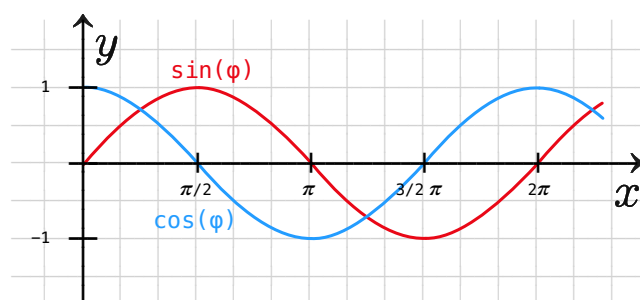


# 近五年統測數學C試題



## 數學(C)參考公式

1. 已知  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  為坐標平面上兩點，點  $P$  是  $\overline{AB}$  上一點。若  $\overline{AP} : \overline{BP} = m : n$ ，則  $P\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n}\right)$
2.  $\triangle ABC$  的面積  $= \frac{1}{2}ab\sin C$
3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ， $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓的半徑
4.  $\triangle ABC$  的餘弦定理： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$
5. 拋物線方程式  $(y-k)^2 = 4c(x-h)$ ，其中頂點為  $(h, k)$ ，焦點為  $(h+c, k)$ ，準線為  $x=h-c$ ，正焦弦長為  $4|c|$
6. 若  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  為空間中兩非零向量，則  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  上的正射影為  $\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2}\right)\vec{b}$

1. 已知  $i = \sqrt{-1}$ 。若將  $(1+2i)(2-i)$  化成  $a+bi$  之形式，其中  $a$ 、 $b$  為實數，則  $a+b = ?$

(A) -2  
(B) 0  
(C) 4  
(D) 7

2. 已知  $\triangle ABC$  中， $\angle A$  為直角，試問下列敘述何者正確？

(A)  $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$   
(B)  $|\vec{AB}| + |\vec{AC}| = |\vec{BC}|$   
(C)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$   
(D)  $|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| = 0$

3. 下列何者可為函數  $f(x) = x^3 + 2x - 5$  的反導函數？

(A)  $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 5x$   
(B)  $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 5$   
(C)  $\frac{x^4}{4} + x^2 - 5x - 3$   
(D)  $\frac{x^4}{4} + x^2 - 5$

4. 試求  $\tan 2025^\circ + \sec 2025^\circ = ?$

- (A)  $-1 - \sqrt{2}$
- (B)  $1 - \sqrt{2}$
- (C)  $-1 + \sqrt{2}$
- (D)  $1 + \sqrt{2}$

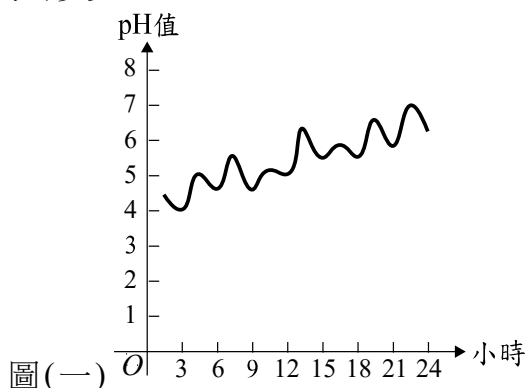
5. 若  $3 + 2\sqrt{2} = \frac{a}{\sqrt{2}-1} + b(\sqrt{2}-1)$ ，其中  $a, b$  為有理數，則  $a^2 - b^2 = ?$

- (A) 6
- (B) 5
- (C)  $\frac{49}{4}$
- (D)  $\frac{23}{4}$

6. 溶液酸鹼度的公式為  $\text{pH} = -\log[H^+]$ ，其中  $[H^+]$  為溶液中的氫離子濃度(單位：莫耳/升)。

圖(一)為雨季中某日 24 小時內酸雨檢測站雨水 pH 值與時間之圖形。若當日檢測到氫離子濃度最小值為  $a$ ，則當日氫離子濃度最大值約為多少？

- (A)  $1.5a$
- (B)  $3a$
- (C)  $100a$
- (D)  $1000a$



7. 若數列  $-2, a, b, 7$  成等差數列，且數列  $a, b, p, q$  成等比數列，則  $p+q = ?$

- (A) 60
- (B) 70
- (C) 80
- (D) 90

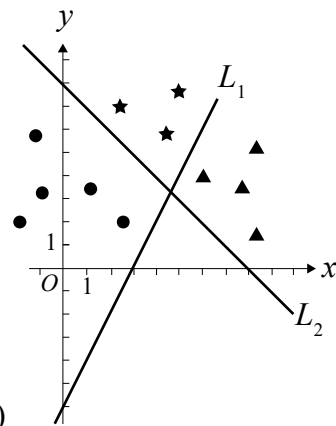
8. 試問點  $(\sin 155^\circ - \sin 55^\circ, \cos 222^\circ - \cos 122^\circ)$  在第幾象限？

- (A) 一
- (B) 二
- (C) 三
- (D) 四

9. 已知  $k$  為實數，且一元二次方程式  $x^2 + kx = k - 3$  有兩個共軛虛根。若  $k$  之解的範圍為區間  $(a, b)$ ，則  $b - a = ?$
- (A) 4  
(B) 6  
(C) 8  
(D) 10

10. 已知在坐標平面上有多筆物件資料，今將其分成三類，分別以  $\blacktriangle$ 、 $\bullet$ 、 $\star$  表示。若利用兩條直線  $L_1: 2x - y = 6$  與  $L_2: x + y = 8$  切割分辨出三類物件資料所屬不同區域，如圖(二)所示，則下列哪一組不等式包含  $\star$  類所在的區域？

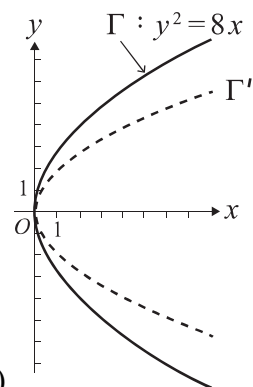
- (A)  $\begin{cases} 2x - y \geq 6 \\ x + y \leq 8 \end{cases}$   
(B)  $\begin{cases} 2x - y \leq 6 \\ x + y \geq 8 \end{cases}$   
(C)  $\begin{cases} 2x - y \geq 6 \\ x + y \geq 8 \end{cases}$   
(D)  $\begin{cases} 2x - y \leq 6 \\ x + y \leq 8 \end{cases}$



圖(二)

11. 茗茗幫家裡設計一款拋物線造型的裝飾品，在設計圖的坐標平面上，畫出此拋物線為  $\Gamma: y^2 = 8x$ ，如圖(三)中的實線。但大家討論後認為  $\Gamma$  開口太大，建議保持  $\Gamma$  的頂點不變且仍維持拋物線造型，並調整開口如圖(三)中的虛線  $\Gamma'$ 。若  $\Gamma'$  的正焦弦長為 4 單位長，則下列有關  $\Gamma'$  的敘述何者正確？

- (A) 焦點坐標為  $(1, 0)$   
(B) 方程式為  $y^2 = 6x$   
(C) 焦距為 2  
(D) 準線為  $x = -2$



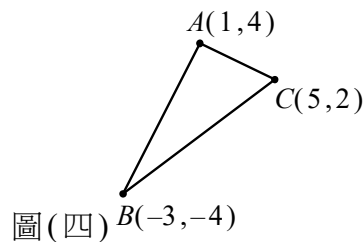
圖(三)

12. 試問函數  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$  在下列哪個區間內為遞增？
- (A)  $(-2, 1)$   
(B)  $(-1, 2)$   
(C)  $(-\infty, 1)$   
(D)  $(2, \infty)$

