

ch08_三角函數的應用

若 θ 為一標準位置角， $i = \sqrt{-1}$ ，已知 $\cos \theta - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 與 $\frac{-1}{2} + (\sin \theta)i$ 為共軛複數，則 $\sin 2\theta = ?$

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (D) $\frac{-\sqrt{3}}{4}$

【113C18】

Ans : (B)

已知 $x = \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ 、 $y = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ 、 $z = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，試求

$$\frac{x^2 y^4}{z^3} = ?$$

【112C08】

(A) $2^2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ (B) $2(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ (C) $2^2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$ (D) $2(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6})$

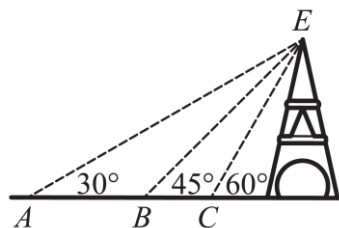
Ans : (A)

某人由 A 處測量高塔塔頂 E 的仰角為 30° ，朝高塔方向前進 a 公尺至 B 處時測量塔頂 E 的仰角為 45° ，繼續朝高塔方向前進 b 公尺至 C 處時測量塔頂 E 的仰角為 60° ，如圖所示，則

$$\frac{a}{b} = ?$$

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

Ans : (A)



【111C12】

$$\sin 10^\circ \cos 10^\circ \cos 50^\circ - \sin 25^\circ \cos 25^\circ \cos 20^\circ = ?$$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $-\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{1}{2}$

【110C03】

Ans : (C)

下列敘述何者正確？

(A) $y = \tan \frac{\theta}{3}$ 的週期為 $\frac{\pi}{3}$ (B) $\tan^2 \theta - \sec^2 \theta = 1$ (C) $-\sqrt{2} \leq \sin \theta + \cos \theta \leq \sqrt{2}$

(D) 若 $\cos \theta = \sin \theta$ ，則 $\theta = \frac{\pi}{4} + 2n\pi$ ，其中 n 為整數

【110C18】

Ans : (C)

已知 $i = \sqrt{-1}$ ， $(\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i})^2 + (\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i})^2 = a+bi$ ，則 $a+b = ?$

- (A) $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ (B) -1 (C) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

【110C19】

Ans : (B)

若 $\sin 80^\circ = a$ ， $\cos 59^\circ = b$ ，則 $\cos 21^\circ = ?$

(A) $a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}$ (B) $a\sqrt{1-b^2} - b\sqrt{1-a^2}$ (C) $ab - \sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}$

(D) $ab + \sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}$

【109C06】

Ans : (A)

設 $(\sqrt{3}+i)z=-2\sqrt{3}+2i$ ，其中 $i=\sqrt{-1}$ ，則 z 之主幅角為何？

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{5\pi}{6}$ (D) $\frac{7\pi}{6}$

【109C08】

Ans：(B)

在 $\triangle ABC$ 中，若 $\frac{\cos B + i \sin B}{(\cos A + i \sin A)(\cos C + i \sin C)}$ 為實數，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則 $\triangle ABC$ 必為何種三角形？

(A) 等腰三角形 (B) 銳角三角形 (C) 直角三角形 (D) 鈍角三角形 【108C17】

Ans : (C)

已知 $O(0, 0)$ 、 $P(-3, 4)$ 與 $Q(x, y)$ 為坐標平面上三點。若以 O 為圓心， $\overline{OP}$ 為半徑，逆時針方向轉動 30° 後， P 點與 Q 點重疊，則下列何者正確？

(A) $x = \frac{-3\sqrt{3}-4}{2}$ (B) $x = \frac{-3\sqrt{3}+4}{2}$ (C) $y = \frac{4\sqrt{3}-3}{10}$ (D) $y = \frac{4\sqrt{3}+3}{2}$ 【108C24】

Ans : (A)

已知 $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ，且 $\bar{z}$ 為其共軛複數。若 $\frac{1+z}{1+\bar{z}} = a+bi$ ，其中 $a、b$ 為實數，則點 (a, b) 在第幾象限？

(A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四

【107C11】

Ans：(D)

若 $\tan 19^\circ = a$ ，則 $\sin 2018^\circ = ?$

- (A) $\frac{-2}{1+a^2}$ (B) $\frac{-2a}{1+a^2}$ (C) $\frac{a}{1+a^2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$

【107C21】

Ans : (B)

設 $f(x) = 4\sin x + \cos(2x) + 7$ 的最小值為 m ，最大值為 M ，則 $m + M = ?$

- (A) -7 (B) 1 (C) 12 (D) 21

【107C22】

Ans : (C)

若 $\sin \theta = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, 則 $\tan 2\theta = ?$

- (A) $2 - \sqrt{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\sqrt{3}$

【106C04】

Ans : (C)

設 $\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ，則 $\frac{\omega^{107}}{\omega+1} = ?$

(A) -1 (B) $-\omega$ (C) ω^2 (D) 1

【106CII】

Ans : (A)

若 $f(x) = \sec^2 \frac{x}{2} + \csc^2 \frac{x}{2}$ 的週期為 P ，求 P 之值。

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) π^2

【105C02】

Ans : (B)

設 $a = \cos 40^\circ \cos 80^\circ \cos 160^\circ$ ， $b = \sin 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ$ ，則 $a + b$ 之值為何？

- (A) $-\frac{1}{4}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$

【105C05】

Ans : (B)

已知 $z_1 = \sqrt{3} + i$ ， $z_2 = 1 + i$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則 $z_1^2 z_2^4$ 可表示為下列哪一個？

(A) $16(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ)$

(B) $16(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)$

(C) $16(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

(D) $16(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$

【105CII】

Ans : (A)

若 $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ，則 $\sqrt{2 - 2\cos 2\theta} = ?$

