單元 01

坐標系與函數圖形

1-1 實數

重點 有理數與無理數及運算

1. **有理數**：可以表示為分數形式 $\frac{q}{p}$（$p\neq 0$，p、q 均為整數）的數稱為**有理數**。
2. **無理數**：無法以有理數形式表示的數稱為**無理數**。

NOTE 實數是由所有的有理數和無理數所組成。

3. **無理數相等性質**：

若 a、b、c、d、m 皆為有理數，且 $\sqrt{m}$ 為無理數，則：

(1) $a+b\sqrt{m}=0 \Rightarrow a=0$ 且 $b=0$。

(2) $a+b\sqrt{m}=c+d\sqrt{m} \Rightarrow a=c$ 且 $b=d$。

4. **根式的運算**：

(1) a 為任意實數 $\begin{cases}\sqrt{a^2}=|a| \\ (\sqrt{a})^2=a\end{cases}$。

(2) a、$b\geq 0$ 且 m、n 為有理數時，

① $m\sqrt{a}\pm n\sqrt{a}=(m\pm n)\sqrt{a}$。 ② $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$。 ③ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$（$b\neq 0$）。

難易度

01 老師講解 無理數相等性質 學生演練

老師講解	學生演練
若 a、b 為有理數且 $a(3+\sqrt{2})+b\sqrt{2}=6+3\sqrt{2}$，試求 a、b 之值。	若 m、n 為有理數且 $(2+\sqrt{3})m+n(\sqrt{3}-1)=2+4\sqrt{3}$，試求 m、n 之值。

難易度

02 老師講解　**根式運算**　學生演練

化簡 $2\sqrt{27}+3\sqrt{18}+2\sqrt{72}-\sqrt{75}$ 。

化簡 $3\sqrt{6}+2\sqrt{108}-\sqrt{54}-3\sqrt{3}$ 。

重點　算幾不等式

1. **算術平均數和幾何平均數：**

   若 a 、 b 均為非負實數，則 $\dfrac{a+b}{2}$ 稱為 a 、 b 的算術平均數， $\sqrt{ab}$ 稱為 a 、 b 的**幾何平均數**。

2. **算幾不等式：**

   a 、 b 均為非負實數，則 $\dfrac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ ，且等號成立時 $\Leftrightarrow a=b$ 。

難易度

03 老師講解 **算幾不等式** 學生演練

已知 $a>0$、$b>0$ 且 $a+b=12$，試求 ab 之最大值及最大值發生時 a、b 之值。

欲用 20 公尺長繩子圍一個矩形，試求此矩形的最大面積，並求面積最大時長和寬為何？

自我挑戰

1. 若 a、b 為有理數，則 $(2+\sqrt{3})a+(1-5\sqrt{3})b=3+7\sqrt{3}$，求 $a-b=$ ____ 。

2. 化簡 $\sqrt{27}-\sqrt{48}+\sqrt{75}=$ ______ 。

3. 已知 $a>0$、$b>0$ 且 $a\cdot b=12$，則 $3a+b$ 之最小值為 _____ ，當最小值發生時，$a=$ ____ 、$b=$ ____ 。

4. 已知 x 為實數且 $x>1$，求 $x+2+\dfrac{4}{x-1}$ 的最小值為 ____ 。

1-2 絕對值與平面直角坐標系

重點　絕對值、距離和分點坐標

1. **絕對值和距離**

   (1) 數線上一點 A，坐標為 a，則 a 的絕對值（記為 $|a|$）可視為 A 點與原點的距離

   $\therefore |a|=\begin{cases} a，當 a\geq 0 \\ -a，當 a<0 \end{cases}$。

   (2) 數線上兩點 $A(a)$、$B(b)$ 的距離 $\overline{AB}=|a-b|=\begin{cases} a-b，當 a\geq b \\ b-a，當 a<b \end{cases}$。

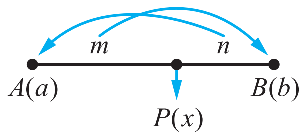
2. **內分點和中點公式**

   (1) 數線上兩點 $A(a)$、$B(b)$ 之間有一內分點 $P(x)$，且 $\overline{AP}:\overline{BP}=m:n$，則 P 點坐標

