

ch01_坐標系與函數圖形

若 $3+2\sqrt{2}=\frac{a}{\sqrt{2}-1}+b(\sqrt{2}-1)$ ，其中 $a、b$ 為有理數，則 $a^2-b^2=?$

- (A)6 (B)5 (C) $\frac{49}{4}$ (D) $\frac{23}{4}$

【114C05】

Ans：(A)

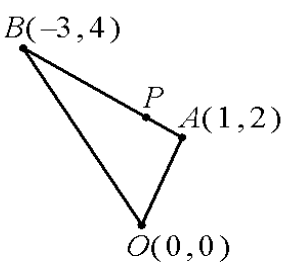
key： $a、b、c、d$ 為有理數，則 $a+b\sqrt{2}=c+d\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a=c \\ b=d \end{cases}$

已知坐標平面上四點 $O, P, A(1, 2), B(-3, 4)$ ，其中 O 為原點，且點 P 在線段 $\overline{AB}$ 上，如圖所示。若 $\triangle OAP$ 的面積： $\triangle OBP$ 的面積=2：7，則點 P 的坐標為何？

(A) $(\frac{1}{9}, \frac{22}{9})$ (B) $(\frac{-19}{9}, \frac{32}{9})$

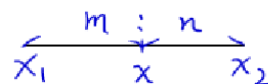
(B)(C) $(\frac{-23}{5}, \frac{24}{5})$ (D) $(\frac{13}{5}, \frac{6}{5})$

【114C18】



Ans：(A)

key：分點公式 $\rightarrow x = \frac{nx_1 + mx_2}{m+n}$ (比例相加當分母，交叉相乘再相加當分子)



※ x 坐標用 x 坐標算， y 坐標用 y 坐標算！

若點 (a, b) 落在第一象限且滿足 $b = -a^2 + 10$ ，則 a^2b 的最大值為何？

(A) 10 (B) 21 (C) 23 (D) 25

【113C08】

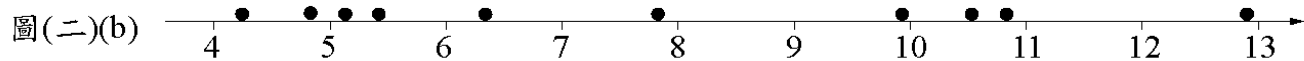
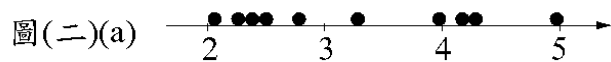
Ans : (D)

key 1 : 配方法 $\rightarrow x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \rightarrow \text{當 } x = -\frac{b}{2a} \text{ 時有極值 } -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

key 2 : 算幾不等式 $\rightarrow$ 若 $a > 0, b > 0$ ，則 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ($a = b$ 時等號成立)

在生成式人工智慧技術中，利用函數變換的概念可將資料的分布狀態作轉換。若有十筆原始資料 x (以 $\bullet$ 表示) 分布在區間 $[2, 5]$ ，如圖(二)(a)，現將此十筆資料經線型函數 $f(x)$ 變換後，其分布區間為 $[4, 13]$ ，如圖(二)(b)，則下列何者可為達成任務的 $f(x)$ ？



- (A) $f(x) = 2x + 4$ (B) $f(x) = 4x - 4$ (C) $f(x) = 3x - 2$ (D) $f(x) = 2x - 3$ 【113C10】

Ans：(C)

key： $f(x) = ax + b \rightarrow$ 找滿足 $\begin{cases} f(2) = 4 \\ f(5) = 13 \end{cases}$ 的 a 、 b

已知 A 、 B 為實數，若不等式 $|Ax+6|\geq B$ 的解為 $x\leq -2$ 或 $x\geq 6$ ，則 $2A+B=?$

(A) -12 (B) -6 (C) 6 (D) 12

【112CII】

Ans : (C)

$$key: x\leq a \text{ 或 } x\geq b \Leftrightarrow \left|x-\frac{a+b}{2}\right|\geq \frac{b-a}{2}$$

公益文教基金會調查技術型高中三年級學生每天手機使用時間介於 3.1 至 4.9 小時之間(含)。

若 x (單位：小時)為其中一位參與調查的技術型高中學生每天手機使用時間，且將上述使用時間範圍用 $|x-a|\leq b$ 來表示，則 $ab=?$

(A) 3.2 (B) 3.6 (C) 3.8 (D) 4.2

【111C03】

Ans：(B)

$$\text{key: } \left| x - \frac{a+b}{2} \right| \leq \frac{b-a}{2} \Leftrightarrow a \leq x \leq b$$

不等式 $5x-4 < x^2 < x+2$ 的解為何？

- (A) $-1 < x < 1$ (B) $-1 < x < 2$ (C) $-2 < x < 1$ (D) $0 < x < 4$

【111C08】

Ans：(A)

key： $(x-a)(x-b) > 0 \Leftrightarrow x < a$ 或 $x > b$ (比小的小或比大的大)

$(x-a)(x-b) < 0 \Leftrightarrow a < x < b$ (介於兩者之間)