13. 若  $x=a, y=b$  為聯立方程組  $\begin{cases} 3x+4y=114 \\ 4x+5y=2025 \end{cases}$  的解，則  $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = ?$
- (A)  $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$
- (B)  $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$
- (C)  $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$
- (D)  $\begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$
14. 從 1 到 9 中取出兩個相異的奇數及兩個相異的偶數排成一個四位數。若要求兩個奇數不相鄰且兩個偶數也不相鄰，則滿足此條件的四位數共有幾個？
- (A) 120
- (B) 480
- (C) 720
- (D) 800
15. 已知  $A$  為  $3 \times n$  階矩陣、 $B$  為  $k \times 4$  階矩陣，試問下列敘述何者正確？
- (A) 若  $AB$  有意義，則  $n=k$
- (B) 若  $A+B$  有意義，則  $n=k$
- (C) 若  $AB$  有意義，則  $n=3$  且  $k=4$
- (D) 若  $A+B$  有意義，則  $n=3$  且  $k=4$
16. 在某金屬容器中放置質量 1 公克的放射性物質 A。經過  $x$  年後，該容器中的物質 A 質量剩下  $f(x)$  公克。已知  $f(x)$  滿足關係式： $f(x)=a^x$ ，其中  $a>0$ 、 $a \neq 1$ ，且經過  $T$  年後，物質 A 質量剩下  $\frac{1}{2}$  公克，試問下列敘述何者正確？
- (A) 經過  $4T$  年後，物質 A 所剩質量大於  $\frac{1}{10}$  公克
- (B) 經過  $6T$  年後，物質 A 所剩質量大於  $\frac{1}{50}$  公克
- (C) 經過  $8T$  年後，物質 A 所剩質量少於  $\frac{1}{500}$  公克
- (D) 經過  $10T$  年後，物質 A 所剩質量少於  $\frac{1}{1000}$  公克

17. 已知坐標平面上三點  $A(1,4)$ 、 $B(-3,-4)$ 、 $C(5,2)$  形成一個直角三角形，如圖(四)所示，試問下列何者為  $\triangle ABC$  的外接圓方程式？

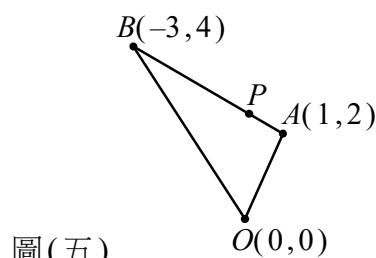
- (A)  $(x+1)^2 + y^2 = 20$   
(B)  $(x+1)^2 + y^2 = 25$   
(C)  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 20$   
(D)  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 25$



圖(四)

18. 已知坐標平面上四點  $O, P, A(1,2), B(-3,4)$ ，其中  $O$  為原點，且點  $P$  在線段  $\overline{AB}$  上，如圖(五)所示。若  $\triangle OAP$  的面積： $\triangle OBP$  的面積 = 2：7，則點  $P$  的坐標為何？

- (A)  $\left(\frac{1}{9}, \frac{22}{9}\right)$   
(B)  $\left(\frac{-19}{9}, \frac{32}{9}\right)$   
(C)  $\left(\frac{-23}{5}, \frac{24}{5}\right)$   
(D)  $\left(\frac{13}{5}, \frac{6}{5}\right)$



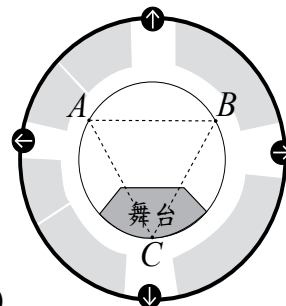
圖(五)

19. 已知  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 2$  且  $\angle C = 60^\circ$ 。若  $\overline{AC} : \overline{BC} = 1 : 3$ ，則  $\triangle ABC$  的面積為何？

- (A)  $\frac{2\sqrt{3}}{7}$   
(B)  $\frac{3\sqrt{3}}{7}$   
(C)  $\frac{4\sqrt{3}}{7}$   
(D)  $\frac{5\sqrt{3}}{7}$

20. 某攝影師參觀一棟圓樓建築，從地面上兩個不同位置點  $A$ 、 $B$  拍攝一樓圓型展演劇場舞台上位於  $C$  點的擺飾，如圖(六)所示。已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點所在之圓的半徑為 10 公尺，且  $\angle ACB = 60^\circ$ ，則  $A$ 、 $B$  兩點的距離為多少公尺？

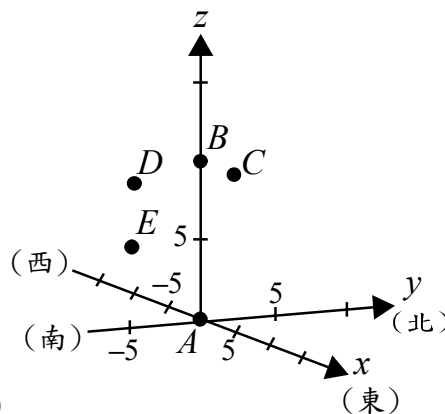
- (A)  $5\sqrt{3}$   
(B) 10  
(C)  $10\sqrt{3}$   
(D) 20



圖(六)

21. 已知  $L$  是坐標平面上通過點  $(1, -1)$  的直線，且其  $x$  截距為  $a$ ，試問下列敘述何者正確？
- (A) 若  $L$  的  $y$  截距為正，則  $0 < a < 1$   
 (B) 若  $L$  的  $y$  截距為負，則  $a < -1$   
 (C) 若  $L$  的斜率為正，則  $a > 2$   
 (D) 若  $L$  的斜率為負，則  $a < 0$
22. 小華遙控一台空拍機。今空拍機從點  $A$  出發，首先垂直上升 10 公尺 (至點  $B$ )，往東飛了 5 公尺 (至點  $C$ )，再往南飛 7 公尺 (至點  $D$ )，然後下降 4 公尺到達點  $E$ ，如圖(七)所示。試問此時空拍機和原出發點間的距離約為多少公尺？

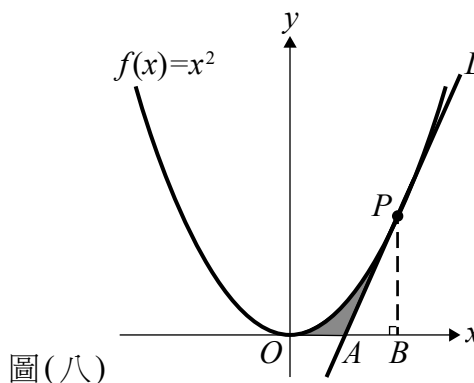
- (A)  $\sqrt{74}$   
 (B)  $\sqrt{110}$   
 (C)  $\sqrt{174}$   
 (D)  $\sqrt{270}$



圖(七)

23. 已知直線  $L$  為函數  $f(x) = x^2$  圖形在  $P(4, 16)$  的切線， $A$  點為  $L$  與  $x$  軸交點，且  $B$  點為  $P$  點在  $x$  軸上的投影點，如圖(八)所示。試問  $f(x)$  的圖形與  $x$  軸及直線  $L$  所圍成陰影區域之面積為多少平方單位？

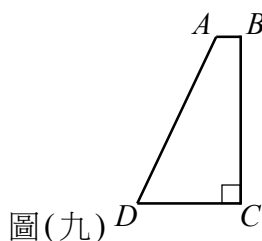
- (A)  $\frac{10}{3}$   
 (B)  $\frac{11}{3}$   
 (C)  $\frac{14}{3}$   
 (D)  $\frac{16}{3}$



圖(八)

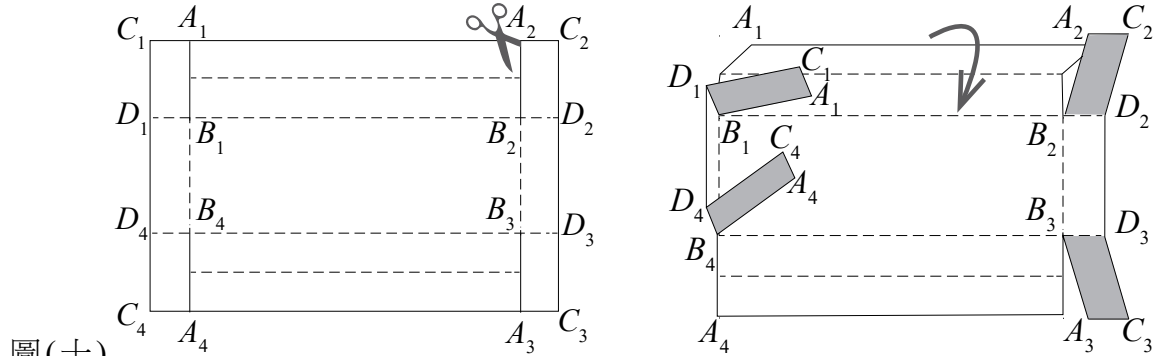
24. 已知空間中一梯形  $ABCD$ ， $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  平行，且  $\overline{BC}$  與  $\overline{CD}$  垂直，其中三個頂點坐標分別為  $A(4, -3, -2)$ 、 $C(3, 0, 2)$ 、 $D(1, 1, 0)$ ，如圖(九)所示，試求  $\overline{AB} = ?$

