2-5 正弦定理與餘弦定理

重點一 正弦定理

1. $\triangle ABC$ 之面積 $=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}bc\sin A$。

2. 正弦定理：

$\triangle ABC$ 中，$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$，其中 R 為 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑。

推論：$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$。

1 老師講解 利用正弦定理求外接圓半徑 學生練習

等腰 $\triangle ABC$ 中，$a=8$，$\angle B=\angle C=75^\circ$，試求 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑 R 之值。

想法 正弦定理：$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$。

[答：8]

解 $\angle A=180^\circ-\angle B-\angle C$
$=180^\circ-75^\circ-75^\circ$
$=30^\circ$

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=2R$

$\Rightarrow \frac{8}{\sin 30^\circ}=\frac{8}{\frac{1}{2}}=2R$

$\Rightarrow R=8$

$\triangle ABC$ 中，$c=12$，$\sin C=\frac{3}{5}$，試求 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑 R 之值。

[答：10]

解 由正弦定理 $\frac{c}{\sin C}=2R$

$\Rightarrow \frac{12}{\sin C}=\frac{12}{\frac{3}{5}}=2R$

$\Rightarrow R=10$

2 老師講解　利用正弦定理求三內角之正弦比　學生練習

設 $\triangle ABC$ 之三邊長為 a、b、c，若 $(b+c):(c+a):(a+b)=5:6:7$，試求 $\sin A:\sin B:\sin C$。

想法　正弦定理之推論：
$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$。

[答：4：3：2]

解　令 $b+c=5k\cdots\cdots①$

$c+a=6k\cdots\cdots②$

$a+b=7k\cdots\cdots③$

$\dfrac{①+②+③}{2}\ \Rightarrow\ a+b+c=9k$

分別代回 ①②③ 得 $a=4k$，$b=3k$，$c=2k$

$\Rightarrow\ a:b:c=4:3:2$

$\therefore\ \sin A:\sin B:\sin C=4:3:2$

$\triangle ABC$ 中，若 $(a+b):(b+c):(c+a)=11:9:12$，試求 $\sin A:\sin B:\sin C$。

[答：7：4：5]

解　令 $a+b=11k\cdots\cdots①$

$b+c=9k\cdots\cdots②$

$c+a=12k\cdots\cdots③$

$\dfrac{①+②+③}{2}\ \Rightarrow\ a+b+c=16k$

分別代回 ①②③ 得 $c=5k$，$b=4k$，$a=7k$

$\Rightarrow\ a:b:c=7:4:5$

$\therefore\ \sin A:\sin B:\sin C=7:4:5$

3 老師講解　利用正弦定理求三內角之正弦比　學生練習

$\triangle ABC$ 中，若 $2a+b-5c=0$，$6a-4b-c=0$，試求 $\sin A:\sin B:\sin C$。

想法　正弦定理之推論：
$\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$。

[答：3：4：2]

解　$\begin{cases}2a+b-5c=0\ \cdots\cdots①\\6a-4b-c=0\ \cdots\cdots②\end{cases}$

$①\times4+②\ \Rightarrow\ a=\dfrac{3}{2}c$

代回 ① 得 $b=2c$

故 $\sin A:\sin B:\sin C$

$=a:b:c$

$=\dfrac{3}{2}c:2c:c$

$=3:4:2$

$\triangle ABC$ 中，

若 $(a-2b+2c)^2+(a+2b-3c)^2=0$，

試求 $\sin A:\sin B:\sin C$。

[答：2：5：4]

解　$\begin{cases}a-2b+2c=0\ \cdots\cdots①\\a+2b-3c=0\ \cdots\cdots②\end{cases}$

$②-①\ \Rightarrow\ b=\dfrac{5}{4}c$

代回 ① 得 $a=\dfrac{1}{2}c$

故 $\sin A:\sin B:\sin C$

$=a:b:c$

$=\dfrac{1}{2}c:\dfrac{5}{4}c:c$

$=2:5:4$

重點二　餘弦定理

1. $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ 或 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$。

2. $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ 或 $\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$。

3. $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ 或 $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$。

觀念補充 //

$\triangle ABC$ 中，若 c 為最大邊：

❶ $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}>0$，得 $c^2<a^2+b^2$　$\Leftrightarrow$　銳角三角形。

❷ $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=0$，得 $c^2=a^2+b^2$　$\Leftrightarrow$　直角三角形（即畢氏定理）。

❸ $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}<0$，得 $c^2>a^2+b^2$　$\Leftrightarrow$　鈍角三角形。