   $x=\dfrac{mb+na}{m+n}$。

   (2) $A(a)$、$B(b)$ 之中點坐標即為分點公式中 $m=n$ 之特例。

   $\overline{AP}:\overline{BP}=1:1$，則 P 點即為中點坐標 $x=\dfrac{a+b}{2}$。



難易度

01　老師講解　分點和距離　學生演練

已知 $A(-2)$、$B(8)$、$P(x)$、$Q(y)$ 為數線上四點：

(1) 試求 $\overline{AB}$ 距離及 A、B 中點坐標。

(2) 若 P 在 $\overline{AB}$ 之上且 $\overline{AP}:\overline{BP}=2:3$，試求 P 點坐標。

(3) 若 Q 在 $\overline{AB}$ 延長線上且 $\overline{AQ}:\overline{BQ}=5:2$，試求 Q 點坐標。

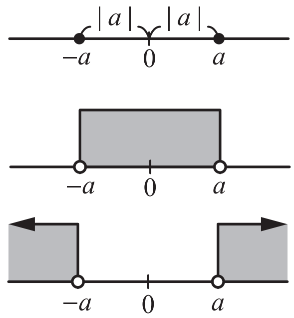
已知 $A(-1)$、$B(3)$、$P(x)$、$Q(y)$ 為數線上四點：

(1) 試求 $\overline{AB}$ 距離及 A、B 中點坐標。

(2) 若 P 在 $\overline{AB}$ 之上且 $\overline{AP}:\overline{BP}=3:4$，試求 P 點坐標。

(3) 若 Q 在 $\overline{AB}$ 延長線上且 $\overline{AQ}:\overline{BQ}=2:3$，試求 Q 點坐標。

重點　絕對值方程式與不等式



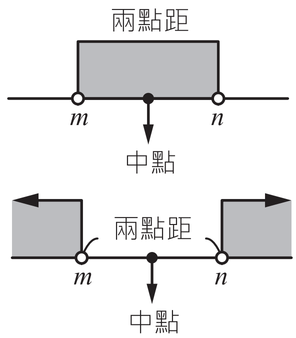
1. $|x|$代表 x 和原點的距離，所以由數線圖可得下列性質：

   (1) $a>0$，$|x|=a \Rightarrow x=\pm a$。

   (2) $a>0$，$|x|<a \Rightarrow -a<x<a$。

   (3) $a>0$，$|x|>a \Rightarrow x>a$ 或 $x<-a$。

NOTE　$|x|\le a$，$|x|\ge a$ 同 2、3 再加上兩端點，將$<$（$>$）改為$\le$（$\ge$），並將數線上點 a 及 $-a$ 改為實心。



2. 由解反推絕對值不等式

   (1) 解為 $m<x<n$ 之絕對值不等式$\Rightarrow |x-\text{中點}|<\dfrac{\text{兩點距}}{2}$。

   (2) 解為 $x>n$ 或 $x<m$ 之絕對值不等式$\Rightarrow |x-\text{中點}|>\dfrac{\text{兩點距}}{2}$。

NOTE　公式中之中點為 m、n 中點，兩點距為 m、n 兩點距離。

難易度

02　老師講解　絕對值方程式與不等式　學生演練

試解下列方程式或不等式：

(1) $|x-1|=2$。

(2) $|2x-1|\ge 3$。

試解下列方程式或不等式：

(1) $|2x+1|=3$。

(2) $|3x-2|<4$。

難易度

03 老師講解 **絕對值不等式** 學生演練

已知不等式$|x-a|<b$之解為$-2<x<8$，試求a、b之值。

已知不等式$|2x-a|\geq b$解為$x\geq 5$或$x\leq -3$，試求a、b之值。

難易度

04 老師講解 **絕對值不等式** 學生演練

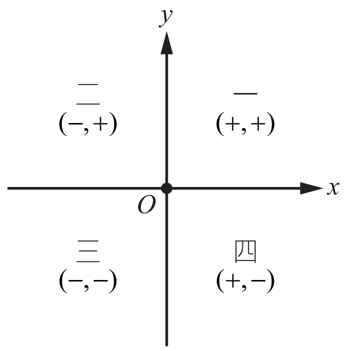
試求滿足$1<|2x-1|\leq 5$的整數解有幾個？

試求滿足$2\leq|3x+1|<8$的整數解有幾個？

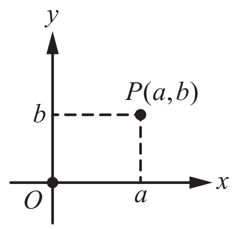
重點　直角坐標系

直角坐標平面

由兩條數線原點重疊垂直擺放所架構出的平面稱為直角坐標平面。水平數線稱為 x 軸，定義向右為正向；垂直數線稱為 y 軸，定義向上為正向。兩軸將平面分成四個區域，如圖（一），稱為第一、二、三、四象限。若平面上的點 P 垂直對應到 x 軸上的數值為 a，垂直對應到 y 軸上的數值為 b，則稱 P 的坐標為 (a,b)，如圖（二）。



圖（一）



圖（二）

$$\begin{cases}\text{若 } P \text{ 在第一象限} \Rightarrow a>0\text{，}b>0\\ \text{若 } P \text{ 在第二象限} \Rightarrow a<0\text{，}b>0\\ \text{若 } P \text{ 在第三象限} \Rightarrow a<0\text{，}b<0\\ \text{若 } P \text{ 在第四象限} \Rightarrow a>0\text{，}b<0\\ \text{若 } P \text{ 在 } x \text{ 軸上} \Rightarrow b=0\\ \text{若 } P \text{ 在 } y \text{ 軸上} \Rightarrow a=0\end{cases}$$