- (A) 1  
 (B)  $\frac{5}{3}$   
 (C) 2  
 (D)  $\frac{7}{3}$



圖(九)

25. 芳芳用一張長度為 3 尺、寬度為 2 尺的紙板設計紙盒，從長度為 3 尺的兩邊  $A_i$  點剪至  $B_i$  點，再將  $A_i$  點對折至  $B_i$  點，並將長方形  $A_i B_i D_i C_i$  插入內部以固定紙盒，其中  $i=1,2,3,4$ ，作法如圖(十)所示。設  $\overline{B_i D_i} = a$  尺，且  $\overline{A_i B_i} = 2a$  尺， $i=1,2,3,4$ 。若摺出的紙盒有最大體積，則  $a = ?$



圖(十)

- (A)  $\frac{3-\sqrt{7}}{6}$   
 (B)  $\frac{4-\sqrt{7}}{6}$   
 (C)  $\frac{5-\sqrt{7}}{12}$   
 (D)  $\frac{6-\sqrt{7}}{12}$

【以下空白】

## 數學(C)參考公式

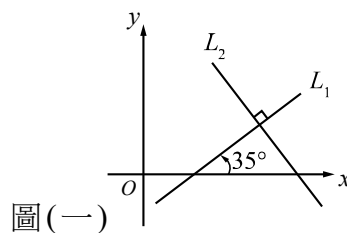
1. 點  $P(x_0, y_0)$  到直線  $L: ax+by+c=0$  的距離為  $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
2. 算幾不等式：若  $a \geq 0, b \geq 0$ ，則  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
3.  $x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$
4.  $(x-y)^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$
5. 拋物線方程式  $(x-h)^2=4c(y-k)$ ，其中頂點為  $(h, k)$ ，焦點為  $(h, k+c)$ ，準線為  $y=k-c$ ，正焦弦長為  $4|c|$
6. 三角函數的二倍角公式： $\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta$
7. 若  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  為空間中兩非零向量，則  $\vec{a}$  在  $\vec{b}$  上的正射影為  $\left( \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \right) \vec{b}$
8.  $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$
9. 參考數值： $\sqrt[4]{2} \approx 1.189$ 、 $\sqrt[3]{2} \approx 1.260$ 、 $\sqrt{2} \approx 1.414$

1. 若  $\frac{5}{(2x+1)(x-2)} = \frac{A}{2x+1} + \frac{B}{x-2}$ ，其中  $A$ 、 $B$  為實數，則  $3A+2B=?$

- (A) -7  
(B) -6  
(C) -5  
(D) -4

2. 設直線  $L_1$  的斜角為  $35^\circ$ ，已知直線  $L_2$  與  $L_1$  相互垂直，如圖(一)所示，則  $L_2$  的斜角為何？

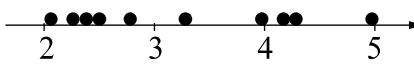
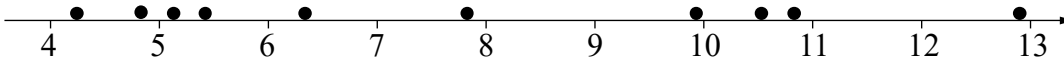
- (A)  $35^\circ$   
(B)  $55^\circ$   
(C)  $125^\circ$   
(D)  $155^\circ$



3. 若  $180^\circ < \theta < 270^\circ$  且  $\sin \theta = \sin 204^\circ$ ，則  $\theta=?$

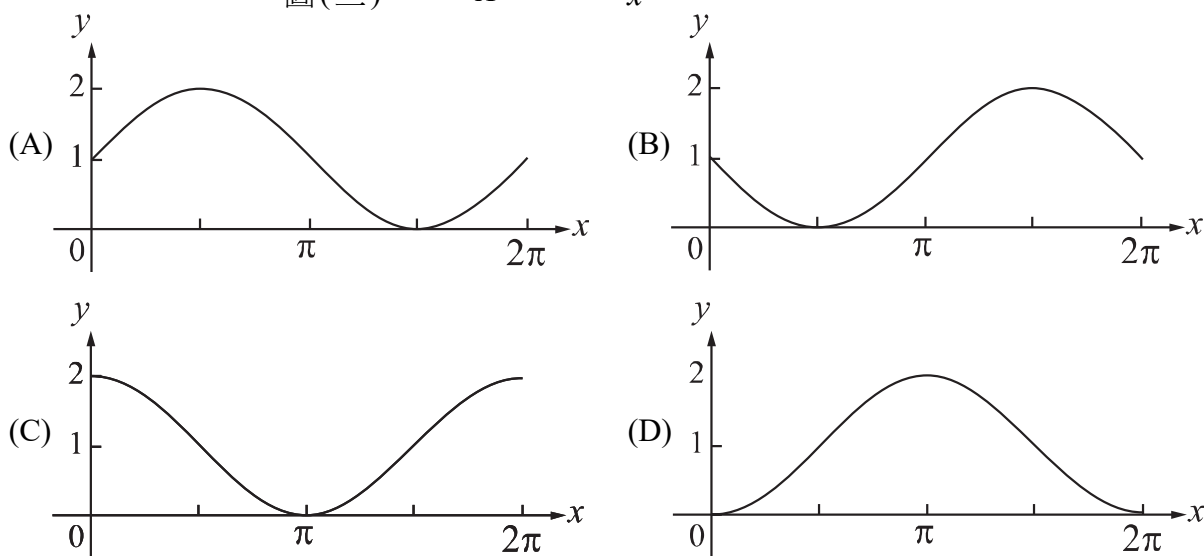
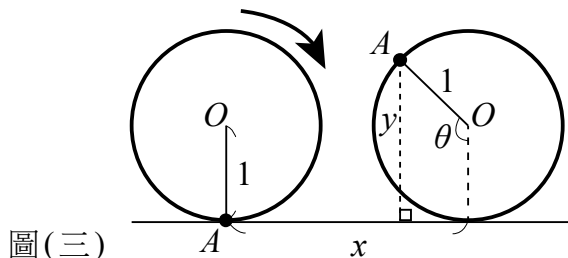
- (A)  $204^\circ$   
(B)  $214^\circ$   
(C)  $224^\circ$   
(D)  $234^\circ$

4. 已知直線  $L: y=x-5$  與圓  $C$  相切，且圓  $C$  的圓心為  $(3, -4)$ ，則圓  $C$  的半徑為何？  
(A)  $\sqrt{2}$   
(B)  $2\sqrt{2}$   
(C)  $3\sqrt{2}$   
(D)  $4\sqrt{2}$
5. 已知二元一次方程組的增廣矩陣為  $\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 3 \end{array} \right]$ ，則下列何者為此矩陣經過列運算操作後的增廣矩陣？  
(A)  $\left[ \begin{array}{cc|c} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 \end{array} \right]$   
(B)  $\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & 5 \end{array} \right]$   
(C)  $\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 7 \end{array} \right]$   
(D)  $\left[ \begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & -4 \end{array} \right]$
6. 已知  $\sin\theta \tan\theta < 0$  且  $\cos\theta \cot\theta > 0$ ，則  $\theta$  為第幾象限角？  
(A) 一  
(B) 二  
(C) 三  
(D) 四
7. 小輝從大賣場採買一些要祭拜祖先的水果，計有西瓜、芒果、蘋果、香瓜、橘子及木瓜等六種水果，他從中各取出一顆水果置於供桌準備祭拜，發現供桌大小只能容納其中五顆水果排成一行放置，若其中香瓜及木瓜都被選到，且此兩種水果位置相鄰，則有幾種不同排列方法？  
(A) 48  
(B) 96  
(C) 192  
(D) 240

8. 若點 $(a, b)$ 落在第一象限且滿足 $b = -a^2 + 10$ ，則 $a^2b$ 的最大值為何？
- (A) 10  
(B) 21  
(C) 23  
(D) 25
9. 在工程領域中，矩陣運算可用來描述系統的輸入與輸出之關聯性。已知 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ 、 $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ 分別表示系統輸入與輸出的變量，且彼此滿足下列關係： $\begin{cases} y_1 = 2x_1 + 5x_2 \\ y_2 = 3x_1 + 8x_2 \end{cases}$ 。若此關係可用矩陣運算 $A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ 表示，其中 $A$ 為二階方陣。設 $A$ 的反方陣為 $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c+d=$ ？
- (A) 2  
(B) 1  
(C) -1  
(D) -2
10. 在生成式人工智慧技術中，利用函數變換的概念可將資料的分布狀態作轉換。若有十筆原始資料 $x$  (以 $\bullet$ 表示)分布在區間 $[2, 5]$ ，如圖(二)(a)，現將此十筆資料經線型函數 $f(x)$ 變換後，其分布區間為 $[4, 13]$ ，如圖(二)(b)，則下列何者可為達成任務的 $f(x)$ ？
- 圖(二)(a) 
- 圖(二)(b) 
- (A)  $f(x) = 2x + 4$   
(B)  $f(x) = 4x - 4$   
(C)  $f(x) = 3x - 2$   
(D)  $f(x) = 2x - 3$
11. 若實係數多項式函數 $f(x) = ax^4 + bx^2 - 2x + c$ ，其導函數為 $f'(x) = 8x^3 - 6x + d$ 且 $f(1) = 5$ ，則 $a+b+c+d=$ ？
- (A) 11  
(B) 9  
(C) 7  
(D) 5

