

ch15_積分

下列何者可為函數 $f(x) = x^3 + 2x - 5$ 的反導函數？

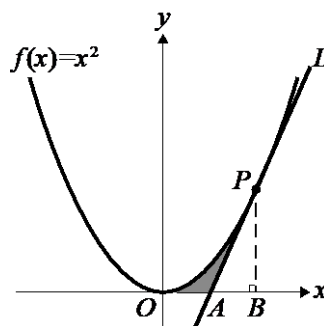
- (A) $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 5x$ (B) $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 5$ (C) $\frac{x^4}{4} + x^2 - 5x - 3$ (D) $\frac{x^4}{4} + x^2 - 5$ **【114C03】**

Ans : (C)

已知直線 L 為函數 $f(x) = x^2$ 圖形在 $P(4, 16)$ 的切線， A 點為 L 與 x 軸交點，且 B 點為 P 點在 x 軸上的投影點，如圖所示。試問 $f(x)$ 的圖形與 x 軸及直線 L 所圍成陰影區域之面積為多少平方單位？

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{11}{3}$ (C) $\frac{14}{3}$ (D) $\frac{16}{3}$

Ans : (D)



【114C23】

若 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1, & 0 \leq x < 1 \\ x^2 + x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ ，則 $\int_0^2 f(x) dx = ?$

- (A) $\frac{9}{2}$ (B) $\frac{11}{2}$ (C) $\frac{13}{2}$ (D) $\frac{19}{3}$

【113C14】

Ans : (B)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - n}{n + 1} - \frac{n^2 + 3n}{n + 2} \right) = ?$$

(A) 0 (B) -1 (C) -2 (D) -3

Ans : (D)

兔子和烏龜在一條筆直的路上賽跑，起點到終點的距離為 2000 公尺，兔子和烏龜同時從起點出發，烏龜從頭到尾都是以 250 公尺/小時的速度前進。半小時過後，兔子已經到了離起點 600 公尺處，發現烏龜還在後面慢慢地爬，兔子認為比賽太輕鬆了，於是就地睡覺，結果兔子睡了 6.5 小時。當兔子醒來發現烏龜已經超過牠了，兔子立刻以 $v(t) = 27t^2 + 52t + 1262$ (公尺/小時) 的速度去追趕，其中 $t \geq 0$ 。若烏龜先到達終點，則此時兔子離終點還有多少公尺？

- (A) 57 (B) 82 (C) 103 (D) 158

【112C14】

Ans : (C)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 8n - 3} - \sqrt{n^2 + 2n + 5}) = ?$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

【112C15】

Ans : (D)

不定積分 $\int \frac{x+3}{2\sqrt{x}} dx = ?$

- (A) $\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}x^{\frac{-1}{2}} + C$ (B) $\frac{\frac{x^3}{2} + 3x}{x^{\frac{3}{2}}} + C$ (C) $\frac{\frac{x^2}{2} + 3x}{\frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}} + C$ (D) $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{1}{2}} + C$ 【111C18】

Ans : (D)

小明計畫由基隆沿國道一號開車南下高雄度假。早上 8:00 經過中興隧道 0 公里處的起點，經紀錄儀錶板上車速變化，在 8:00 開始後，時間 t (小時) 的速度函數為 $v(t) = -1.5t^2 + 6t + 90$ (公里/小時)。若依此速度變化，則 11:00 時小明應該最接近哪一個服務區？

(A) 泰安服務區(158 公里處) (B) 西螺服務區(229 公里處)

(C) 新營服務區(284 公里處) (D) 仁德服務區(335 公里處)

【111C20】

Ans : (C)

$$\int_1^4 \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) dx = ?$$

(A) $\frac{57}{5}$ (B) $\frac{77}{5}$ (C) $\frac{87}{5}$ (D) $\frac{107}{5}$

【110C23】

Ans : (A)

設 $g(x)=2x-1$ ，已知在閉區間 $[-1,1]$ 上 $f(x)\geq 0$ 且 $\int_{-1}^1 f(x)dx=5$ ，則此兩曲線 $y=f(x)$ 與