難易度

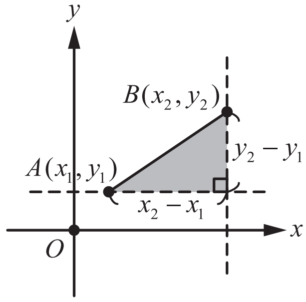
05　老師講解　　坐標象限判斷　　學生演練

若點 $(ab,a-b)$ 在第三象限，則點 $(a^2b,\frac{a}{b})$ 在第幾象限？

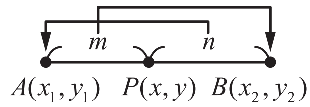
若點 $(a-b,\frac{a^3}{b})$ 在第四象限，則點 $(b-a,ab^2)$ 在第幾象限？

單元 1

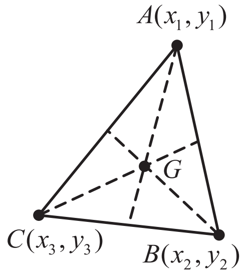
重點　平面距離公式、分點、中點及重心



1. **距離公式**：平面上兩點 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，
   則由畢氏定理可得 A、B 之距離為 $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$。

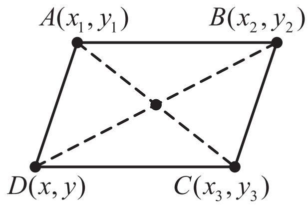


2. **分點坐標**：平面上兩點 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，若 $P(x,y)$ 在 $\overline{AB}$ 之上，
   且 $\overline{PA}:\overline{PB}=m:n$，則 $P(x,y)$ 的坐標為 $(\dfrac{mx_2+nx_1}{m+n},\dfrac{my_2+ny_1}{m+n})$。
3. **中點坐標**：由分點公式中若 $\overline{AP}:\overline{BP}=1:1$，則 P 稱為 A、B 之中點，
   且 $P(x,y)=(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2})$。



4. **重心坐標**：$\triangle ABC$ 三點坐標為 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$、$C(x_3,y_3)$，三條中線交點為 G，則 G 稱為 $\triangle ABC$ 之重心，坐標為
   $(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3})$。

   NOTE　中線為頂點到對邊中點的連線。



5. **平行四邊形性質**：
   平行四邊形 $ABCD$，已知 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$、$C(x_3,y_3)$，
   則 D 的坐標 (x,y) 會滿足 $\begin{cases} x_1+x_3=x+x_2 \\ y_1+y_3=y+y_2 \end{cases}$
   （對角坐標之和相同，$A+C=B+D$）。

   NOTE　平行四邊形對角線互相平分　$\therefore$ A、C 中點即為 B、D 中點。

難易度

06　老師講解　**距離、中點公式**　學生演練

老師講解	學生演練
已知 $A(2,3)$、$B(-2,6)$，試求 A、B 之中點及 $\overline{AB}$ 之值。	已知 $A(-2,4)$、$B(x,y)$，若 A、B 之中點為 $(1,3)$，試求 B 坐標及 $\overline{AB}$ 之值。

難易度

07 老師講解　分點坐標　學生演練

已知 $A(-1,2)$ 、 $B(3,5)$ ， P 點在 $\overline{AB}$ 上且 $2\overline{AP}=3\overline{BP}$ ，試求 P 坐標為何？

已知 $A(2,1)$ 、 $B(4,6)$ ， P 點在 $\overline{AB}$ 延長線上且 $\overline{AP}:\overline{BP}=5:3$ ，試求 P 坐標為何？

難易度

08 老師講解　三角形重心及平行四邊形　學生演練

若平面三點 $A(1,2)$ 、 $B(3,5)$ 、 $C(-1,5)$ ，則：

(1) 試求 $\triangle ABC$ 之重心。

(2) 若 D 為平行四邊形 $ABCD$ 第四頂點，試求 D 坐標。

若平面三點 $A(-1,2)$ 、 $B(4,3)$ 、 $C(5,4)$ ，則：

(1) 若 D 為平行四邊形 $ABCD$ 第四頂點，試求 D 坐標。

(2) 若 $\triangle ABE$ 之重心為 $G(1,-2)$ ，試求 E 坐標。

單元 1

自我挑戰

1. 不等式$|3x-5|<9$的解為整數者共有_____個。

2. 設a、b為實數，若不等式$|x-a|\le b$的解為$-4\le x\le 1$，則$a+b=$_____。

3. 若點$P(k-2,2k+3)$在第二象限，則k的範圍為______________。

4. 已知$A(-1,3)$、$B(9,-12)$，P點在$\overline{AB}$上，且$\overline{AP}:\overline{BP}=3:2$，則$P$點到$(1,-4)$之距離為________。