12. 化簡  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}-1\right)\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}\right)^2+\frac{1}{\sqrt{2}+1}+1\right]=?$
- (A)  $6+5\sqrt{2}$   
(B)  $8-5\sqrt{2}$   
(C)  $6-5\sqrt{2}$   
(D)  $-8+5\sqrt{2}$
13. 已知  $a>0$ ，拋物線  $y=ax^2$  的正焦弦  $\overline{F_1F_2}$  長度為 8，且其頂點為  $V$ ，則  $\triangle VF_1F_2$  的面積為何？
- (A) 8  
(B) 16  
(C) 24  
(D) 32
14. 若  $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}+1, & 0\leq x<1 \\ x^2+x, & 1\leq x\leq 2\end{cases}$ ，則  $\int_0^2 f(x)dx=?$
- (A)  $\frac{9}{2}$   
(B)  $\frac{11}{2}$   
(C)  $\frac{13}{2}$   
(D)  $\frac{19}{3}$
15.  $\lim_{n\rightarrow\infty}\left(\frac{n^2-n}{n+1}-\frac{n^2+3n}{n+2}\right)=?$
- (A) 0  
(B) -1  
(C) -2  
(D) -3
16. 若  $\log x=-2.24$ ， $\log y=9.28$ ，則  $x^2y$  落在下列哪個區間？
- (A)  $(10^3, 10^4)$   
(B)  $(10^4, 10^5)$   
(C)  $(10^5, 10^6)$   
(D)  $(10^6, 10^7)$

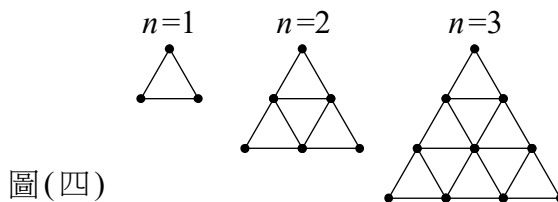
17. 有一個在水平地面上的圓形輪子，其半徑為 1 單位長。輪子上  $A$  點與地面接觸，如圖(三)所示，當輪子向右滾動，相對於圓心  $O$  而言， $A$  點以順時針轉動  $\theta$  角，且輪子中心  $O$  前進  $x$  單位長的時候， $A$  點距離地面的高度為  $y$  單位長。在坐標平面上，若在  $0 \leq x \leq 2\pi$  的範圍中， $y$  可以表示為  $x$  的函數  $f(x)$ ，則下列圖形何者為  $y=f(x)$  的圖形？



18. 若  $\theta$  為一標準位置角， $i = \sqrt{-1}$ 。已知  $\cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2}i$  與  $\frac{-1}{2} + (\sin \theta)i$  為共軛複數，則  $\sin 2\theta = ?$
- (A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (B)  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$   
 (C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$   
 (D)  $\frac{-\sqrt{3}}{4}$
19. 空間中三點的坐標分別為  $A(0, 6, -1)$ 、 $B(3, 3, -1)$ 、 $C(4, 1, 1)$ ，則  $\overrightarrow{AC}$  在  $\overrightarrow{BC}$  上的正射影為何？
- (A)  $(4, -4, 2)$   
 (B)  $(4, -2, 4)$   
 (C)  $(2, -4, 4)$   
 (D)  $(2, 4, 4)$

20. 小美想用火柴棒排成一個  $n$  層正三角形金字塔，例如當  $n=1$ 、 $2$ 、 $3$  時，如圖(四)所示。若依此規則，則排出一個 50 層金字塔恰需要多少根火柴棒？

- (A) 3675  
(B) 3825  
(C) 7500  
(D) 7803



21. 在坐標平面上，若  $\triangle ABC$  的三頂點坐標分別為  $A(-3,4)$ 、 $B(-1,2)$  與  $C(3,6)$ ，則  $\triangle ABC$  與其內部區域可由下列哪一組不等式表示？

- (A) 
$$\begin{cases} x-y+3 \leq 0 \\ x+y-1 \geq 0 \\ x-3y+15 \geq 0 \end{cases}$$
- (B) 
$$\begin{cases} x-y+3 \geq 0 \\ x+y-1 \geq 0 \\ x-3y+15 \leq 0 \end{cases}$$
- (C) 
$$\begin{cases} x-y+3 \geq 0 \\ x+y-1 \leq 0 \\ x-3y+15 \geq 0 \end{cases}$$
- (D) 
$$\begin{cases} x-y+3 \leq 0 \\ x+y-1 \leq 0 \\ x-3y+15 \leq 0 \end{cases}$$

22. 根據建築物之耐震規範，某類鋼構造建築物之基本振動週期  $T$  (單位為秒) 之經驗公式為  $T = 0.085h^{\frac{3}{4}}$ ，其中  $h$  為地面到屋頂之高度 (單位為公尺)。若  $A$ 、 $B$  為兩棟屬於這類的鋼構造建築物，已知  $A$  的基本振動週期為  $B$  的 2 倍，且  $B$  的高度為 100 公尺，則  $A$  的高度約多少公尺？

- (A) 159  
(B) 168  
(C) 252  
(D) 283

23. 下列哪一函數在  $x=1$  的極限存在，但不連續？

(A)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

(B)  $f(x) = \frac{1}{x - 1}$

(C)  $f(x) = \frac{|x - 1|}{x - 1}$

(D)  $f(x) = (x - 1)^2$

24. 空間中兩點  $A(1, 3, 4)$  與  $B(3, 2, 4)$ ，若  $xy$  平面上  $P$  點到  $A$  與  $B$  兩點的距離和為最小，則  $P$  點的坐標為何？

(A)  $(2, \frac{5}{2}, 0)$

(B)  $(2, 2, 0)$

(C)  $(2, \frac{3}{2}, 0)$

(D)  $(3, 1, 0)$

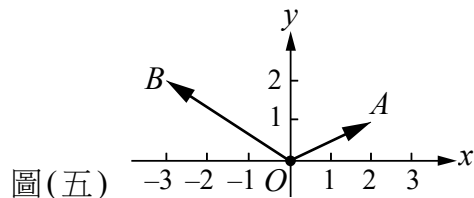
25. 在坐標平面上，已知  $O$  為原點， $A(2, 1)$ ， $B(-3, 2)$ ，如圖(五)所示，若  $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OB} + t\overrightarrow{OA}$ ，其中  $-1 \leq t \leq 1$ ，則所有滿足  $P$  點所形成的線段長為多少？

(A)  $3\sqrt{2}$

(B)  $2\sqrt{5}$

(C)  $3\sqrt{3}$

(D)  $4\sqrt{2}$



【以下空白】

## 數學 C 參考公式

1. 首項為  $a_1$ ，公比為  $r(r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$
2.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ， $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓的半徑
3.  $\triangle ABC$  的餘弦定理： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
4. 圓  $C: (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$  的參數式為  $\begin{cases} x = h + r \cos \theta \\ y = k + r \sin \theta \end{cases}$ ，其中  $0 \leq \theta < 2\pi$ ，式子中的  $\theta$  為參數
5. 橢圓方程式  $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ ，其中  $a > b > 0$ ，中心  $(h, k)$ ，焦點  $(h \pm c, k)$ ，且  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$
6. 參考數值： $\log 1.03 \approx 0.0128$ ， $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$

