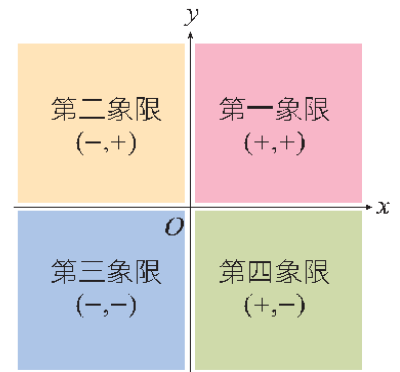


1-2 直角坐標系

重點一 坐標平面

1. 建立直角坐標系：

在平面上取兩條互相垂直的數線，讓兩線交於原點，其中水平數線為 x 軸，鉛直數線為 y 軸， x 軸方向（右正左負）及 y 軸方向（上正下負），如右圖， x 軸、 y 軸將坐標平面切成四個象限。



2. 坐標符號：

- (1) $P(x, y)$ 在第一象限 $\Leftrightarrow x > 0, y > 0$ ，即 $(+, +)$ 。
 (2) $P(x, y)$ 在第二象限 $\Leftrightarrow x < 0, y > 0$ ，即 $(-, +)$ 。
 (3) $P(x, y)$ 在第三象限 $\Leftrightarrow x < 0, y < 0$ ，即 $(-, -)$ 。
 (4) $P(x, y)$ 在第四象限 $\Leftrightarrow x > 0, y < 0$ ，即 $(+, -)$ 。

3. 兩點的距離公式：

平面上兩點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，其距離 $\overline{AB} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ 。



觀念補充 //

點 $P(a, b)$ 到 x 軸之距離為 $|b|$ ，到 y 軸之距離為 $|a|$ ，到原點之距離為 $\sqrt{a^2 + b^2}$ 。

4. 中點公式：

平面上兩點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，其中點坐標為 $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ 。

5. 給三點求平行四邊形第四個頂點坐標：

已知三點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ ，若四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，

利用 \overline{AC} 中點 = \overline{BD} 中點，則第四個頂點坐標 $D(x_4, y_4)$ 滿足：

$$x_4 = x_1 + x_3 - x_2, \quad y_4 = y_1 + y_3 - y_2。$$



已知 $A\left(\frac{a}{b}, a^3\right)$ 落在第三象限，試求

$B(ab^2, b-a)$ 落在哪個象限？

想法

(x, y) 在第三象限 $\Leftrightarrow x < 0, y < 0$ ，
即 $(-, -)$ 。

已知 $A(ab, a)$ 落在第三象限，試求

$B\left(a^2b, \frac{b^3}{a}\right)$ 落在哪個象限？

已知三角形三頂點坐標分別為 $A(1, 2)$ 、
 $B(5, 4)$ 、 $C(3, -2)$ ，試求 $\triangle ABC$ 之周長。

想法

已知 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 兩點，
其距離 $\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 。

坐標平面上三點， $P(1, 3)$ 、 $Q(4, 7)$ 、
 $R(10, 15)$ ，試求 $\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{PR}$ 之值。

3

老師講解

中點應用

學生練習

$\triangle ABC$ 之三邊 \overline{BC} 、 \overline{AC} 、 \overline{AB} ，其中點坐標分別為 $(1, 5)$ 、 $(-2, 1)$ 、 $(4, 3)$ ，試求位於第二象限之頂點坐標。

設平行四邊形 $ABCD$ 之第四個頂點坐標

想法 $D(x_4, y_4) \Rightarrow$ 滿足 $\begin{cases} x_4 = x_1 + x_3 - x_2 \\ y_4 = y_1 + y_3 - y_2 \end{cases}$ 。

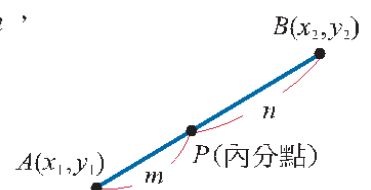
已知平行四邊形 $ABCD$ 之三頂點為 $A(5, -4)$ 、 $B(-3, 2)$ 、 $C(4, 1)$ ，試求 D 點坐標。

重點二 分點公式

1. 內分點公式：

已知兩點 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，若 P 在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP} : \overline{PB} = m : n$ ，

如圖所示，則 P 點坐標為 $\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$ 。



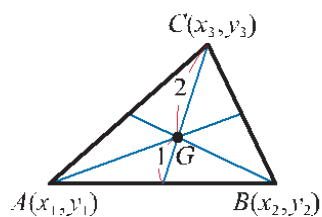
C

1

2. 三角形重心：

如圖所示， $\triangle ABC$ 之三頂點為 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ ，則

$\triangle ABC$ 重心 G 的坐標為 $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$ 。



觀念補充 //

- ① 三角形重心為三中線交點，且重心到頂點的距離為中線長的 $\frac{2}{3}$ 。
- ② 三角形重心 G 與三頂點的連線會將 $\triangle ABC$ 面積3等分
 $\Rightarrow \triangle ABG = \triangle ACG = \triangle BCG = \frac{1}{3}\triangle ABC$ 。