5. 設一圓之直徑兩端點為$(-7,2)$、$(1,8)$，若圓心O為(h,k)，半徑為r，則$h+k+r=$_____。

6. 平行四邊形$ABCD$中三個頂點為$A(6,3)$、$C(-5,-1)$、$D(-1,6)$，則B點坐標為__________。

1-3　常見的函數圖形

重點　函數及函數值

1. **函數的定義**：當變數y依某特定規則隨x的變化而確定時，則稱y是x的函數，記為$y=f(x)$，其中x稱為自變數，y稱為應變數。亦可視函數為一種對應關係，對每個x值必有唯一一個y值與之對應（x對y：可 1 對 1、多對 1，但不可 1 對多）。
2. **函數值**：
   (1) 函數$y=f(x)$，若$x=a$時，$y=f(a)$，則$f(a)$稱為函數$y=f(x)$在$x=a$的函數值。
   (2) 函數$y=f(x)$，其中x的範圍稱為定義域，函數值y的範圍稱為值域。

難易度 🐾

01　老師講解　**函數定義域**　學生演練

已知 $f(x)=\dfrac{1}{x^2-x-6}$，試求其定義域。

已知 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$，試求其定義域。

單元1

難易度 🐾🐾

02　老師講解　**函數值**　學生演練

已知 $f(x)=\begin{cases}2x & ，x<-1\\ x^2+1 & ，-1\le x<3\\ 4 & ，x\ge 3\end{cases}$，試求下列各式之值：

(1) $f(-2)+f(2)+f(4)$。

(2) $f(f(2))$。

已知 $f(x)=\begin{cases}|x| & ，x<-2\\ x+1 & ，-2\le x\le 2\\ \sqrt{x} & ，x>2\end{cases}$，試求下列各式之值：

(1) $f(-3)+f(0)+f(4)$。

(2) $f(f(4))$。

難易度

03 老師講解 **函數值** 學生演練

若 $f(2x-1)=3x+2$，試求 $f(3)$之值。

若 $f(\frac{x+1}{x-1})=2x+1$，試求 $f(-1)$之值。

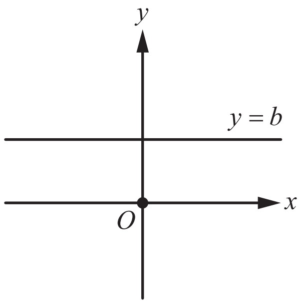
單元 1

重點 線型函數

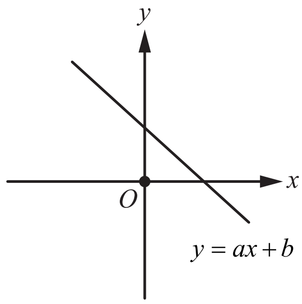
線型函數： $f(x)=ax+b$（a、b 為實數），令 $y=f(x)$，其圖形在坐標平面上呈現為一直線，所以又稱**線型函數**。

(1) $a=0$時，$y=f(x)=b\Rightarrow$稱為**常數函數**，圖形為一水平線，如圖（三）。

(2) $a\neq 0$時，$y=f(x)=ax+b\Rightarrow$稱為**一次函數**，圖形為一斜直線，如圖（四）。



圖（三）



圖（四）

難易度

04 老師講解 **函數值** 學生演練

已知一直線過 $(2,-1)$、$(1,1)$ 二點，若直線亦通過點 $(3,k)$，試求 k 之值。

設一次函數 $y=f(x)=ax+b$，已知 $f(2)=4$、$f(3)=1$，試求 $f(1)$之值。

重點　二次函數

1. **二次函數：** $f(x)=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$），稱為二次函數，令 $y=f(x)$，其圖形在坐標平面上呈現為一開口向上或向下的拋物線。

(1) 開口方向：$a>0$ 開口向上，$a<0$ 開口向下，且 $|a|$ 愈大開口愈小，$|a|$ 愈小開口愈大。

(2) 頂點坐標與極值：$y=f(x)=ax^2+bx+c$ 經由配方法可得 $y=a(x+\dfrac{b}{2a})^2+\dfrac{4ac-b^2}{4a}$，

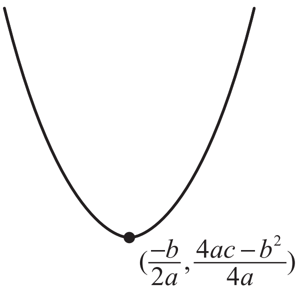
令 $x=\dfrac{-b}{2a}$ 代入 $\Rightarrow y=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$，即為 $f(x)$ 的最大值或最小值，

而 $(\dfrac{-b}{2a},\dfrac{4ac-b^2}{4a})$ 為拋物線的頂點（最高點或最低點）

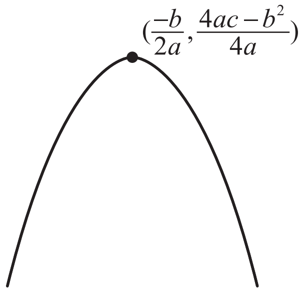
① $a>0$ 時頂點為最低點，$f(\dfrac{-b}{2a})=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$ 即為最小值，如圖（五）。