$y=g(x)$ 在閉區間 $[-1,1]$ 所圍成區域的面積為何？

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

【109C25】

Ans：(D)

已知 $F(x) = \frac{d}{dx} \left[\int_1^x (t^2 + 1) dt \right]$ ，則 $F(1) = ?$

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

【108C14】

Ans : (D)

計算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n}\right) = ?$

(A) $\frac{3}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{8}$

【108C2I】

Ans : (A)

$$\int_{-4}^0 |2x+5| dx = ?$$

- (A) $\frac{17}{2}$ (B) 8 (C) $\frac{17}{4}$ (D) 4

【107C16】

Ans : (A)

$$\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} (4x-1)^3 dx = ?$$

- (A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$

【107C19】

Ans : (A)

設 $f(x)$ 為多項式函數，若 $\int_1^3 f(x)dx=1$ 、 $\int_2^5 f(x)dx=4$ 且 $\int_2^3 f(x)dx=2$ ，則 $\int_1^5 f(x)dx=?$

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7

【106C24】

Ans : (B)

試求定積分 $\int_{-1}^3 |2x-1| dx$ 之值。

- (A) $\frac{15}{2}$ (B) $\frac{17}{2}$ (C) $\frac{19}{2}$ (D) $\frac{21}{2}$

【105C23】

Ans : (B)

試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+1}{n} - \frac{2n^2+n+2}{n+2} \right)$ 之值。

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

【105C24】

Ans : (D)

設 $f(x) = x^3 + 3x^2$ 、 $g(x) = 4$ ，則兩函數 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 之圖形所圍成的封閉區域面積為何？

- (A) $\frac{11}{4}$ (B) $\frac{27}{4}$ (C) $\frac{91}{4}$ (D) $\frac{221}{4}$

【105C25】

Ans：(B)

求 $\int_{-3}^3 (1-2x)(1+2x)dx = ?$

(A) -66 (B) -33 (C) 33 (D) 66

【104C13】

Ans : (A)

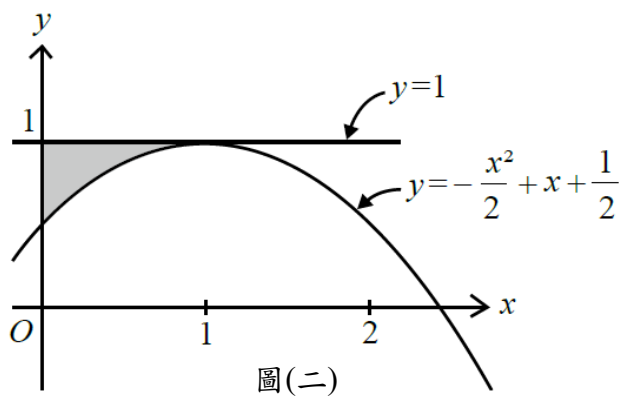
由 $y = -\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2}$ ， $y = 1$ 和 $x = 0$ 所圍成的區域，如圖(二)陰影部分，則此區域面積可由下列何式求得？

(A) $\int_0^1 (-\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2}) dx$

(B) $\int_0^1 (\frac{x^2}{2} - x - \frac{1}{2}) dx$

(C) $\int_0^1 (-\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2}) dx$

(D) $\int_0^1 (\frac{x^2}{2} - x + \frac{1}{2}) dx$



圖(二)

【104C21】

Ans : (D)

設 $f(x) = 2x^2 - 3$ ， $g(x) = 3 - x^2$ ，則定積分 $\int_{-3}^3 [f(x) - g(x)] dx$ 之值為何？

- (A) 0 (B) 18 (C) 42 (D) 54

【103C03】

Ans : (B)

求 $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} (1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3}) dx = ?$

- (A) $\frac{97}{36}$ (B) $\frac{49}{18}$ (C) $\frac{17}{6}$ (D) $\frac{26}{9}$

【102C05】

Ans : (D)