4　老師講解　已知三邊比求角度　學生練習

老師講解

$\triangle ABC$ 中，$a:b:c=3:2:\sqrt{7}$，試求 $\angle C$。

想法　餘弦定理：$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$。

[答：60°]

解　令 $a=3t$，$b=2t$，$c=\sqrt{7}t$

由餘弦定理

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{(3t)^2+(2t)^2-(\sqrt{7}t)^2}{2\times 3t\times 2t}=\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow\ \angle C=60^\circ$

學生練習

$\triangle ABC$ 中，$a:b:c=2:3:4$，試求 $\cos A$。

[答：$\dfrac{7}{8}$]

解　令 $a=2t$，$b=3t$，$c=4t$

由餘弦定理

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{(3t)^2+(4t)^2-(2t)^2}{2\times 3t\times 4t}=\frac{7}{8}$$

5 老師講解　利用餘弦定理求第三邊　學生練習

在 $\triangle ABC$ 中，若 $b=5$，$c=3$，$\angle A=60^\circ$，試求 a。

想法　餘弦定理：$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$。

[答：$\sqrt{19}$]

解　由餘弦定理

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$
$$\Rightarrow\ \frac{1}{2}=\frac{25+9-a^2}{30}$$
$$\Rightarrow\ a=\sqrt{19}$$

在 $\triangle ABC$ 中，若 $a=3$，$b=5$，$\angle C=120^\circ$，試求 c。

[答：7]

解　由餘弦定理

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$
$$\Rightarrow\ -\frac{1}{2}=\frac{9+25-c^2}{30}$$
$$\Rightarrow\ c=7$$

★表難題

★ 6 老師講解　由三邊長關係式求角度　學生練習

$\triangle ABC$ 中，若 $b^2-(c-a)^2=ac$，試求 $\angle B$。

想法　餘弦定理：$\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$。

[答：60°]

解　原式 $\Rightarrow\ b^2-\left(c^2-2ac+a^2\right)=ac$

$\Rightarrow\ a^2+c^2-b^2=ac$

代入 $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{ac}{2ac}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ \angle B=60^\circ$

$\triangle ABC$ 中，若 $(a+b+c)(b+c-a)=3bc$，試求 $\angle A$。

[答：60°]

解　原式 $\Rightarrow\ [(b+c)+a][(b+c)-a]=3bc$

$\Rightarrow\ (b+c)^2-a^2=3bc$

$\Rightarrow\ b^2+c^2-a^2=bc$

代入 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{bc}{2bc}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ \angle A=60^\circ$

重點三 解三角形

三角形的三內角與三邊長合稱三角形的六要素，若已知其中三要素，欲求其餘三要素，稱為解三角形。

觀念補充 //

❶若題目給「角」條件多於「邊」，例如：AAS 型或 ASA 型 $\Rightarrow$ 利用正弦定理。

❷若題目給「邊」條件多於「角」，例如：SAS 型或 SSS 型 $\Rightarrow$ 利用餘弦定理。

❸若題目給一組對角對邊，例如：SSA 型 $\Rightarrow$ 利用正弦定理。
但因平面幾何並無 SSA 全等性質，因此無法確定唯一三角形，故其結果可能有兩解、一解或無解。

7 老師講解 已知一組對角對邊解三角形 學生練習

老師講解

$\triangle ABC$ 中，$a=15$，$b=5\sqrt{6}$，$\angle A=60^\circ$，試求 $\angle B$ 與 $\angle C$。

想法 給一組對角對邊 $\angle A$ 及 a，利用正弦定理。

[答：$\angle B=45^\circ$，$\angle C=75^\circ$]

解 給一組對角對邊角 A 及 a

由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$

$\Rightarrow \dfrac{15}{\sin 60^\circ}=\dfrac{5\sqrt{6}}{\sin B}$

$\Rightarrow \sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \angle B=45^\circ$ 或 135°（不合）

$\angle C=180^\circ-60^\circ-45^\circ=75^\circ$

學生練習

$\triangle ABC$ 中，若 $a=3\sqrt{3}$，$\angle A=30^\circ$，$b=6\sqrt{3}$，試求 $\angle C$ 及 c。

[答：$\angle C=60^\circ$，$c=9$]

解 給一組對角對邊角 A 及 a

由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$

$\Rightarrow \dfrac{3\sqrt{3}}{\sin 30^\circ}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sin B}$

$\Rightarrow \sin B=1$

$\therefore \angle B=90^\circ$

$\angle C=180^\circ-30^\circ-90^\circ=60^\circ$

$\dfrac{c}{\sin 60^\circ}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sin 90^\circ} \Rightarrow c=9$