② $a<0$ 時頂點為最高點，$f(\dfrac{-b}{2a})=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$ 即為最大值，如圖（六）。

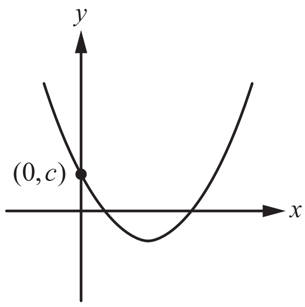
(3) 和 y 軸交點：令 $x=0$ 代入 $\Rightarrow y=f(0)=c$，得圖形和 y 軸交點坐標為 $(0,c)$，如圖（七）。



圖（五）



圖（六）



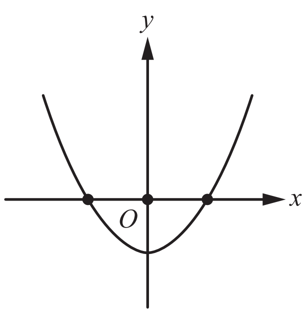
圖（七）

(4) 和 x 軸交點：令 $y=0$ 代入得 $ax^2+bx+c=0$，$D=b^2-4ac$ 為一元二次方程式根之判別式，以 $a>0$（開口向上）為例：

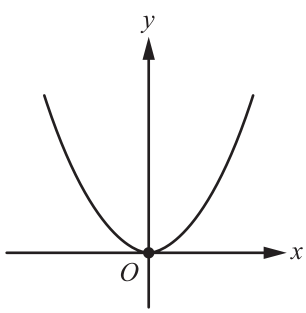
① $D>0$ 表方程式有相異兩實根，拋物線與 x 軸即有兩交點，如圖（八）。

② $D=0$ 表方程式有相同兩實根，拋物線與 x 軸僅有一交點，如圖（九）。

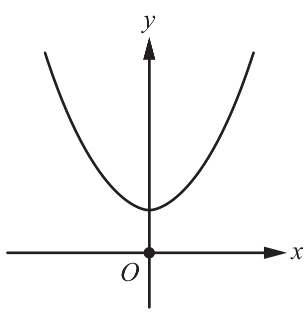
③ $D<0$ 表方程式無實根，拋物線與 x 軸無交點，如圖（十）。



圖（八）



圖（九）



圖（十）

(5) 平移：函數 $y=f(x)=ax^2+bx+c$ 之圖形

向右（左）平移 h 單位 $\Rightarrow$ 將函數中的 x 改為 $x-h$（$x+h$）。

向上（下）平移 k 單位 $\Rightarrow$ 將函數中的 y 改為 $y-k$（$y+k$）。

難易度

05　老師講解　頂點坐標與極值　學生演練

老師講解	學生演練
(1) 試求 $f(x)=2x^2-4x+1$ 的頂點坐標和極值。 (2) 承上題，若 $0\le x\le 3$，試求 $f(x)$ 極值。	(1) 試求 $f(x)=-x^2+2x+5$ 的頂點坐標和極值。 (2) 承上題，若 $-1\le x\le 2$，試求 $f(x)$ 極值。

難易度

06　老師講解　函數平移　學生演練

老師講解	學生演練
將函數 $f(x)=x^2+x-1$ 向右平移 1 單位，再向下平移 2 單位，試求新函數。	將函數 $f(x)=x^2-x+2$ 向左平移 2 單位，再向上平移 1 單位，試求新函數。

難易度

07　老師講解　二次函數圖形判定　學生演練

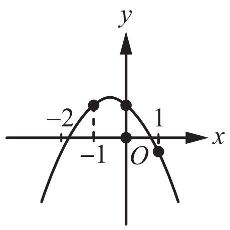
老師講解

已知 $f(x)=ax^2+bx+c$ 圖形如下，試判斷下列各值之正負：

(1) a　(2) b

(3) c　(4) b^2-4ac

(5) $a+b+c$　(6) $a-b+c$。



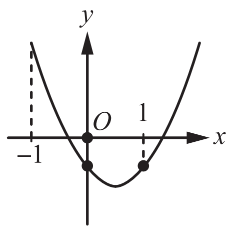
學生演練

已知 $f(x)=ax^2+bx+c$ 圖形如下，試判斷下列各值之正負：

(1) a　(2) b

(3) c　(4) b^2-4ac

(5) $a+b+c$　(6) $a-b+c$。



重點　一元二次不等式

1. **一元二次不等式：**

a、b、c 為實數，$a \neq 0$，則 $ax^2+bx+c \geq 0$、$ax^2+bx+c>0$、$ax^2+bx+c \leq 0$、$ax^2+bx+c<0$ 均稱為一元二次不等式。而滿足不等式的實數 x 稱為不等式的解。