1. 已知方程式  $4x^2 - 2x - 5 = 0$  的兩根為  $\alpha$ 、 $\beta$ ，則  $\alpha\beta = ?$

(A)  $\frac{-5}{4}$

(B)  $\frac{-1}{2}$

(C)  $\frac{1}{2}$

(D)  $\frac{5}{4}$

2. 下列何者正確？

(A) 對任意實數  $x$ ， $\sqrt[3]{x^3} = x$

(B) 對任意實數  $x$ ， $\sqrt{4+x^2} = 2+x$

(C) 對任意實數  $x$ ， $\sqrt{x^2} = x$

(D) 對任意實數  $x$ ， $\sqrt[3]{8-x^3} = 2-x$

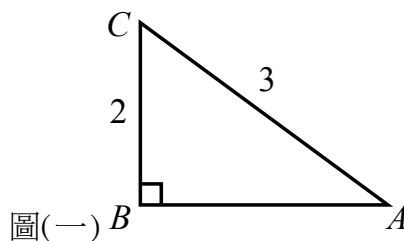
3. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle B = 90^\circ$ ，如圖(一)所示，且  $\overline{AC} = 3$ 、 $\overline{BC} = 2$ ，則  $\tan A = ?$

(A)  $\frac{3}{\sqrt{5}}$

(B)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(C)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(D)  $\frac{1}{3\sqrt{5}}$



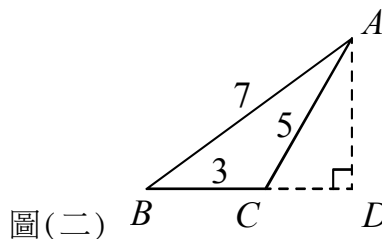
4. 在坐標平面上，已知  $\triangle ABC$  的三個頂點坐標為  $A(x, y)$ 、 $B(2, 0)$ 、 $C(0, 0)$ ，線段  $\overline{AB}$  的中點為  $D$ ，線段  $\overline{BC}$  的中點為  $E$ ，線段  $\overline{AC}$  的中點為  $F$ 。若內積  $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = 0$ ，則下列何者為真？
- (A)  $\triangle ABC$  為銳角三角形 (B)  $\triangle ABC$  為鈍角三角形
- (C)  $\angle BCA$  為直角 (D)  $\angle BAC$  為直角

5. 二元一次聯立不等式  $\begin{cases} x+3y \geq 6 \\ 2x+y \leq -4 \end{cases}$  的圖解區域屬於哪一象限？

(A) 第一象限 (B) 第二象限  
(C) 第三象限 (D) 第四象限

6. 已知  $\triangle ABC$  三邊長分別為  $\overline{AB}=7$ ， $\overline{BC}=3$ ， $\overline{CA}=5$ ，如圖(二)所示，試求  $\overline{BC}$  邊上的高  $\overline{AD}=?$

(A)  $\frac{5\sqrt{3}}{4}$   
(B)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$   
(C)  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$   
(D)  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$



圖(二)

7. 已知矩陣  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，矩陣  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 。若矩陣  $C = AB$ ，且  $C^2 = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}$ ，

則  $d_{12} = ?$

(A) -2 (B) -3  
(C) -4 (D) -5

8. 已知  $x = \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ 、 $y = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ 、 $z = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$ ，其中  $i = \sqrt{-1}$ ，

試求  $\frac{x^2 y^4}{z^3} = ?$

(A)  $2^2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$  (B)  $2(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$   
(C)  $2^2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$  (D)  $2(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6})$

9. 若通過  $A(1, 2, 3)$ 、 $B(2, 4, 6)$ 、 $C(3, 5, 4)$  三點之平面  $E_1$ ，與另一平面  $E_2: x + ky - 2z = 1$  互相垂直，則  $k = ?$

(A) 1 (B) 2  
(C) 3 (D) 4

10. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數。若方程組  $\begin{cases} ax + by + cz = -2 \\ bx + cy + az = -4 \\ cx + ay + bz = 6 \end{cases}$  的解為  $x=1$ 、 $y=1$ 、 $z=-1$ ，則下列何

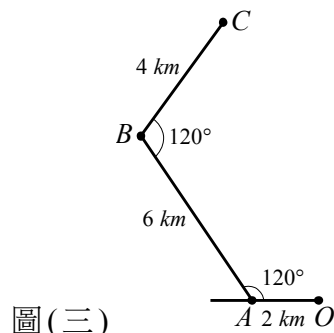
者為正確？

(A)  $ab=6$  (B)  $bc=3$   
(C)  $ac=2$  (D)  $abc=6$

11. 已知  $A$ 、 $B$  為實數，若不等式  $|Ax+6| \geq B$  的解為  $x \leq -2$  或  $x \geq 6$ ，則  $2A+B=$ ？  
(A)  $-12$  (B)  $-6$   
(C)  $6$  (D)  $12$
12. 已知  $i = \sqrt{-1}$  且  $a$ 、 $b$  為實數。若  $a$ 、 $b+2i$ 、 $-1+ai$  為實係數三次方程式  $f(x)=0$  之三根，則下列多項式何者可能為  $f(x)$ ？  
(A)  $x^3-x-10$  (B)  $x^3+x+10$   
(C)  $x^3-4x^2+9x-10$  (D)  $x^3+4x^2+9x+10$
13. 晴晴在 2018 年初以一股 50 元買進某一檔股票，在 2023 年初時該股經配股、配息還原後，可以還原股價為一股 60 元。若此股價 60 元可視為以每年固定年利率  $r$  進行複利計算，則  $r$  可以從下列哪個算式計算求得？  
(A)  $50 \times r^5 = 60$   
(B)  $50 \times (1+r)^5 = 60$   
(C)  $50 \times (r+r^2+r^3+r^4+r^5) = 60$   
(D)  $50 \times [(1+r) + (1+r)^2 + (1+r)^3 + (1+r)^4 + (1+r)^5] = 60$
14. 兔子和烏龜在一條筆直的路上賽跑，起點到終點的距離為 2000 公尺，兔子和烏龜同時從起點出發，烏龜從頭到尾都是以 250 公尺/小時的速度前進。半小時過後，兔子已經到了離起點 600 公尺處，發現烏龜還在後面慢慢地爬，兔子認為比賽太輕鬆了，於是就地睡覺，結果兔子睡了 6.5 小時。當兔子醒來發現烏龜已經超過牠了，兔子立刻以  $v(t) = 27t^2 + 52t + 1262$  (公尺/小時) 的速度去追趕，其中  $t \geq 0$ 。若烏龜先到達終點，則此時兔子離終點還有多少公尺？  
(A) 57 (B) 82  
(C) 103 (D) 158
15.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+8n-3} - \sqrt{n^2+2n+5}) = ?$   
(A) 0 (B) 1  
(C) 2 (D) 3
16. 若坐標平面上四點  $A(1,2)$ 、 $B(2,-3)$ 、 $C(2,7)$ 、 $D(a,-10)$  在同一圓上，則  $a=$ ？  
(A) 19 或 9 (B) 20 或 8  
(C) 24 或 6 (D) 27 或 3
17. 小明與小亮大學畢業後隨即找到工作，第一年兩人的起薪都是月薪三萬元，之後每年年初時調薪，月薪的上限皆為八萬元。小明的公司調薪方式是月薪比前一年月薪多 3000 元，小亮的公司調薪方式是月薪比前一年月薪多 3%。若小明和小亮的月薪到達八萬元的時間分別為  $x$  與  $y$  年，則  $x-y=$ ？  
(A) 17 (B) 13  
(C)  $-13$  (D)  $-17$

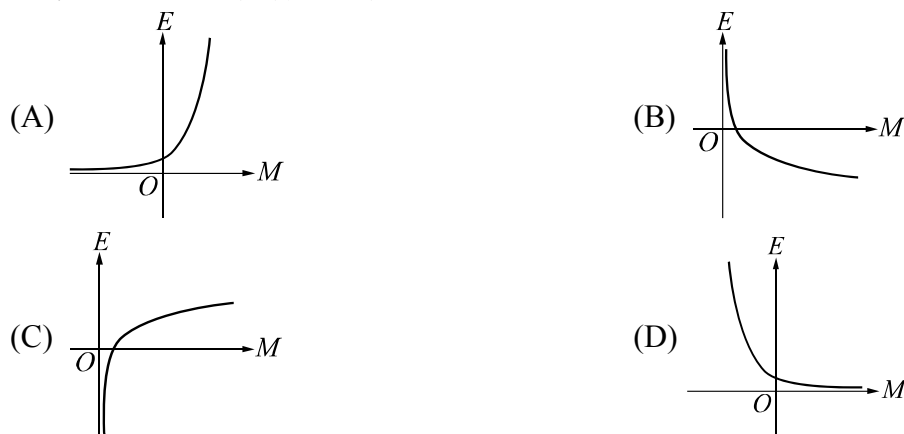
18. 一公路依水平地形迂迴而建，如圖(三)所示。從  $O$  地到  $A$  地、 $A$  地到  $B$  地、 $B$  地到  $C$  地的距離分別是 2、6、4 公里 ( $km$ )，而  $\overline{OA}$  與  $\overline{AB}$  的夾角及  $\overline{AB}$  與  $\overline{BC}$  的夾角均為  $120^\circ$ ，則  $C$  地到  $O$  地的直線距離為多少公里？