已知 $y = f(x)$ 與 $x - 2y = 0$ 相交於 $(2, 1)$ 、 $(6, 3)$ 兩點，如圖(三)。若陰影部分的面積為 $\frac{16}{3}$

且 $\int_0^2 f(x)dx = -\frac{13}{3}$ ，則 $\int_0^6 f(x)dx = ?$

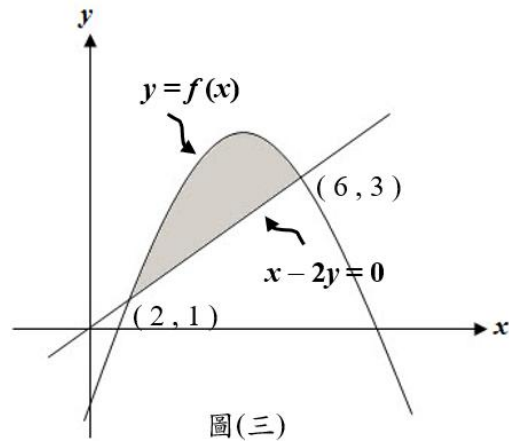
(A) 7

(B) 8

(C) 9

(D) 10

Ans : (C)



【102C21】

若函數 $f(x)$ 的導函數為 $f'(x) = 3x^2 + 6x$ 且 $f(1) = 3$ ，則 $\int_0^2 f(x)dx$ 之值為何？

- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 20

【101C19】

Ans : (A)

若無窮等比級數 $(0.4) + (0.4)^2 + (0.4)^3 + \cdots + (0.4)^n + \cdots$ 的和為 a ，無窮等比級數

$(0.2) + (0.2)^2 + (0.2)^3 + \cdots + (0.2)^n + \cdots$ 的和為 b ，則 $\frac{a}{b} = ?$

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) 2 (C) $\frac{8}{3}$ (D) 4

【100C05】

Ans : (C)

設 $f(x) = \sqrt{2x-1}$ ，且 $f''(x)$ 為 $f(x)$ 的二階導函數，則 $\int_1^5 f''(x)dx = ?$

- (A) $-\frac{2}{3}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

【100C19】

Ans : (A)

求陰影部份之面積為何？

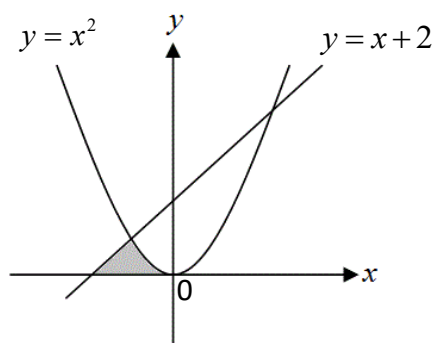
(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{5}{6}$

(C) 1

(D) $\frac{4}{3}$

Ans : (B)



【100C20】

關於下列各極限，何者正確？

(A) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{5^n} = 1$ (B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100n + 9}{n^2 + 5n - 1} = 0$ (C) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0.01n}{5n - 1} = 0$ (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} n - \sqrt{n^2 - 1} = 1$

Ans : (B)

【99C16】

無窮級數 $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} + \frac{1}{3^{2k+1}} + \cdots = ?$

- (A) $\frac{41}{24}$ (B) $\frac{59}{24}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{7}{2}$

【99C19】

Ans : (A)

已知 $\int_a^b f(x)dx = 6$, $\int_a^b g(x)dx = 12$, $\int_a^b h(x)dx = 4$, 且 $\int_a^b (mf(x) + ng(x))dx = 13$,

$\int_a^b (mg(x) - nh(x))dx = 5$, 則 $6m + 8n = ?$

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12

【98C24】

Ans : (C)

函數 $f(x)=1-x^2$ 的圖形與 x 軸在區間 $[0, 2]$ 所圍區域面積為何？

- (A) $-\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) 2

【98C25】

Ans : (D)