若 x 為實數，則 $x^2 - 2 + \frac{9}{x^2 + 2}$ 的最小值為何？

- (A) 2 (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{13}{2}$ (D) 6

【110C20】

Ans：(A)

key：算幾不等式 $\rightarrow$ 若 $a > 0, b > 0$ ，則 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ ($a=b$ 時等號成立)

設 a 、 b 為實數，且不等式 $-x^2+6x+b>0$ 與不等式 $|x+a|<5$ 的解完全相同，則 $a+b=?$

(A) -13 (B) -7 (C) 7 (D) 13

【106C12】

Ans : (D)

$$key : (x-a)(x-b) < 0 \Leftrightarrow a < x < b \Leftrightarrow \left| x - \frac{a+b}{2} \right| < \frac{b-a}{2}$$

已知 a 、 b 為實數，若不等式 $x^2 + ax \leq b$ 之解為 $-5 \leq x \leq 3$ ，則 $a+b = ?$

- (A) -17 (B) -13 (C) 13 (D) 17

【104C01】

Ans : (D)

key : $\alpha < x < \beta \Leftrightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta < 0$

下列方程式所對應的圖形中，何者恆在 x 軸的上方？

(A) $y = 5x^2 - 3x + 1$ (B) $y = 3x^2 + 5x - 1$ (C) $y = x^2 - 5x + 3$ (D) $y = 3x^2 + x - 5$ 【104C02】

Ans : (A)

key : $y = ax^2 + bx + c$ 恆正的條件為 $\begin{cases} \textcircled{1} a > 0 \\ \textcircled{2} b^2 - 4ac < 0 \end{cases}$

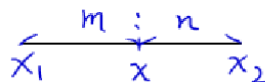
設 $A(0,0)$ 、 $B(2,2)$ 為平面上二點，若 $P(m,n)$ 在線段 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$ ，則 $m+n$ 之值為何？

- (A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 3.5

【103C07】

Ans：(C)

key：分點公式 $\rightarrow x = \frac{nx_1 + mx_2}{m+n}$ (比例相加當分母，交叉相乘再相加當分子)



※ x 坐標用 x 坐標算， y 坐標用 y 坐標算！

設 $x > 0$ ， $y > 0$ ， $x + y = 6$ ，則 xy^2 之最大值為何？

- (A) 16 (B) 18 (C) 25 (D) 32

【103C18】

Ans：(D)

key 1：算幾不等式 $\rightarrow$ 若 $a > 0, b > 0, c > 0$ ，則 $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ ($a=b=c$ 時等號成立)

key 2：以 $y = 6 - x$ 代入得 $f(x) = x(6-x)^2 = x^3 - 12x^2 + 36x$ ，再計算 $f'(x) = 0$ 求極值

下列何者為不等式 $3x^2 - 3x \leq 6$ 之解？

- (A) $x \leq -2$ 或 $x \geq 1$ (B) $-2 \leq x \leq 1$ (C) $-1 \leq x \leq 2$ (D) $x \leq -1$ 或 $x \geq 2$ **【101C01】**

Ans : (C)

key : $(x-a)(x-b) \leq 0 \Leftrightarrow a \leq x \leq b$

設 a 、 b 、 c 為實數，且二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形如圖(二)所示，則點 $P(b^2 - 4ac, abc)$

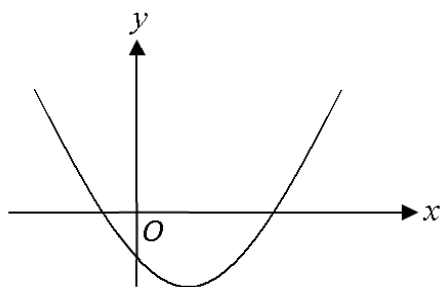
在第幾象限？

(A) 第一象限

(B) 第二象限

(C) 第三象限

(D) 第四象限



圖(二)

【100C10】

Ans : (A)

key : 圖形開口向上 $\rightarrow a > 0$; 圖形與 y 軸交點 $(0, c) \rightarrow c < 0$

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \rightarrow \text{頂點 } V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right) \text{ 在第四象限} \rightarrow (+, -)$$

$$\text{得} \begin{cases} b < 0 \\ b^2 - 4ac > 0 \end{cases}$$

設 a 、 b 為實數，若一元二次不等式 $ax^2 + x + b > 0$ 的解集合為 $\left\{x \mid -\frac{1}{5} < x < \frac{2}{3}, x \text{ 為實數} \right\}$ ，則

$$2a + b = ?$$

- (A) -5 (B) -4 (C) 4 (D) 5

【100C23】

Ans : (B)

key : $\alpha < x < \beta \Leftrightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta < 0$ ，之後再化為 $ax^2 + x + b > 0$ 去比較係數！

平面上兩點 $A(5, -1)$ 、 $B(3, 4)$ 。若 C 點在 y 軸上，且滿足 $\overline{AC} = \overline{BC}$ ，則 C 點坐標為何？

- (A) $(0, -\frac{1}{10})$ (B) $(0, -\frac{1}{15})$ (C) $(0, \frac{1}{15})$ (D) $(0, \frac{1}{10})$ 【98C01】

Ans：(A)

key：平面上 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 兩點間距離公式為 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

※ 坐標差的平方和再開根號