8 老師講解 已知三邊長解三角形 學生練習

在 $\triangle ABC$ 中，$a=\sqrt{2}$，$b=2$，$c=\sqrt{3}-1$，試求 $\angle B$ 及 $\angle A$。

想法 給三邊長（SSS），利用餘弦定理。

[答：$\angle B=135^\circ$，$\angle A=30^\circ$]

解 由餘弦定理

$$\cos B=\frac{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}-1)^2-2^2}{2\times\sqrt{2}\times(\sqrt{3}-1)}=\frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$\Rightarrow\ \angle B=135^\circ$

再利用正弦定理 $\dfrac{\sqrt{2}}{\sin A}=\dfrac{2}{\sin 135^\circ}$

$\Rightarrow\ \sin A=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow\ \angle A=30^\circ$

$\triangle ABC$ 中，$\overline{BC}=4$，$\overline{AC}=6$，$\overline{AB}=2\sqrt{7}$，試求 $\angle C$ 與 $\sin A$。

[答：$\angle C=60^\circ$，$\sin A=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$]

解 由餘弦定理

$$\cos C=\frac{4^2+6^2-(2\sqrt{7})^2}{2\times4\times6}=\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow\ \angle C=60^\circ$

再利用正弦定理 $\dfrac{4}{\sin A}=\dfrac{2\sqrt{7}}{\sin 60^\circ}$

$\Rightarrow\ \sin A=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$

重點四 三角形面積之求法

Δ 表 $\triangle ABC$ 之面積

1. 給兩邊夾一角：

$$\Delta=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$$ 。

2. 給三邊長：

海龍公式，令 $s=\dfrac{1}{2}(a+b+c)$，則 $\Delta=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ 。

9 老師講解　兩邊夾一角求三角形面積　學生練習

$\triangle ABC$ 中，$\overline{AC}=2$，$\overline{BC}=2\sqrt{3}$，$\angle A=120^\circ$，試求 $\angle C$ 與 $\triangle ABC$ 之面積。

想法 $\triangle ABC$ 面積 $=\frac{1}{2}ab\sin C$。

[答：$\angle C=30^\circ$，面積為 $\sqrt{3}$ 平方單位]

解 由正弦定理 $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin 120^\circ}=\dfrac{2}{\sin B}$

$\Rightarrow\ \sin B=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ \angle B=30^\circ$ 或 150°（不合）

$\angle C=180^\circ-120^\circ-30^\circ=30^\circ$

$\Delta=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}\sin 30^\circ$

$=\sqrt{3}$（平方單位）

在 $\triangle ABC$ 中，已知 $c=5$，$b=8$，$\angle A=60^\circ$，試求 a 與 $\triangle ABC$ 之面積。

[答：$a=7$，面積為 $10\sqrt{3}$ 平方單位]

解 由餘弦定理

$\cos 60^\circ=\dfrac{25+64-a^2}{2\times 5\times 8}$

$\Rightarrow\ a=7$

$\Delta=\dfrac{1}{2}\times 5\times 8\sin 60^\circ$

$=20\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=10\sqrt{3}$（平方單位）

10 老師講解　海龍公式求三角形面積　學生練習

$\triangle ABC$ 之三邊長分別為 4、7、9，試求 $\triangle ABC$ 之面積。

想法 海龍公式 $\Delta=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$。

[答：$6\sqrt{5}$ 平方單位]

解 $s=\dfrac{4+7+9}{2}=10$，利用海龍公式

$\Delta=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$=\sqrt{10(10-4)(10-7)(10-9)}$

$=6\sqrt{5}$（平方單位）

$\triangle ABC$ 中，$a=5$，$b=6$，$c=7$，試求 $\triangle ABC$ 之面積。

[答：$6\sqrt{6}$ 平方單位]

解 $s=\dfrac{5+6+7}{2}=9$，利用海龍公式

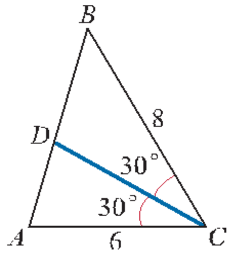
$\Delta=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$=\sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)}$

$=6\sqrt{6}$（平方單位）

11 老師講解　已知兩邊夾一角求內角平分線長　學生練習

如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AC}=6$，$\overline{BC}=8$，且 $\angle C=60^\circ$，若 $\angle C$ 的角平分線交 $\overline{AB}$ 於 D，試求 $\overline{CD}$。



想法　$\Delta=\frac{1}{2}ab\sin C$。

[答：$\frac{24\sqrt{3}}{7}$]

