

**ch11\_一次聯立方程式與矩陣**

若  $x=a$ 、 $y=b$  為聯立方程組  $\begin{cases} 3x+4y=114 \\ 4x+5y=2025 \end{cases}$  的解，則  $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = ?$

- (A)  $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$  (B)  $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$  (C)  $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} -5 & -4 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 114 \\ 2025 \end{bmatrix}$  **【114C13】**

Ans : (B)

已知  $A$  為  $3 \times n$  階矩陣、 $B$  為  $k \times 4$  階矩陣，試問下列敘述何者正確？

(A) 若  $AB$  有意義，則  $n = k$

(B) 若  $A + B$  有意義，則  $n = k$

(C) 若  $AB$  有意義，則  $n = 3$  且  $k = 4$

(D) 若  $A + B$  有意義，則  $n = 3$  且  $k = 4$

【114C15】

Ans : (A)

已知二元一次方程組的增廣矩陣為  $\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 3 \end{array} \right]$ ，則下列何者為此矩陣經過列運算操作後的

增廣矩陣？

(A)  $\left[ \begin{array}{cc|c} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 3 \end{array} \right]$       (B)  $\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & 5 \end{array} \right]$       (C)  $\left[ \begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 7 \end{array} \right]$       (D)  $\left[ \begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & -4 \end{array} \right]$       **【113C05】**

*Ans* : (C)

在工程領域中，矩陣運算可用來描述系統的輸入與輸出之關聯性。已知  $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ 、 $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$  分別表示系統輸入與輸出的變量，且彼此滿足下列關係： $\begin{cases} y_1 = 2x_1 + 5x_2 \\ y_2 = 3x_1 + 8x_2 \end{cases}$ 。若此關係可用矩陣運算

$A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$  表示，其中  $A$  為二階方陣。設  $A$  的反方陣為  $A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則  $a+b+c+d = ?$

- (A) 2      (B) 1      (C) -1      (D) -2

【113C09】

Ans : (A)

已知矩陣  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，矩陣  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 。若矩陣  $C = AB$ ，且  $C = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}$ ，則  $d_{12} = ?$

- (A) -2      (B) -3      (C) -4      (D) -5

【112C07】

Ans : (A)

已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數。若方程組  $\begin{cases} ax+by+cz=-2 \\ bx+cy+az=-4 \\ cx+ay+bz=6 \end{cases}$  的解為  $x=1$ 、 $y=1$ 、 $z=-1$ ，則下列何者

為正確？

(A)  $ab=6$       (B)  $bc=3$       (C)  $ac=2$       (D)  $abc=6$

【112C10】

Ans : (C)

在一個園遊會的攤位遊戲中，遊戲規則如下：在一個桶子裡有三種球，抽中紅球可得  $x$  點，抽中黃球可得  $y$  點，但抽中黑球則必須扣掉  $z$  點。每個人抽 10 次，每次抽一個球，最後依照得到的點數來兌換獎品。已知小華抽中 3 個紅球、3 個黃球、4 個黑球，共得 10 點；小明抽中 4 個紅球、3 個黃球、3 個黑球，共得 21 點；小玲抽中 2 個紅球、6 個黃球、2 個黑球，共得 26 點。若小蘭抽中 3 個紅球、5 個黃球、2 個黑球，則小蘭得到的點數為何？

- (A)28    (B)30    (C)32    (D)39

【111C11】

Ans : (A)

若矩陣  $A = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 2 & c \\ b & d \end{bmatrix}$ ，且  $AB = A + B$ ，則  $c = ?$

- (A) -1      (B)  $-\frac{1}{2}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D) 1

**【111C17】**

*Ans* : (C)

若  $k$  為實數，且二元一次聯立方程組  $\begin{cases} kx+3y+k+1=0 \\ x+4(k+1)y+8k^2+1=0 \end{cases}$  有無限多組解，則  $k$  可為下列

何值？

- (A)  $-\frac{3}{2}$     (B)  $-\frac{1}{2}$     (C)  $\frac{1}{2}$     (D)  $\frac{3}{2}$

【110C10】

Ans : (C)

若  $x$ 、 $y$ 、 $z$  為相異實數，則三階行列式  $\begin{vmatrix} x+y & x-y & x \\ y+z & y-z & y \\ z+x & z-x & z \end{vmatrix} = ?$  【110CH】

(A) 0    (B)  $(x-y)(y-z)(z-x)$     (C)  $(x^2-y^2)(y^2-z^2)(z^2-x^2)$     (D)  $(x-y)^2(y-z)^2(z-x)^2$

Ans : (A)

某家口罩工廠擁有 5 台 A 型機器和 3 台 B 型機器來製造口罩，平時每日總產量為 11070 個口罩。今因應肺炎疫情日趨嚴重，緊急添購 3 台 A 型機器和 9 台 B 型機器，並提高所有機器的每日產能至原先的 150%，使得該工廠每日總產量增為 42120 個口罩，試問一台 A 型機器原先的每日產能為多少個？

(A) 1350    (B) 1380    (C) 1410    (D) 1440

【109C19】

Ans : (A)