2. **一元二次不等式解法：**

解一元二次不等式，建議必要時先移項使 x^2 係數為正（$a>0$，開口向上），以方便討論。

$y=ax^2+bx+c$（$a>0$）之二次函數由 $D=b^2-4ac$ 可判斷其與 x 軸的交點個數（即 $ax^2+bx+c=0$ 的實數解個數）。

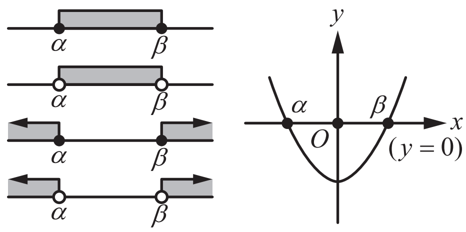
(1) $b^2-4ac>0$ 時 $\Rightarrow ax^2+bx+c=0$ 有兩相異實根 α、β（$\alpha<\beta$），即 $y=ax^2+bx+c$ 和 x 軸（$y=0$）有兩交點，如圖（十一）。

① $ax^2+bx+c \leq 0$ 解為 $\alpha \leq x \leq \beta$。

② $ax^2+bx+c<0$ 解為 $\alpha<x<\beta$。

③ $ax^2+bx+c \geq 0$ 解為 $x \geq \beta$ 或 $x \leq \alpha$。

④ $ax^2+bx+c>0$ 解為 $x>\beta$ 或 $x<\alpha$。



圖（十一）

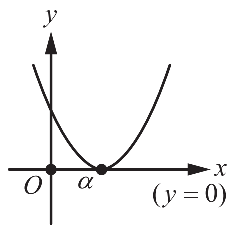
(2) $b^2-4ac=0$ 時 $\Rightarrow ax^2+bx+c=0$ 有重根 α，即 $y=ax^2+bx+c$ 和 x 軸（$y=0$）有一交點，如圖（十二）。

① $ax^2+bx+c \leq 0$ 解為 $x=\alpha$。

② $ax^2+bx+c<0$ 解為無解。

③ $ax^2+bx+c \geq 0$ 解為任意數。

④ $ax^2+bx+c>0$ 解為任意數但 $x \neq \alpha$。

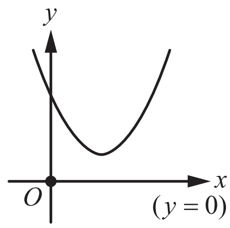


圖（十二）

(3) $b^2-4ac<0$ 時 $\Rightarrow ax^2+bx+c=0$ 無實根，即 $y=ax^2+bx+c$ 和 x 軸（$y=0$）無交點，如圖（十三）。

① $ax^2+bx+c \leq 0$ 和 $ax^2+bx+c<0$ 解均為無實數解。

② $ax^2+bx+c \geq 0$ 和 $ax^2+bx+c>0$ 解均為任意數。



圖（十三）

難易度

08 老師講解　**一元二次不等式**　學生演練

試解下列不等式：

(1) $-x^2-x+2\le 0$ 。　(2) $x^2-4x+4>0$ 。

(3) $x^2+x+2>0$ 。

試解下列不等式：

(1) $x^2-x-1\ge 0$ 。　(2) $x^2-6x+9<0$ 。

(3) $x^2-2x+3\le 0$ 。

難易度

09 老師講解　**一元二次不等式** $b^2-4ac<0$　學生演練

若二次不等式 $ax^2+2x+3>0$ 之解為任意數，試求 a 的範圍。

若二次不等式 $x^2+ax+1\le 0$ 之解為無解，試求 a 的範圍。

難易度

10　老師講解　由解反求不等式　學生演練

若二次不等式 $ax^2+bx+12\le 0$ 的解為 $x\ge 2$ 或 $x\le -3$，試求 a 、 b 之值。

若二次不等式 $ax^2-2x+b<0$ 的解為 $-1<x<2$，試求 a 、 b 之值。

單元 1

重點　分式不等式

1. **分式不等式：**未知數 x 在分母的不等式稱為分式不等式。
2. **分式不等式解法：**

   若 $f(x)$ 、 $g(x)$ 均為多項式：

   (1) $\dfrac{f(x)}{g(x)}>0\Rightarrow f(x)g(x)>0$。

   (2) $\dfrac{f(x)}{g(x)}<0\Rightarrow f(x)g(x)<0$。

   (3) $\dfrac{f(x)}{g(x)}\ge 0\Rightarrow f(x)g(x)\ge 0$，但 $g(x)\ne 0$。

   (4) $\dfrac{f(x)}{g(x)}\le 0\Rightarrow f(x)g(x)\le 0$，但 $g(x)\ne 0$。

難易度

11　老師講解　分式不等式　學生演練

試解分式不等式 $\dfrac{x+2}{x-1}\ge -1$。

試解分式不等式 $\dfrac{2x-3}{x-2}\le 0$。

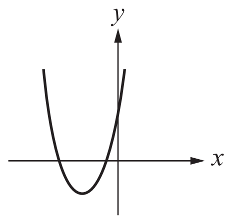
自我挑戰

1. 設 $f(\frac{2x-1}{3x+2})=3x^2-7x+8$，則 $f(\frac{1}{2})=$ ______ 。

2. $f(x)$ 為一線型函數，且圖形通過 $(1,5)$、$(-3,-7)$、$(2,y)$，則 $y=$ ______ 。

3. 二次函數 $y=2x^2+bx+c$ 之頂點坐標為 $(-1,7)$，則 $b+2c=$ ______ 。

4. 設 a、b、c 為實數，且二次函數 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形如右圖所示，則點 $P(b^2-4ac,abc)$ 在第 ______ 象限。



