

ch09_指數與對數

溶液酸鹼度的公式為 $\text{pH} = -\log [H^+]$ ，其中 $[H^+]$ 為溶液中的氫離子濃度(單位：莫耳/升)。

圖為雨季中某日 24 小時內酸雨檢測站雨水 pH 值與時間之圖形。若當日檢測到氫離子濃度最小值為 a ，則當日氫離子濃度最大值約為多少？

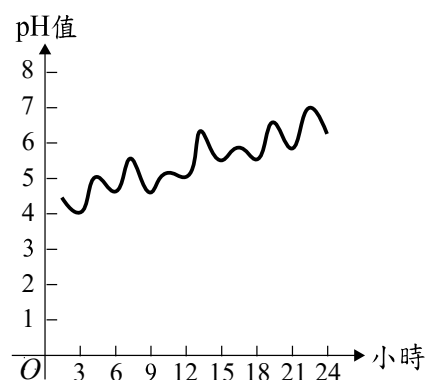
(A) $1.5a$

(B) $3a$

(C) $100a$

(D) $1000a$

【114C06】



Ans : (D)

在某金屬容器中放置質量 1 公克的放射性物質 A 。經過 x 年後，該容器中的物質 A 質量剩下 $f(x)$ 公克。已知 $f(x)$ 滿足關係式： $f(x) = a^x$ ，其中 $a > 0$ 、 $a \neq 1$ ，且經過 T 年後，物質 A 質量剩下 $\frac{1}{2}$ 公克，試問下列敘述何者正確？

- (A) 經過 $4T$ 年後，物質 A 所剩質量大於 $\frac{1}{10}$ 公克
- (B) 經過 $6T$ 年後，物質 A 所剩質量大於 $\frac{1}{50}$ 公克
- (C) 經過 $8T$ 年後，物質 A 所剩質量少於 $\frac{1}{500}$ 公克
- (D) 經過 $10T$ 年後，物質 A 所剩質量少於 $\frac{1}{1000}$ 公克

【114C16】

Ans：(D)

若 $\log x = -2.24$ ， $\log y = 9.28$ ，則 x^2y 落在下列哪個區間？

- (A) $(10^3, 10^4)$ (B) $(10^4, 10^5)$ (C) $(10^5, 10^6)$ (D) $(10^6, 10^7)$

【113C16】

Ans : (B)

根據建築物之耐震規範，某類鋼構造建築物之基本振動週期 T (單位為秒) 之經驗公式為

$T = 0.085h^{\frac{3}{4}}$ ，其中 h 為地面到屋頂之高度(單位為公尺)。若 A 、 B 為兩棟屬於這類的鋼構造建築物，已知 A 的基本振動週期為 B 的 2 倍，且 B 的高度為 100 公尺，則 A 的高度約多少公尺？($\sqrt[3]{2} \approx 1.260$)

(A) 159 (B) 168 (C) 252 (D) 283

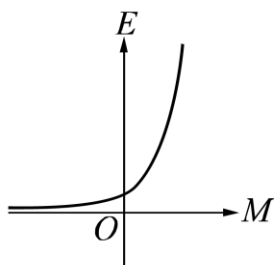
【113C22】

Ans : (C)

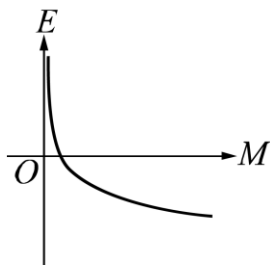
目前國際上使用芮氏規模來表示地震的強度，設 E (單位：爾格)為地震芮氏規模 M 時所釋放出來的能量，其中 M 與 E 的關係如下： $\log E = 11.8 + 1.5M$ ，則芮氏規模 M 與所釋放出來的能量 E 的關係圖為何？

【112C19】

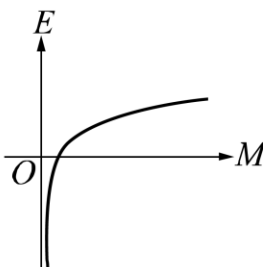
(A)



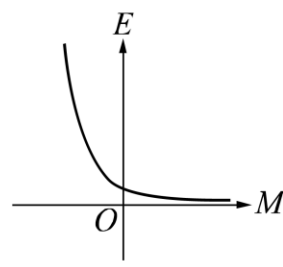
(B)



(C)



(D)



Ans : (A)