解　令 $\overline{CD}=x$

$\angle ACD=\angle BCD=30^\circ$

$\triangle ABC$ 面積 $=\triangle ACD$ 面積 $+\triangle BCD$ 面積

$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 6\times 8\times\sin 60^\circ$

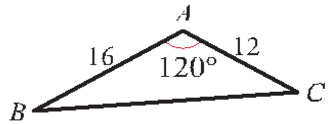
$=\frac{1}{2}\times 6\times x\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times x\times 8\times\sin 30^\circ$

$\Rightarrow 48\sqrt{3}=6x+8x$

$\Rightarrow x=\frac{24}{7}\sqrt{3}$

故 $\overline{CD}=\frac{24\sqrt{3}}{7}$

如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=16$，$\overline{AC}=12$，且 $\angle BAC=120^\circ$，若 $\angle A$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 邊於 D，試求 $\overline{AD}$。



[答：$\frac{48}{7}$]

解　令 $\overline{AD}=x$

$\angle BAD=\angle CAD=60^\circ$

$\triangle ABC$ 面積 $=\triangle ABD$ 面積 $+\triangle ACD$ 面積

$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 16\times 12\times\sin 120^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 16\times x\times\sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times x\times 12\times\sin 60^\circ$

$\Rightarrow 192=16x+12x$

$\Rightarrow x=\frac{48}{7}$

故 $\overline{AD}=\frac{48}{7}$

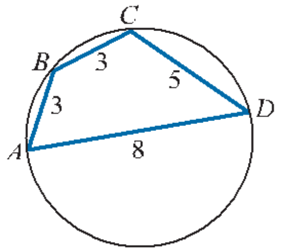
進階例題

12 老師講解 **求圓內接四邊形之對角線長** 學生練習

如圖，圓內接四邊形 $ABCD$ 中，

$\overline{AB}=\overline{BC}=3$，$\overline{CD}=5$，$\overline{DA}=8$，試求：

(1) $\cos A$ (2) $\overline{BD}$

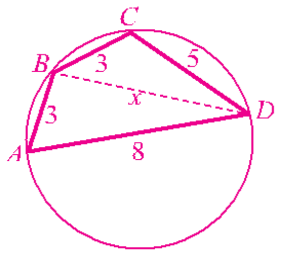


[答：(1) $\dfrac{1}{2}$ (2) 7]

解 (1) 因圓內接四邊形之對角互補

得 $\angle C=180^\circ-\angle A$

如圖，設 $\overline{BD}=x$，觀察 $\triangle ABD$ 與 $\triangle BCD$



利用餘弦定理

$$x^2=3^2+8^2-2\times3\times8\cos A$$
$$=3^2+5^2-2\times3\times5\cos(180^\circ-\angle A)$$

$\Rightarrow$ $78\cos A=39$

$\Rightarrow$ $\cos A=\dfrac{1}{2}$

(2) 觀察 $\triangle ABD$，利用餘弦定理

$$x^2=3^2+8^2-2\times3\times8\times\frac{1}{2}=49$$

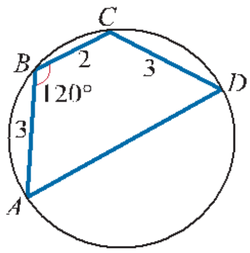
$\Rightarrow$ $x=7$

故 $\overline{BD}=7$

圓內接四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=3$，

$\overline{BC}=2$，$\overline{CD}=3$，$\angle ABC=120^\circ$，

試求 $\overline{AD}$。

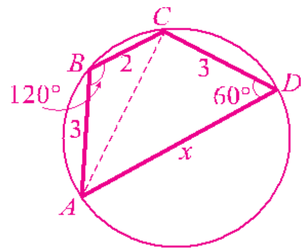


[答：5]

解 因圓內接四邊形之對角互補

得 $\angle CDA=180^\circ-\angle ABC=60^\circ$

如圖，設 $\overline{AD}=x$，觀察 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ACD$



利用餘弦定理

$$\overline{AC}^2=2^2+3^2-2\times2\times3\times\cos120^\circ$$
$$=3^2+x^2-2\times3\times x\times\cos60^\circ$$

$\Rightarrow$ $x^2-3x-10=0$

$\Rightarrow$ $(x-5)(x+2)=0$

$\Rightarrow$ $x=5$ 或 -2（不合）

故 $\overline{AD}=5$

13 老師講解 **已知三邊長求外接圓與內切圓半徑** 學生練習

已知甲、乙、丙三家機車行兩兩相距 35、40 與 45 公尺，今欲設置一電動機車電池充電站，且充電站到三家距離相等，試問此距離為何？（輔助公式：$\Delta=\dfrac{abc}{4R}=rs$，其中 R 與 r 分別為三角形的外接圓與內切圓半徑）