5. 試解下列不等式：

(1) $-2x^2+5x+3>0$ 。 ______

(2) $\frac{x+1}{x-3}>2$ 。 ______

6. 設 k 為實數，若任意實數 x 均使 kx^2+4x+k 恆為正數，則 k 之範圍為 ______ 。

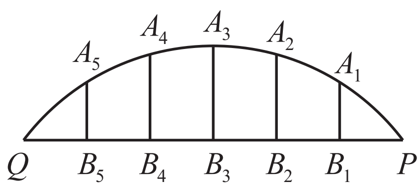
7. 不等式 $ax^2+bx+2\geq 0$ 之解為 $-2\leq x\leq\frac{1}{2}$，則 $a+b$ 之值為 ______ 。

8. 若 $y=f(x)=x^2-x-2$ 圖形和 x 軸交於 P、Q 兩點（P 在 Q 的左側），和 y 軸交於 R 點，頂點為 A，試求：

(1) P、Q、R 坐標為 ______ 。

(2) $\triangle APQ$ 面積為 ______ 。

素 9. 中央公園有一拋物線形拱橋（如右圖），全長（$\overline{PQ}$）為 18 公尺，橋面之最高點 A_3 離湖面 3 公尺，橋下有五根垂直湖面的支柱，且 B_1、B_2、B_3、B_4、B_5 為 $\overline{PQ}$ 的等分點，試問右邊起算第二根支柱露出湖面的長度 $\overline{A_2B_2}$ 為 ______ 公尺。

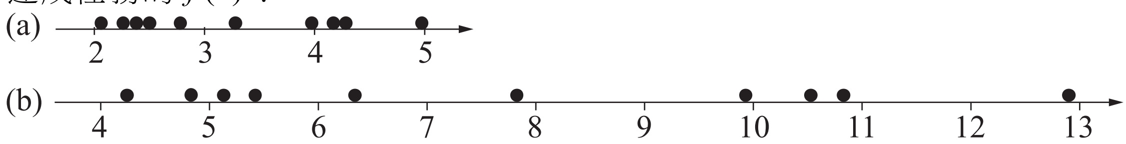


10. 試解不等式 $7x-12<x^2\leq 6x-5$ 。 ______

歷屆試題

(　　) 1. 若點 (a,b) 落在第一象限且滿足 $b=-a^2+10$，則 a^2b 的最大值為何？
(A) 10　(B) 21　(C) 23　(D) 25。　【113(C)，答對率 43%】

(　　) 2. 在生成式人工智慧技術中，利用函數變換的概念可將資料的分布狀態作轉換。若有十筆原始資料 x（以 • 表示）分布在區間 $[2,5]$，如下圖(a)，現將此十筆資料經線型函數 $f(x)$ 變換後，其分布區間為 $[4,13]$，如下圖(b)，則下列何者可為達成任務的 $f(x)$？



(A) $f(x)=2x+4$　(B) $f(x)=4x-4$　(C) $f(x)=3x-2$　(D) $f(x)=2x-3$。
【113(C)，答對率 42%】

(　　) 3. 化簡 $(\frac{1}{\sqrt{2}+1}-1)[(\frac{1}{\sqrt{2}+1})^2+\frac{1}{\sqrt{2}+1}+1]=$？
(A) $6+5\sqrt{2}$　(B) $8-5\sqrt{2}$　(C) $6-5\sqrt{2}$　(D) $-8+5\sqrt{2}$。　【113(C)，答對率 35%】

(　　) 4. 若 n 為整數且二次函數 $f(x)=(n^2-n-12)x^2+6x-3$ 之圖形為開口向下的拋物線，則 n 有幾個解？
(A) 4　(B) 5　(C) 6　(D) 7。　【112(B)，答對率 43%】

(　　) 5. 下列何者正確？
(A)對任意實數 x，$\sqrt[3]{x^3}=x$　(B)對任意實數 x，$\sqrt{4+x^2}=2+x$
(C)對任意實數 x，$\sqrt{x^2}=x$　(D)對任意實數 x，$\sqrt[3]{8-x^3}=2-x$。
【112(C)，答對率 26%】

(　　) 6. 已知 A、B 為實數，若不等式 $|Ax+6|\geq B$ 的解為 $x\leq -2$ 或 $x\geq 6$，則 $2A+B=$？
(A) -12　(B) -6　(C) 6　(D) 12。　【112(C)，答對率 41%】