若 $x = \log_3 7$ ，則下列何者正確？

- (A) $7^x = 3$ (B) $3^x = 7$ (C) $x^7 = 3$ (D) $x^3 = 7$

【111C01】

Ans : (B)

為了響應節能減碳政策，某公司基於成本考量決定在六年後將公司該年二氧化碳排放量降為目前排放量的 50%。公司希望每年依固定的比率 r (當年和前一年排放量的比) 逐年降低二氧化碳的排放量。若要達到這項目標，則下列敘述何者正確？($\log 0.5 \approx -0.3010$ 、 $\log 8.91 \approx 0.950$)

(A) $0.91 < r < 0.93$ (B) $0.88 < r < 0.91$ (C) $0.85 < r < 0.88$ (D) $0.82 < r < 0.85$ 【111C21】

Ans : (B)

設 $I(t)$ 為 A 城市某種傳染病在時間 t 的感染率，且 $I(t) = \frac{1}{1+49(7^{\frac{-t}{3}})}$ ， $t \geq 0$ 。若 a 、 b 、 c 分別

表示 $t=0$ 、 $t=3$ 、 $t=6$ 時的感染率，則下列何者正確？

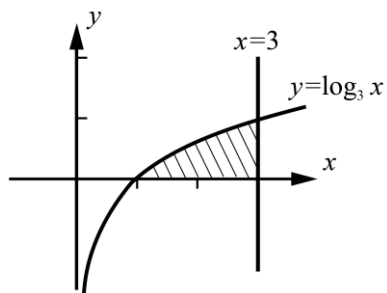
(A) $b = 6a$ (B) $c = 20a$ (C) $c = 4b$ (D) $b = 7a$ 【110C07】

Ans : (C)

假設 A 表函數 $y = \log_3 x$ 圖形與直線 $y=0$ 、 $x=3$ 所圍區域面積，如圖。若以幾何圖形的觀念來判斷 A 的大小範圍，則下列何者正確？

- (A) $0 \leq A < \frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2} \leq A < 1$ (C) $1 \leq A < 2$ (D) $A \geq 2$

Ans : (C)



【110C25】

保險公司推出躉繳型保單(即於一開始存入一固定本金)，且宣告年利率為 3% 的複利，每年計算一次。若某人於 20 歲時，花 10 萬元購買此保單，則當保單價值達 20 萬元時，某人約幾歲？($\log_{10} 1.03 \approx 0.0128$ ， $\log_{10} 1.3 \approx 0.1139$ ， $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$)

(A) 24 (B) 34 (C) 44 (D) 54

【109C12】

Ans : (C)

滿足 $\log_{10-x^2}(x^2+3x+2)$ 有意義的整數 x 共有多少個？

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7

【109C16】

Ans : (A)

若 $3 < \log_{0.5}(2x+1) < 4$ ，則 x 的範圍為何？

- (A) $-\frac{3}{8} < x < -\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{7}{16} < x < -\frac{3}{8}$ (C) $-\frac{15}{32} < x < -\frac{7}{16}$ (D) $-\frac{31}{64} < x < -\frac{15}{32}$ 【108C02】

Ans : (C)

若 $x = \frac{\log_{10} 7}{\log_{10} 9}$ ，則 $81^x = ?$

- (A) 3 (B) 7 (C) 25 (D) 49

【107C12】

Ans : (D)

設 $a = \log_{0.3} 0.5$ 、 $b = \log_3 5$ 、 $c = \log_{30} 50$ ，則 a 、 b 、 c 大小順序為何？

- (A) $c > b > a$ (B) $b > a > c$ (C) $b > c > a$ (D) $a > b > c$

【107C23】

Ans : (C)

設 $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ， $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ ， $c = \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{6}}$ ，則 a 、 b 、 c 的大小順序為何？

- (A) $a > c > b$ (B) $a > b > c$ (C) $c > a > b$ (D) $b > c > a$

【106C14】

Ans : (C)

已知 $\log_{10} 3 = 0.4771$ 且 $x = \left(\frac{1}{3}\right)^{20}$ ，其中 $\log_{10} x$ 的首數為 m ，而尾數的小數點後第一位數字為

n ，則 $m+n = ?$

- (A) -9 (B) -7 (C) -6 (D) -5

【106C15】

Ans : (C)

已知 $\log_{10} 2 = p$, $\log_{10} 3 = q$, 求 $\log_{\sqrt{6}} 36 - \log_{\frac{1}{6}} 6 + \log_6 \sqrt{12}$ 之值。