- (A)  $2\sqrt{11}$   
(B)  $2\sqrt{21}$   
(C)  $2\sqrt{31}$   
(D)  $2\sqrt{41}$



圖(三)

19. 目前國際上使用芮氏規模來表示地震的強度，設  $E$  (單位：爾格) 為地震芮氏規模  $M$  時所釋放出來的能量，其中  $M$  與  $E$  的關係如下： $\log E = 11.8 + 1.5M$ ，則芮氏規模  $M$  與所釋放出來的能量  $E$  的關係圖為何？

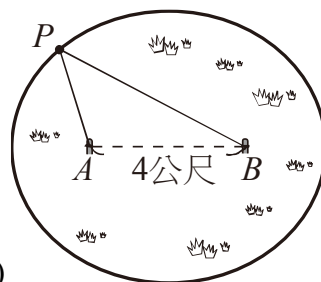


20. 阿軒餐飲店推出均衡套餐，套餐有飯、主菜、湯與飲料 4 樣，其中飯有白飯、紫米飯、五穀飯、炒飯與稀飯 5 種，主菜有牛排、豬排、魚排與雞排 4 種，湯有洋蔥牛肉湯、豬肉貢丸湯、魚丸湯與人蔘雞湯 4 種，飲料有柳橙汁、西瓜汁、咖啡與紅茶 4 種。基於均衡原則，套餐的主菜與湯不能同為紅肉或同為白肉。(牛與豬為紅肉，魚與雞為白肉)，若在符合均衡原則下，從飯、主菜、湯與飲料 4 樣中各任選 1 種，則均衡套餐共有幾種點餐的方式？

- (A) 80  
(B) 160  
(C) 240  
(D) 320

21. 農夫將一隻牛的項圈串上一條長 8 公尺的繩子，並將繩子的兩端分別套在相距 4 公尺的兩根木樁上。假設牛在草地上移動的最大範圍為一橢圓形區域，如圖(四)所示，其中  $A$ 、 $B$  為木樁位置，而  $P$  為牛的位置，且  $\overline{PA} + \overline{PB} \leq 8$  (公尺)，則牛離兩根木樁連線  $\overline{AB}$  的最遠距離約為多少公尺？

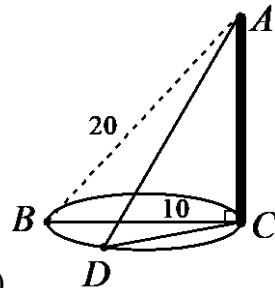
- (A)  $\sqrt{3}$   
(B)  $2\sqrt{3}$   
(C)  $4\sqrt{3}$   
(D) 12



圖(四)

22. 有一露營活動，大家想要在地面上立一垂直桿子，並以繩索固定，如圖(五)所示，其中  $\overline{AC}$  為垂直於地面的桿子、 $\overline{AD}$  為繩索。已知  $B$ 、 $C$  兩點相距 10 公尺，而  $D$  點是位於以  $\overline{BC}$  為直徑的圓上，且  $\angle BCD = 30^\circ$ 。若從桿頂  $A$  到  $B$  點的距離為 20 公尺，則  $\overline{AD} = ?$

- (A)  $14\sqrt{2}$  公尺  
(B)  $8\sqrt{6}$  公尺  
(C)  $5\sqrt{15}$  公尺  
(D)  $11\sqrt{3}$  公尺



圖(五)

23. 已知  $a$ 、 $b$  為實數， $f(x) = \sqrt{x} - x$ ， $g(x) = ax^3 + bx$  的圖形均通過點  $(1, 0)$ 。若  $f(x)$  以  $(1, 0)$  為切點的切線  $L_1$ ，與  $g(x)$  以  $(1, 0)$  為切點的切線  $L_2$  相互垂直，則下列何者為真？

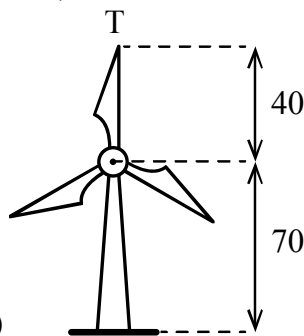
- (A)  $a = -1$  (B)  $b = 1$   
(C)  $ab = 1$  (D)  $ab = -1$

24. 若  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 72x - 74$ ，則下列何者為真？

- (A)  $f(x)$  的相對極大值發生於  $x = 6$  (B)  $f(x)$  的相對極大值發生於  $x = 4$   
(C)  $f(x)$  的相對極大值發生於  $x = -1$  (D)  $f(x)$  的相對極大值發生於  $x = -6$

25. 假設風力發電的風車旋轉軸平行於地面，且有三葉片， $T$  點為某葉片的頂端，如圖(六)所示，我們想了解  $T$  點在風車旋轉過程中距離地面的高度變化。已知風車逆時針方向等速旋轉一圈需時 4 秒，且每個葉片長度皆為 40 公尺，其旋轉中心離地面 70 公尺。若風車開始運轉時， $T$  點恰在離地面最高的位置上，且  $x$  秒後可用  $f(x) = 40 \sin(ax + \frac{\pi}{2}) + 70$  (其中常數  $a > 0$  且  $0 \leq x \leq 4$ ) 來描述  $T$  點離地面的高度 (單位：公尺)，則  $a$  可為下列何者？

- (A)  $\frac{\pi}{3}$   
(B)  $\frac{\pi}{2}$   
(C)  $\pi$   
(D)  $\frac{4\pi}{3}$



圖(六)

【以下空白】

## 數學 C 參考公式

1. 首項為  $a_1$ ，公比為  $r(r \neq 1)$  的等比數列前  $n$  項之和為  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$
2. 點  $P(x_0, y_0)$  到直線  $L: ax+by+c=0$  的距離為  $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
3.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ， $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓的半徑
4.  $\triangle ABC$  的餘弦定理： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
5. 橢圓方程式  $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ ，則參數式為  $\begin{cases} x = h + a \cos \theta \\ y = k + b \sin \theta \end{cases}$ ，其中  $a > 0, b > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$ ，式子中的  $\theta$  為參數
6. 柯西不等式：設  $a_1, a_2, b_1, b_2$  為實數，則  $(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2)^2$
7. 參考數值： $\log 0.5 \approx -0.301$ 、 $\log 8.91 \approx 0.950$

1. 若  $x = \log_3 7$ ，則下列何者正確？  
(A)  $7^x = 3$  (B)  $3^x = 7$  (C)  $x^7 = 3$  (D)  $x^3 = 7$
2. 已知等比數列  $\{a_k\}$  的首項  $a_1 = 2$ ，公比  $r = 3$ 。若前  $n$  項和大於 2022，則滿足條件的最小正整數  $n = ?$   
(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11
3. 公益文教基金會調查技術型高中三年級學生每天手機使用時間介於 3.1 小時至 4.9 小時之間 (含)。若  $x$  (單位：小時) 為其中一位參與調查的技術型高中學生每天手機使用時間，且將上述使用時間範圍用  $|x-a| \leq b$  來表示，則  $ab = ?$   
(A) 3.2 (B) 3.6 (C) 3.8 (D) 4.2
4. 下列何者錯誤？  
(A)  $y = |\sin 2x|$  之週期為  $\frac{\pi}{2}$  (B)  $y = 3 \sin x$  之週期為  $2\pi$   
(C)  $y = \cos 2x$  之週期為  $\frac{\pi}{2}$  (D)  $y = 4 \cos x$  之週期為  $2\pi$
5. 若  $\frac{x^2+2x+7}{(x-2)(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+3}$ ，則  $A+B+C = ?$   
(A) 1 (B) 5 (C) 10 (D) 15
6. 坐標平面上，若點  $A(a, -6)$  在直線  $L: 2x - y + 12 = 0$  之右半平面，則下列何者為  $a$  的可能值？  
(A) -15 (B) -12 (C) -10 (D) -7

7. 若  $A(1, 4)$ 、 $B(6, 2)$  所連接的線段  $\overline{AB}$  與直線  $L: x - y + 1 = 0$  相交於  $P$  點，則  $\frac{\overline{AP}}{\overline{BP}} = ?$