已知三階行列式  $\begin{vmatrix} a_1 - 2b_1 - 3c_1 & a_1 - 2c_1 & a_1 \\ a_2 - 2b_2 - 3c_2 & a_2 - 2c_2 & a_2 \\ a_3 - 2b_3 - 3c_3 & a_3 - 2c_3 & a_3 \end{vmatrix} = 8$ ，則  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = ?$

- (A) -4      (B) -2      (C) 2      (D) 4

【109C20】

Ans : (C)

已知下列兩個聯立方程組有相同的解 $(x, y, z)$ ，試問 $a$ 的值為何？

$$\begin{cases} 3x - 4y + z = 4 \\ 5x + 2y - 2z = 3 \end{cases}, \begin{cases} 2x + 3y - 2z = a \\ 4x + 5y - 3z = 1 \end{cases}$$

- (A) -1    (B) 0    (C) 1    (D) 2

【108C04】

Ans : (B)

設  $b_1$ 、 $b_2$ 、 $b_3$ 、 $c_1$ 、 $c_2$  及  $c_3$  均為實數，若二階行列式  $\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 13$ 、 $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 7$ 、 $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 2$ ，

則三階行列式  $\begin{vmatrix} 1 & b_1 & c_1 \\ 2 & b_2 & c_2 \\ 3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = ?$

(A) 5      (B) 13      (C) 25      (D) 33

【107C03】

Ans : (A)

$$\text{設} \begin{cases} 3x+5y+z=15 \\ 2x+4y+z=12 \\ 5x+y+2z=3 \end{cases}, \text{ 則 } y=?$$

- (A) 2    (B) 3    (C) 4    (D) 5

【107C10】

Ans : (B)

設  $x$ 、 $y$ 、 $z$  為整數，且  $2|x+y|+3|x-y-4|+5|2x+3y-z|=4$ ，則  $z$  可為下列何者？

- (A) 0    (B) 3    (C) 5    (D) 11

【106C08】

Ans : (B)

設  $t$  為實數，且三元一次聯立方程式  $\begin{cases} (t+1)x+(t-1)z=1 \\ (t+1)y+z=3 \\ (t+1)y+tz=5 \end{cases}$  無解，則  $t$  可為下列何者？

- (A) -2    (B) 0    (C) 1    (D) 2

【106C09】

Ans : (C)

求三階行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & x^2 \\ 1 & 10 & 121 \end{vmatrix} = 0$  所有解的和為何？

- (A) 11      (B)  $\frac{34}{3}$       (C) 12      (D)  $\frac{40}{3}$

【106C10】

Ans : (D)

若三元一次聯立方程式  $\begin{cases} ax - ay = 5 \\ ax - y + (1-a)z = 3 \\ (1-a)y + (2a-3)z = 1 \end{cases}$  恰有一解，則  $a$  可能為下列何值？

- (A) 0    (B) 1    (C) 2    (D) 3

【105C09】

Ans : (D)

設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  均為實數，若  $(a-b)(b-c)(c-a) = -2$ ，則  $\begin{vmatrix} 2a & b & b \\ 6c & 3c & 3b \\ 2c-2a & c-a & c-a \end{vmatrix}$  之值為何？

- (A) -12    (B) -6    (C) 6    (D) 12

【105C10】

Ans : (D)

若二元一次方程組  $\begin{cases} 2x+3y=-4 \\ 3x-4y=5 \end{cases}$  的解為  $x=a$ 、 $y=b$ ，則  $a+b=?$

- (A)  $-\frac{23}{17}$     (B)  $-\frac{21}{17}$     (C)  $\frac{21}{17}$     (D)  $\frac{23}{17}$

【104C04】

Ans : (A)

若行列式  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 2$ ，則  $\begin{vmatrix} a_1 & c_1 + a_1 & b_1 - 2c_1 \\ a_2 & c_2 + a_2 & b_2 - 2c_2 \\ a_3 & c_3 + a_3 & b_3 - 2c_3 \end{vmatrix} = ?$

- (A) -4    (B) -2    (C) 2    (D) 4

【104C22】

Ans : (B)

設  $x$ 、 $y$ 、 $k$  均為實數，若  $|x+1|+|2x-y+4|+|x+3y+k|=0$ ，則  $k$  之值為何？

- (A) 3    (B) 1    (C) -4    (D) -5

【103C06】

Ans : (D)

三階行列式  $\begin{vmatrix} 101 & 102 & 103 \\ 201 & 202 & 203 \\ 301 & 302 & 304 \end{vmatrix}$  之值為何？

(A) -202    (B) -201    (C) -101    (D) -100

【103C15】

Ans : (D)

已知  $a > 0$ ，且方程式  $\begin{cases} -x + 3y = ax \\ 3x + y = ay \end{cases}$  有無限多組解，則  $a = ?$

- (A) 1    (B)  $\sqrt{2}$     (C)  $\sqrt{5}$     (D)  $\sqrt{10}$

【102C11】

Ans : (D)

若三階行列式  $\begin{vmatrix} x & 13 & 16 \\ 11 & 14 & 17 \\ 12 & 15 & 18 \end{vmatrix}$  之值為 3，則三階行列式  $\begin{vmatrix} x+2 & 13 & 16 \\ 11 & 14 & 17 \\ 12 & 15 & 18 \end{vmatrix}$  之值為何？

- (A) -9    (B) -3    (C) 3    (D) 9

【102C20】

Ans : (B)