
- () 15. 設 $A(0, 0)、B(2, 2)$ 為平面上二點，若點 $P(m, n)$ 在線段 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 3 : 1$ ，則 $m + n$ 之值為何？
(A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 3.5。
【統測】
- () 16. 已知循環小數 $0.\overline{9} = 0.9999\dots$ ，令 $a = 0.\overline{9} \times 0.9$ ，則下列何者正確？
(A) $a < 0.8\overline{9}$ (B) $a = 0.8\overline{9}$ (C) $a < 0.9$ (D) $a > 0.9$ 。
【統測】
- ★() 17. 設 $x、y、z$ 皆為正實數，且 $xy + yz + zx = 27$ ，則 xyz 之最大值為何？
(A) $12\sqrt[3]{2}$ (B) 18 (C) 27 (D) $27\sqrt[3]{2}$ 。
【統測】