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

【104C07】

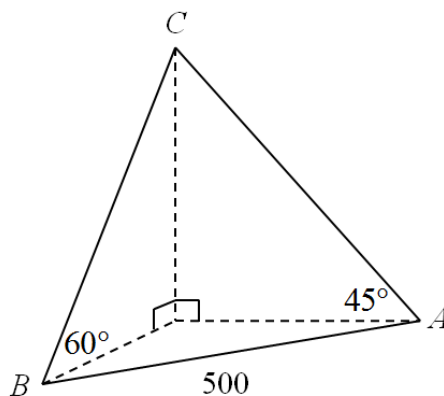
Ans : (C)

今有人預測一山的高度，當此人在此山的正東方一點 A ，測得山頂 C 的仰角為 45° ，又當他在山的南 60° 西方向一點 B ，測得山頂 C 的仰角為 60° ，如圖(一)所示。若 A 、 B 兩點相距 500 公尺，則此山高 h 為多少公尺？

(A) $\frac{500}{3}\sqrt{3}$ (B) $\frac{500}{7}\sqrt{21}$

(C) $\frac{500}{3}\sqrt{21}$ (D) $500\sqrt{3}$

Ans : (B)



圖(一)

【104C15】

設 $\sin(-45^\circ) \cdot \sin 15^\circ = k - \cos 45^\circ \cdot \cos(-15^\circ)$ ，則 k 之值為何？

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【103C08】

Ans：(B)

設 $z = \frac{(5-12i)(3+4i)}{(4-3i)(12-5i)}$ ， $i = \sqrt{-1}$ ，則 $|z|$ 之值為何？

- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) 13

【103C16】

Ans : (A)

設 $z_1 = \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)^4$ ， $z_2 = \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^2$ ，則 $\frac{z_1}{z_2}$ 之值為何？

- (A) -1 (B) i (C) 0 (D) 1

【103C17】

Ans : (D)

已知 a 、 b 為實數， $i = \sqrt{-1}$ 。若 $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{1-i}\right)^8 = a+bi$ ，則 $a^2+b^2 = ?$

- (A) 16 (B) 64 (C) 256 (D) 1024

【102C17】

Ans : (C)

若 $2+3\cos 2\theta=0$ ，則 $\sin^4\theta-\cos^4\theta=?$

- (A) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ (B) $-\frac{2}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

【102C18】

Ans : (C)

已知 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, $\cos \theta = -\frac{3}{5}$, 則下列大小關係何者正確？

(A) $\cos \theta < \sin 2\theta < \cos 2\theta < \sin \theta$ (B) $\sin 2\theta < \cos 2\theta < \cos \theta < \sin \theta$

(C) $\sin 2\theta < \cos \theta < \cos 2\theta < \sin \theta$ (D) $\cos \theta < \cos 2\theta < \sin 2\theta < \sin \theta$

【101C23】

Ans : (C)

已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， D 在 $\overline{BC}$ 線段上，且線段長 $\overline{BD} = 2$ ， $\overline{DC} = 1$ ， $\overline{AC} = 3$ ，如圖(三)

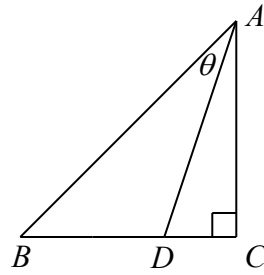
所示。令 $\angle BAD = \theta$ ，求 $\cos \theta = ?$

(A) $\frac{1}{\sqrt{10}}$

(B) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(C) $\frac{2}{\sqrt{10}}$

(D) $\frac{2}{\sqrt{5}}$



圖(三)

【100C13】

Ans : (D)

判斷下列各數值中，何者小於 0？(參考公式： $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$)

(A) $\cos 100^\circ - \sin 2011^\circ$ (B) $\cos^2 100^\circ - \sin^2 100^\circ$

(C) $\cos^2 2011^\circ - \sin^2 2011^\circ$ (D) $\cos 100^\circ \cos 2011^\circ - \sin 100^\circ \sin 2011^\circ$ **【100C14】**

Ans : (B)

已知 $i = \sqrt{-1}$ 。若 $z = \cos 78^\circ + i \sin 78^\circ$ ，則 $z^{15} = ?$

- (A) $-i$ (B) -1 (C) i (D) 1

【100C22】

Ans : (C)

求函數 $f(x) = (\cos x + 3\sin x)(\cos x - \sin x)$ 之最小值為何？

- (A) $-2\sqrt{5}$ (B) -4 (C) $-\frac{7}{2}$ (D) $-\sqrt{5}-1$

【99C25】

Ans : (D)

設 $ABCD$ 為一矩形，且 $\overline{BC} = 3\overline{AB}$ 。令 P 點與 Q 點為 $\overline{BC}$ 上之點，且 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QC}$ ，如圖

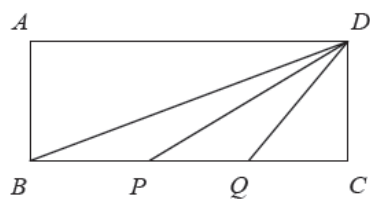
(一)。若 $\angle DBC = \alpha$ ，且 $\angle DPC = \beta$ ，則 $\tan(\alpha + \beta)$ 之值為何？

(A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(B) $2 - \sqrt{3}$

(C) 1

(D) $2 + \sqrt{3}$



圖(一)

【98C02】

Ans : (C)

已知 $i = \sqrt{-1}$ ，化簡 $(\cos \frac{\pi}{7} - i \sin \frac{\pi}{7})(\cos \frac{10\pi}{21} + i \sin \frac{10\pi}{21}) = ?$

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ (B) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (C) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (D) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

【98C09】

Ans : (B)