[答：$\dfrac{21\sqrt{5}}{2}$ 公尺]

解 設充電站位置是以甲、乙、丙為頂點的三角形之外接圓圓心

此距離正是外接圓半徑，設為 R

由 $s=\dfrac{35+40+45}{2}=60$，代海龍公式

$$\begin{aligned}\Delta&=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}\\&=\sqrt{60\times(60-35)\times(60-40)\times(60-45)}\\&=\sqrt{60\times25\times20\times15}\\&=300\sqrt{5}\end{aligned}$$

故 $300\sqrt{5}=\dfrac{abc}{4R}=\dfrac{35\times40\times45}{4R}$

$\Rightarrow\quad R=\dfrac{21\sqrt{5}}{2}$（公尺）

$\triangle ABC$ 之三邊長分別為 7、8、13，試求外接圓半徑與內切圓半徑之乘積。

[答：13]

解 由 $s=\dfrac{7+8+13}{2}=14$

因 $\Delta=\dfrac{abc}{4R}=rs$

則 $R\times r=\dfrac{abc}{4s}=\dfrac{7\times8\times13}{4\times14}=13$

C

2

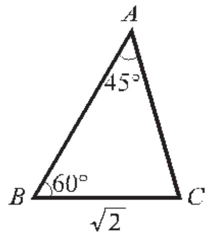
2-5 段落測驗

★表難題

1. $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 75^\circ$，$\angle C = 60^\circ$ 且 $a = 8$，則 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑為 $\underline{4\sqrt{2}}$ 。

2. $\triangle ABC$ 中，$a - 2b + c = 0$ 且 $3a + b - 2c = 0$，則 $\sin A : \sin B : \sin C =$ $\underline{3 : 5 : 7}$ 。

3. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 45^\circ$，$\angle B = 60^\circ$，$\overline{BC} = \sqrt{2}$，則 $\overline{AB} =$ $\underline{\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}}$ 。（$\sin 75^\circ = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$）



4. $\triangle ABC$ 中，$b = 4$，$c = \sqrt{2}$，$\angle A = 45^\circ$，則 $a =$ $\underline{\sqrt{10}}$ 。

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 30^\circ$，$a = 5\sqrt{3}$，$b = 10$，則 $\angle B =$ $\underline{90^\circ}$ 。

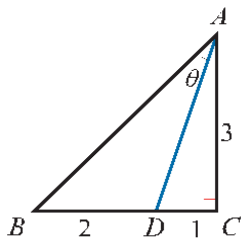
6. 設 $\triangle ABC$ 中，$c = 2$，$b = 1 + \sqrt{3}$，$\angle A = 30^\circ$，則 $\overline{BC} =$ $\underline{\sqrt{2}}$ 。

7. 已知 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AC} = 6$，$\overline{BC} = 2\sqrt{3}$，$\angle A = 30^\circ$，$\angle B > 90^\circ$，則 $\triangle ABC$ 之面積為 $\underline{3\sqrt{3}}$ 平方單位。 【統測】

8. $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{BC} = \sqrt{13}$，$\overline{AC} = 3$，$\angle A = 60^\circ$，則 $\cos C$ 之值為 $\underline{\dfrac{1}{\sqrt{13}}}$ 。 【統測】

9. 三角形 $\triangle_1$ 的三邊長為 8、7、5，面積為 x；三角形 $\triangle_2$ 的三邊長為 8、6、6，面積為 y；三角形 $\triangle_3$ 的三邊長為 9、7、4，面積為 z，下列何者正確？ $\underline{\text{C}}$
(A) $y < z$ (B) $x < z$ (C) $x < y$ (D) $x + y + z = \sqrt{800}$。 【統測】

★10. 已知 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90^\circ$，D 在 $\overline{BC}$ 線段上，且線段長 $\overline{BD} = 2$，$\overline{DC} = 1$，$\overline{AC} = 3$，如圖所示。令 $\angle BAD = \theta$，求 $\cos\theta =$ $\underline{\dfrac{2}{\sqrt{5}}}$ 。 【統測】



11. 設 $\triangle ABC$ 三邊之對應高分別為 $h_a = 6$，$h_b = 4$，$h_c = 3$，則最小角之餘弦值為 $\underline{\dfrac{7}{8}}$ 。

2-5 高手過招

1. 梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$，已知 $\overline{AD} = 4$，$\overline{BC} = 10$，$\overline{AB} = 5$，$\overline{CD} = 7$，則梯形 $ABCD$ 面積為 $\underline{14\sqrt{6}}$ 平方單位。