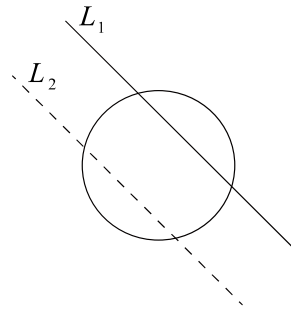
- (A)  $\frac{2}{5}$  (B)  $\frac{3}{7}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{3}{5}$

8. 不等式  $5x - 4 < x^2 < x + 2$  的解為何？

- (A)  $-1 < x < 1$  (B)  $-1 < x < 2$  (C)  $-2 < x < 1$  (D)  $0 < x < 4$

9. 已知圓  $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 3 = 0$  與相異兩直線  $L_1: x + y + 1 = 0$  及  $L_2: ax + by + 10 = 0$  分別交於兩點，且  $L_1 \parallel L_2$ ，如圖(一)所示。若此圓圓心到兩直線  $L_1$ 、 $L_2$  的距離相等，則  $a + b = ?$

- (A) 2  
(B) 4  
(C) 6  
(D) 10



圖(一)

10. 若四次多項式  $ax^4 + bx^3 + 6x^2 + 5x + 2$  除以  $(x + 1)^2$  所得的餘式為  $3x + 4$ ，則  $a + b = ?$

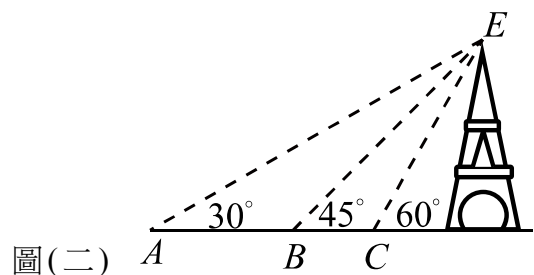
- (A) -12 (B) -6 (C) -4 (D) -2

11. 在一個園遊會的攤位遊戲中，遊戲規則如下：在一個桶子裡有三種球，抽中紅球可得  $x$  點，抽中黃球可得  $y$  點，但抽中黑球則必須扣掉  $z$  點。每個人抽 10 次，每次抽一個球，最後依照得到的點數來兌換獎品。已知小華抽中 3 個紅球、3 個黃球、4 個黑球，共得 10 點；小明抽中 4 個紅球、3 個黃球、3 個黑球，共得 21 點；小玲抽中 2 個紅球、6 個黃球、2 個黑球，共得 26 點。若小蘭抽中 3 個紅球、5 個黃球、2 個黑球，則小蘭得到的點數為何？

- (A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 39

12. 某人由  $A$  處測量高塔塔頂  $E$  的仰角為  $30^\circ$ ，朝高塔方向前進  $a$  公尺至  $B$  處時測量塔頂  $E$  的仰角為  $45^\circ$ ，繼續朝高塔方向前進  $b$  公尺至  $C$  處時測量塔頂  $E$  的仰角為  $60^\circ$ ，如圖(二)所示，則  $\frac{a}{b} = ?$

- (A)  $\sqrt{3}$   
(B)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$   
(C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
(D)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$



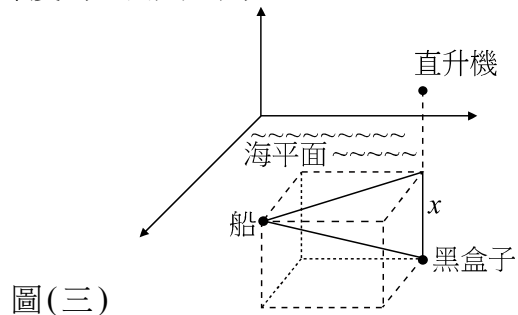
圖(二)

13. 正四面體(四個面皆為正三角形)  $ABCD$  的四個頂點坐標為  $A(0, 0, 0)$ 、 $B(2, 0, 0)$ 、 $C(1, \sqrt{3}, 0)$ 、 $D(x, y, z)$ ，其中  $z > 0$ ，則  $z = ?$

- (A)  $\sqrt{3}$  (B)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (C)  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

14. 今有一飛機失事落海，救難直升機於失事地點附近偵測到黑盒子（飛行記錄器的俗稱），其所發出的訊號恰好位於直升機的正下方，但無法確定深度，直升機將位置訊息告知水上工作船，經船上人員推算，直升機位於工作船東方 140 公尺、北方 80 公尺的海平面上方 100 公尺處，並且偵測到該黑盒子與水上工作船的直線距離為 180 公尺，如圖（三）所示。根據上述訊息，若黑盒子在海平面下深度為  $x$  公尺，則  $x = ?$

- (A) 60  
(B) 70  
(C) 80  
(D) 90



圖（三）

15. 某歌手打算在她的演唱會上表演一段由 6 首不同的歌曲串成的組曲，其中 3 首慢歌、3 首快歌。她的音樂總監建議在歌曲的安排上最多只能 2 首慢歌連在一起唱，因為這樣才會使得整個組曲的節奏比較流暢。若她認同並接受音樂總監的建議，試問這段組曲可以有多少種不同的安排方式？

- (A) 576 (B) 648 (C) 696 (D) 720

16. 已知平面上兩向量  $\vec{a} = (2x+1, -3)$ 、 $\vec{b} = (3, x-2)$ ，滿足  $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$ ，則  $x = ?$

- (A) 3 (B) 1 (C) -1 (D) -3

17. 若矩陣  $A = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 2 & c \\ b & d \end{bmatrix}$ ，且  $AB = A + B$ ，則  $c = ?$

- (A) -1 (B)  $-\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D) 1

18. 已知函數  $f(x) = x^3 + \frac{12}{x}$  圖形在切點  $(a, b)$  的切線斜率為 9。若  $a > 0$ ，則  $a + b = ?$

- (A) -8 (B) 11 (C) 14 (D) 16

19. 不定積分  $\int \frac{x+3}{2\sqrt{x}} dx = ?$

- (A)  $\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}} + C$  (B)  $\frac{\frac{x^3}{2} + 3x}{x^{\frac{3}{2}}} + C$   
(C)  $\frac{\frac{x^2}{2} + 3x}{\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}} + C$  (D)  $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{1}{2}} + C$

20. 小明計畫由基隆沿國道一號開車南下高雄渡假。早上 8:00 經過中興隧道 0 公里處的起點，經紀錄儀錶板上車速變化，在 8:00 開始後，時間  $t$  (小時) 的速度函數為  $v(t) = -1.5t^2 + 6t + 90$  (公里/小時)。若依此速度變化，則 11:00 時小明應該最接近哪一個服務區？

- (A) 泰安服務區 (158 公里處) (B) 西螺服務區 (229 公里處)  
(C) 新營服務區 (284 公里處) (D) 仁德服務區 (335 公里處)

## 數學 C 參考公式

1. 三角函數的平方和關係式： $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$
2. 三角函數的二倍角公式： $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$
3. 三角函數的和差角公式： $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
4.  $\triangle ABC$  的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$
5. 算幾不等式：若  $a \geq 0, b \geq 0$ ，則  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

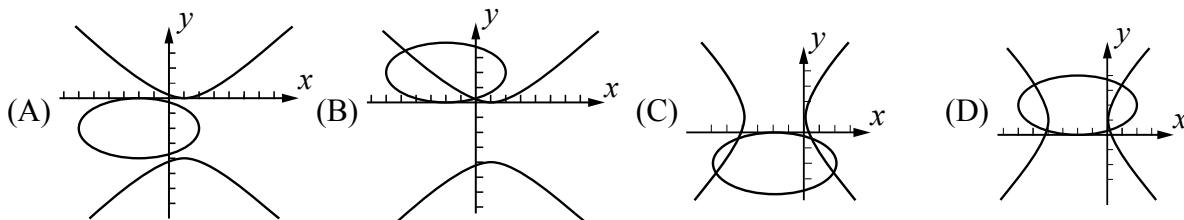
1. 若  $\frac{3x-1}{(x-3)(x-1)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-1}$ ，其中  $A$ 、 $B$  為實數，則下列何者正確？  
(A)  $A = 2$  (B)  $B = 1$  (C)  $A = -2$  (D)  $B = -1$
2. 若  $\tan \theta + \sec \theta = 5$ ，則  $\tan \theta - \sec \theta = ?$   
(A)  $-\frac{3}{5}$  (B)  $-\frac{1}{5}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{3}{5}$
3.  $\sin 10^\circ \cos 10^\circ \cos 50^\circ - \sin 25^\circ \cos 25^\circ \cos 20^\circ = ?$   
(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $-\frac{1}{4}$  (D)  $-\frac{1}{2}$
4. 某實驗室將 108 個不同樣本在常溫常壓下依固體、液體、氣體及金屬、半金屬、非金屬分類如表(一)。若從固體及液體類中取出一個樣本，則其為半金屬的機率為何？  
(A)  $\frac{5}{32}$  (B)  $\frac{3}{32}$  (C)  $\frac{1}{16}$  (D)  $\frac{1}{18}$

|     | 固體 | 液體 | 氣體 | 總計  |
|-----|----|----|----|-----|
| 金屬  | 79 | 2  | 0  | 81  |
| 半金屬 | 9  | 0  | 0  | 9   |
| 非金屬 | 5  | 1  | 12 | 18  |
| 總計  | 93 | 3  | 12 | 108 |