- (A) $5 + \frac{2p+q}{2p+2q}$ (B) $3 + \frac{2p+q}{2p+2q}$ (C) $3 + \frac{2p+q}{2p-2q}$ (D) $5 + \frac{2p+q}{2p-2q}$

【105C14】

Ans : (A)

設 $a = (0.1)^{\frac{1}{4}}$ ， $b = (0.2)^{\frac{1}{4}}$ ， $c = (0.2)^{\frac{1}{5}}$ ，則下列何者正確？

- (A) $a < b < c$ (B) $c < a < b$ (C) $b < a < c$ (D) $b < c < a$

【105C15】

Ans：(A)

已知 m 、 n 為整數，若 $m \log_{500} 5 + n \log_{500} \sqrt{2} = 1$ ，則 $m+n = ?$

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

【104C14】

Ans : (A)

已知 a 、 b 為實數，且 $3^a = 5$ ， $5^b = 9$ ，則 $ab = ?$

- (A) $\log_{15} 45$ (B) $\log_3 5$ (C) 2 (D) 3

【104C23】

Ans : (C)

設 $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \frac{1}{70}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^b = \frac{1}{2500}$, $\left(\frac{1}{8}\right)^c = \frac{1}{216000}$, 則 a 、 b 、 c 三個數的大小關係為何？

- (A) $b < c < a$ (B) $c < b < a$ (C) $c < a < b$ (D) $a < b < c$

【103C11】

Ans : (A)

化簡 $\frac{2 + \log_{10} 4 - \frac{1}{3} \log_{10} 216 + \frac{1}{4} \log_{10} 625 + \frac{1}{5} \log_{10} 243}{1 + \log_2 \frac{5}{3} + \log_2 \frac{6}{5} + \log_2 \frac{7}{6} + 3 \log_8 \frac{8}{7} + 2 \log_4 \frac{9}{8} - \log_4 9}$ 得其值為何？

- (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) 3

【103C23】

Ans : (D)

若 $3^{x+2} = 3^x + 24\sqrt{3}$ ，則 $x = ?$

- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) (D) 2

【102C03】

Ans : (C)

已知 $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$ 。若 $a^5 = b^3$, 則 $\log_a b = ?$

- (A) $-\frac{5}{3}$ (B) $-\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{5}{3}$

【102C04】

Ans : (D)

下列何者與 $\log 1 + \log 2 + \log 3 + \log 4 + \log 5 - \log 6$ 的值最為接近？

(已知 $\log 2$ 的值約為 0.301，而 $\log 3$ 的值約為 0.4771)

(A) 0.1 (B) 1.5 (C) 5.3 (D) 6.2

【101C05】

Ans : (B)

已知 $y = 2^x$ 的圖形通過圓 $C: x^2 + y^2 - 2ay = 0$ 之圓心。若圓 C 與直線 $L: y = \frac{3x+k}{4}$ 相切，求

$\log_2 a + \log_5 (k-4)^2$ 之值為何？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【101C20】

Ans : (B)

若 $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[5]{64} = 4^a$ ，則 $a = ?$

- (A) $\frac{19}{20}$ (B) $\frac{29}{30}$ (C) $\frac{19}{10}$ (D) $\frac{29}{15}$

【100C01】

Ans : (A)

$$\text{求 } \log_{\sqrt{2}} \frac{3}{2} - \log_2 \frac{27}{160\sqrt{2}} + \log_4 \frac{36}{25} = ?$$

- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{9}{2}$ (D) $\frac{11}{2}$

【100C24】

Ans : (C)

設 p 與 q 為方程式 $\log_9(10x^2 - 6x + 5) - \log_3 x - 1 = 0$ 的兩根，則 $\frac{1}{p+q} = ?$

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{5}{7}$

【99C07】

Ans : (A)

設 r 為有理數，且 $5^r = 4(\sqrt[3]{40} + \frac{\sqrt[3]{5}}{2})^2$ ，則 $r = ?$

- (A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{10}{3}$ (C) 8 (D) 10

【99C20】

Ans : (A)

設 x 、 y 為正實數，若 $2\log(x-2y)=\log x+\log y$ ，則 $\frac{x}{y}$ 之值為何？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

【98C10】

Ans : (D)

設 3^α 、 3^β 為方程式 $x^2 - x + \frac{1}{81} = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta = ?$

(A) -4 (B) -2 (C) 2 (D) 4

【98C11】

Ans : (A)