4

老師講解

內分點坐標

學生練習

已知 $A(1, -12)$ 、 $B(-7, 4)$ ，且
 $\overline{AP} : \overline{PB} = 3 : 1$ ，試求下列情形之 P 點坐標：

- (1) P 在 \overline{AB} 上。
- (2) P 不在 \overline{AB} 上。(A、B、P三點共線)

內分點公式：

P 在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP} : \overline{PB} = m : n$ ，

想法

則 P 坐標 $\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$ 。

平面上兩定點 $A(-1, 7)$ 、 $B(10, -5)$ ，
且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 2$ ，試求下列情形之 P 點
坐標：

- (1) P 在 \overline{AB} 上。
- (2) P 不在 \overline{AB} 上。(A、B、P三點共線)

5

老師講解

三角形的重心坐標

學生練習

$\triangle ABC$ 中， $A(1, -1)$ 、 $B(m, 2)$ 、 $C(-1, n)$ ，若 $\triangle ABC$ 之重心 $G(2, -1)$ ，則 $m - n$ 之值為何？

三角形重心 G 的坐標為

想法 $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$ 。

已知三角形三頂點的坐標分別為 $A(3, -5)$ 、 $B(-1, 8)$ 、 $C(7, 6)$ ，則此三角形重心 G 的坐標為何？

進階例題

6

老師講解

內分點之應用

學生練習

已知 $\triangle ABC$ 之三頂點為 $A(1, -14)$ 、 $B(8, 10)$ 、 $C(5, -11)$ ，若 $\angle A$ 之內角平分線交 \overline{BC} 於 D ，試求 D 坐標。

已知 $\triangle ABC$ 之三頂點為 $A(3, -7)$ 、 $B(-5, -1)$ 、 $C(6, -3)$ ，若 $\angle A$ 之內角平分線交 \overline{BC} 於 D ，試求 D 坐標。

C

1

1-2 段落測驗

★ 必難題

1. 點 $A(a+b, a)$ 在第二象限，則點 $P(ab, 2a-3b)$ 在第_____象限。
2. 已知坐標平面上平行四邊形 $ABCD$ 中，點 A 、 B 、 C 的坐標分別為 $(5, 2)$ 、 $(1, 3)$ 、 $(-4, 3)$ ，則 D 點坐標為_____。
3. 在坐標平面上，點 A 、 B 之坐標分別為 $(1, -2)$ 、 $(6, 13)$ ，若 C 點在 \overline{AB} 上且 $\overline{BC} = 4\overline{AC}$ ，則 C 點的坐標為_____。
4. 設 $A(4, 1)$ 、 $B(11, 8)$ ，點 P 在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 5 : 2$ ，則 P 點坐標為_____。
5. 已知平行四邊形 $ABCD$ 之三頂點： $A(3, 5)$ 、 $B(4, 7)$ 、 $C(-4, 0)$ ，則 $\triangle ACD$ 之重心坐標為_____。
6. 平面上 $A(-2, 1)$ 、 $B(b_1, b_2)$ 、 $C(c_1, c_2)$ 、 $D(4, 3)$ 在同一直線上，依序為 $A-B-C-D$ ，且 B 、 C 兩點將 \overline{AD} 三等分，則 $C(c_1, c_2)$ 為_____。【統測】
7. 在 xy 平面上， P 和 Q 為拋物線 $y = x^2$ 上的兩點，若 P 和 Q 的 x 坐標分別是 -1 和 2 ，則 P 和 Q 的距離為_____。【統測】
8. 設 $A(5, 8)$ 、 $B(7, 0)$ 、 $C(-3, -2)$ 是三角形 ABC 的三頂點，若 D 、 E 、 F 分別是 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CA} 的中點，則三角形 DEF 的重心坐標為_____。【統測】
9. 已知 $A(a, 0)$ 與 $B(3, b)$ 兩點，若線段 \overline{AB} 的中點為 $M(-1, 2)$ ，則點 A 到 y 軸的距離與點 B 到 x 軸的距離之和為_____。【統測】
10. 已知 $A(1.38, 0.4162)$ 與 $B(1.39, 0.4177)$ 兩點，若點 P 落在線段 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 3$ ，則 P 點之 y 坐標為_____。【統測】

1-2 高手過招

1. 已知 $\triangle ABC$ 之三頂點為 $A(1, 2)$ 、 $B(-3, 1)$ 、 $C(2, 6)$ ， D 在 \overline{BC} 上，若 $\triangle ABD$ 面積是 $\triangle ABC$ 面積的 $\frac{2}{5}$ 倍，則 D 坐標為_____。
2. 已知 $\triangle ABC$ 之三頂點為 $A(2, -8)$ 、 $B(-6, -2)$ 、 $C(6, -5)$ ，若 $\angle A$ 之外角平分線交 \overline{BC} 延長線於 E ，則 E 坐標為_____。