表(一)

5.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(3+h)+2} - \frac{1}{3+2}}{h} = ?$   
(A)  $-\frac{1}{25}$  (B)  $-\frac{1}{9}$  (C)  $\frac{1}{9}$  (D)  $\frac{1}{25}$
6. 若  $a = \sum_{m=1}^7 \frac{m-2}{2m-1}$ 、 $b = \sum_{k=0}^6 \frac{k-1}{2k+1}$ 、 $c = \sum_{i=3}^8 \frac{i-4}{2i-5}$ ，則下列敘述何者正確？  
(A)  $b > a > c$  (B)  $c > a > b$  (C)  $c > a = b$  (D)  $a = b > c$
7. 設  $I(t)$  為 A 城市某種傳染病在時間  $t$  的感染率，且  $I(t) = \frac{1}{1 + 49(7^{\frac{-t}{3}})}$ ， $t \geq 0$ 。若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別表示  $t = 0$ 、 $t = 3$ 、 $t = 6$  時的感染率，則下列何者正確？  
(A)  $b = 6a$  (B)  $c = 20a$  (C)  $c = 4b$  (D)  $b = 7a$
8. 若圓  $C$  與  $y$  軸相切，且圓心為拋物線  $y = x^2 + 4x + 5$  之頂點，則下列何者為圓  $C$  的方程式？  
(A)  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 4 = 0$  (B)  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$   
(C)  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$  (D)  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$

9. 若有兩個二次曲線方程式，分別為  $x^2 + 4y^2 + 4x - 16y + 4 = 0$  與  $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{5} = 1$ ，則下列何者為此兩曲線的圖形組合？



10. 若  $k$  為實數，且二元一次聯立方程組  $\begin{cases} kx + 3y + k + 1 = 0 \\ x + 4(k+1)y + 8k^2 + 1 = 0 \end{cases}$  有無限多組解，則  $k$  可為下列何值？

- (A)  $-\frac{3}{2}$  (B)  $-\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{3}{2}$

11. 若  $x$ 、 $y$ 、 $z$  為相異實數，則三階行列式  $\begin{vmatrix} x+y & x-y & x \\ y+z & y-z & y \\ z+x & z-x & z \end{vmatrix} = ?$

- (A) 0 (B)  $(x-y)(y-z)(z-x)$   
(C)  $(x^2 - y^2)(y^2 - z^2)(z^2 - x^2)$  (D)  $(x-y)^2(y-z)^2(z-x)^2$

12. 跆拳道隊有 8 個隊員，教練安排所有隊員每 2 人一組分別在  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四個不同場地練習，則共有幾種安排的方式？

- (A) 105 (B) 2520 (C) 5040 (D) 40320

13. 已知  $a$ 、 $b$  為實數。若直線  $L_1: y = ax + b$  與  $L_2: y = bx + a$  相互垂直，且  $a^2 + b^2 = 50$ ，則  $L_1$  與  $L_2$  的交點與原點的距離為多少？

- (A)  $4\sqrt{3}$  (B) 7 (C)  $5\sqrt{2}$  (D)  $2\sqrt{13}$

14. 已知  $\triangle ABC$  中， $a$ 、 $b$ 、 $c$  分別為  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  之對邊長。若  $ab : bc : ca = 3 : 4 : 6$ ，則  $\sin A : \sin B : \sin C = ?$

- (A)  $4 : 3 : 2$  (B)  $4 : 2 : 3$  (C)  $2 : 3 : 4$  (D)  $3 : 2 : 4$

15. 已知三次多項式  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  滿足  $f(1) = f(2) = f(-2) = 2$ ，且  $f(-1) = 8$ ，則下列何者正確？

- (A)  $a = -1$  (B)  $b = 1$  (C)  $c = -4$  (D)  $d = 4$

16. 已知  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  為平面上的三向量，且  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$ ， $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$ ， $|\vec{a}| = 5$ ， $|\vec{b}| = 12$ ， $|\vec{c}| = 13$ 。若  $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ ，則  $\vec{a} \cdot \vec{b} = ?$

- (A) -30 (B) -60 (C) -65 (D) -156

17.  $\int_1^3 (3x-2)^{110} dx = ?$

- (A)  $\frac{7^{111}-1}{333}$  (B)  $\frac{3^{111}-1}{333}$  (C)  $\frac{7^{110}-1}{330}$  (D)  $\frac{7^{111}-1}{111}$

18. 下列敘述何者正確？

(A)  $y = \tan \frac{\theta}{3}$  的週期為  $\frac{\pi}{3}$

(B)  $\tan^2 \theta - \sec^2 \theta = 1$

(C)  $-\sqrt{2} \leq \sin \theta + \cos \theta \leq \sqrt{2}$

(D) 若  $\cos \theta = \sin \theta$ ，則  $\theta = \frac{\pi}{4} + 2n\pi$ ，其中  $n$  為整數

19. 已知  $i = \sqrt{-1}$ ， $(\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i})^2 + (\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i})^2 = a+bi$ ，則  $a+b = ?$

(A)  $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

(B)  $-1$

(C)  $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$

(D)  $1$

20. 若  $x$  為實數，則  $x^2 - 2 + \frac{9}{x^2 + 2}$  的最小值為何？

(A)  $2$

(B)  $\frac{5}{2}$

(C)  $\frac{13}{2}$

(D)  $6$

21. 一個空的書櫃有上、中、下共三層，若將國文、英文、數學三本課本放入書櫃的任一層，且當課本放在同一層左右順序不同時視為不同排列，則共有幾種不同的排法？

(A)  $60$

(B)  $36$

(C)  $27$

(D)  $18$

22. 若直線  $y = mx$  與拋物線  $f(x) = -x^2 + 4x - 1$  相切，且切點在第一象限內，則  $m = ?$

(A)  $1$

(B)  $2$

(C)  $4$

(D)  $6$

23.  $\int_1^4 (x + \frac{1}{\sqrt{x}})(\sqrt{x} - \frac{1}{x}) dx = ?$

(A)  $\frac{57}{5}$

(B)  $\frac{77}{5}$

(C)  $\frac{87}{5}$

(D)  $\frac{107}{5}$

24. 小明量測園藝店同一種盆栽 21 棵植物的高度資料如表(二)，其中有一盆高度為 24 公分，可視為量測異常值。若將此異常值從資料中移除，則下列哪一個統計量，在移除前後改變最多？

(A) 平均數

(B) 中位數

(C) 眾數

(D) 全距

表(二)

| 21 棵盆栽的高度（單位：公分） |    |    |    |    |    |    |
|------------------|----|----|----|----|----|----|
| 8                | 9  | 9  | 9  | 10 | 10 | 11 |
| 11               | 12 | 12 | 12 | 12 | 13 | 13 |
| 13               | 14 | 14 | 15 | 15 | 16 | 24 |

25. 假設  $A$  表函數  $y = \log_3 x$  圖形與直線  $y = 0$ 、 $x = 3$  所圍區域面積，如圖(一)。若以幾何圖形的觀念來判斷  $A$  的大小範圍，則下列何者正確？

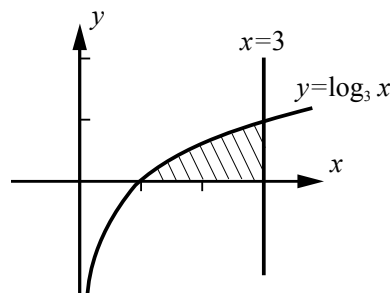
(A)  $0 \leq A < \frac{1}{2}$

(B)  $\frac{1}{2} \leq A < 1$

(C)  $1 \leq A < 2$

(D)  $A \geq 2$

圖(一)



【以下空白】