(　　) 7. 若不等式 $|7x-a|<28$ 之解為 $b<x<5$，則點 (b,a) 屬於哪一象限？
(A) 第一象限　(B) 第二象限　(C) 第三象限　(D) 第四象限。【111(B)，答對率 45%】

(　　) 8. 身高 170 公分的小游去做健康檢查，醫師說：「你的 BMI 要介於 18.5（kg/m²）到 24（kg/m²）之間才符合健康體位，你現在的體重太重了，必須再減 5 公斤才會符合健康體位」。已知計算公式為 $\text{BMI}=\frac{\text{體重(kg)}}{\text{身高}^2(\text{m}^2)}$，則小游現在體重可能為幾公斤？
(A) 74　(B) 75　(C) 76　(D) 77。　【111(B)，答對率 44%】

(　　) 9. 公益文教基金會調查技術型高中三年級學生每天手機使用時間介於 3.1 小時至 4.9 小時之間（含）。若 x（單位：小時）為其中一位參與調查的技術型高中學生每天手機使用時間，且將上述使用時間範圍用 $|x-a|\leq b$ 來表示，則 $ab=$？
(A) 3.2　(B) 3.6　(C) 3.8　(D) 4.2。　【111(C)，答對率 38%】

(　　) 10. 不等式 $5x-4<x^2<x+2$ 的解為何？

(A) $-1<x<1$　(B) $-1<x<2$　(C) $-2<x<1$　(D) $0<x<4$。【111(C)，答對率 42%】

(　　) 11. 已知 A、B、C 三家某知名商店，B 店位於 A 店往西 240 公尺往北 120 公尺處，而 C 店位於 B 店往東 180 公尺往南 40 公尺位置。求 A 店與 C 店的距離為多少公尺？

(A) 100　(B) 120　(C) 140　(D) 160。【110(B)，答對率 42%】

(　　) 12. 若 x 為實數，則 $x^2-2+\dfrac{9}{x^2+2}$ 的最小值為何？

(A) 2　(B) $\dfrac{5}{2}$　(C) $\dfrac{13}{2}$　(D) 6。【110(C)，答對率 43%】

(　　) 13. 若點 A 與點 B 在數線上的坐標分別是 -1 與 5，則線段 $\overline{AB}$（包含兩端點，如右圖所示）是下列哪一個不等式之解的圖形？

(A) $|x-1|\le 4$　(B) $|x+1|\le 5$　(C) $x^2-4x-5\le 0$

(D) $x^2+6x+5\le 0$。【109(B)，答對率 56%】

(　　) 14. 已知 $A(-1,4)$、$B(5,4)$ 為坐標平面上兩點。若拋物線 $H: y=C(x-h)^2$ 通過 A、B 兩點，則 $C+h=$？

(A) $\dfrac{13}{5}$　(B) $\dfrac{22}{9}$　(C) $\dfrac{18}{7}$　(D) $\dfrac{17}{4}$。【109(B)，答對率 28%】

(　　) 15. 設 a 為實數，若 $ax^2-2ax+2a+3<0$ 的解為任意實數，則下列何者正確？

(A) $a<-3$　(B) $-3<a<0$　(C) $0<a<3$　(D) $a>3$。【108(A)，答對率 23%】

(　　) 16. 若拋物線 $y=ax^2+b$ 開口向上且與 x 軸沒有交點，則下列敘述何者正確？

(A) $a>0$，$b>0$　(B) $a>0$，$b<0$　(C) $a<0$，$b>0$　(D) $a<0$，$b<0$。

【108(B)，答對率 43%】

(　　) 17. 若一元二次不等式 $ax^2+bx-6\ge 0$ 的解為 $2\le x\le 3$，則數對 (a,b) 為下列何者？

(A) $(-1,-5)$　(B) $(-1,5)$　(C) $(1,-5)$　(D) $(1,5)$。【107(B)，答對率 50%】

(　　) 18. 若一元二次不等式 $x^2-2x-3<0$ 的解為 $a<x<b$，則 $a+b$ 之值為何？

(A) -3　(B) -1　(C) 2　(D) 3。【106(B)，答對率 57%】

(　　) 19. 設直線 $2x+y=11$ 與拋物線 $y=x^2-4$ 在第二象限的交點為 A，在第一象限的交點為 B，若 $\overline{AB}$ 上一點 P 滿足 $\overline{AP}:\overline{BP}=2:1$，則 P 點坐標為何？

(A) $(\frac{1}{3},\frac{31}{3})$　(B) $(-2,26)$　(C) $(-1,13)$　(D) $(-\frac{7}{3},\frac{47}{3})$。【106(C)，答對率 40%】

(　　) 20. 設 a、b 為實數，且不等式 $-x^2+6x+b>0$ 與不等式 $|x+a|<5$ 的解完全相同，則 $a+b=$？

(A) -13　(B) -7　(C) 7　(D) 13。【106(C)，答對率 32%】