一、單選題(43 小題)

1. (　　)已知實數 x 滿足 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & 5 & -3 \\ x^2 & 25 & 9 \end{vmatrix}=0$，則 x 值可能為　(A)-3　(B)-2　(C)3　(D)4

2. (　　)空間中三點 $A(-1,1,2)$、$B(1,0,1)$、$C(1,2,3)$，下列敘述何者正確？　(A)$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=(0,4,4)$　(B)$\overrightarrow{AB}$和$\overrightarrow{AC}$所張之平行四邊形面積$=4$平方單位　(C)$\triangle ABC$面積$=4\sqrt{2}$平方單位　(D)長度為 1 且同時垂直$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$之向量為$\pm\left(0,-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

3. (　　)已知 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}=5$，則 $\begin{vmatrix} a+b+c & b & c \\ a+b+c & c & a \\ a+b+c & a & b \end{vmatrix}=$

   (A)10　(B)15　(C)5　(D)0

4. (　　)若實數 x 滿足行列式 $\begin{vmatrix} 1-x & 2 & 0 \\ 4 & 6-2x & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}=4$，則 $\begin{vmatrix} 2 & 3-x & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1-x & -1 & -1 \end{vmatrix}=$　(A)4　(B)-4　(C)8

   (D)-8

5. (　　)三階行列式 $\begin{vmatrix} 101 & 102 & 103 \\ 201 & 202 & 203 \\ 301 & 302 & 304 \end{vmatrix}$ 之值為何？　(A)-202　(B)-201　(C)-101　(D)-100

6. (　　)設$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$是空間中二個不平行的非零向量，且非零向量$\overrightarrow{n}$滿足$\overrightarrow{n}\perp\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{n}\perp\overrightarrow{b}$。(i)$3\overrightarrow{a}\perp(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})$　(ii)$\overrightarrow{b}\cdot(\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a})=0$　(iii)$3\overrightarrow{a}+4\overrightarrow{b}=s(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})$，$s$ 是一個實數　(iv)$\overrightarrow{n}=t(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})$，$t$ 是一個實數。以上敘述正確的有幾個？　(A)1　(B)2　(C)3　(D)4

7. (　　)已知三階行列式 $\begin{vmatrix} a_1-2b_1-3c_1 & a_1-2c_1 & a_1 \\ a_2-2b_2-3c_2 & a_2-2c_2 & a_2 \\ a_3-2b_3-3c_3 & a_3-2c_3 & a_3 \end{vmatrix}=8$，則 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=$？　(A)$-4$　(B)-2　(C)2

   (D)4

8. (　　)求三階行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & x^2 \\ 1 & 10 & 121 \end{vmatrix}=0$ 所有解的和為何？　(A)11　(B)$\frac{34}{3}$　(C)12　(D)$\frac{40}{3}$

9. (　　)若$\overrightarrow{a}=(2,-1,3)$、$\overrightarrow{b}=(3,-1,1)$、$\overrightarrow{u}=(x,y,z)\neq\overrightarrow{0}$，且$\overrightarrow{u}\perp\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{u}\perp\overrightarrow{b}$，則下列敘述何者正確？　(A)$x:y:z=2:7:(-1)$　(B)$x:y:z=1:2:7$　(C)$\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{z(x^2+y^2+z^2)}=4$

   (D)$\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{z(x^2+y^2+z^2)}=\frac{4}{7}$

10. (　　)行列式 $\begin{vmatrix} 21 & 22 & 23 \\ 31 & 32 & 33 \\ 41 & 42 & 43 \end{vmatrix}$ 的值為　(A)0　(B)234　(C)531　(D)46

11. (　　)關於行列式的性質，下列敘述何者正確？　(A)$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}=-\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix}$　(B)$\begin{vmatrix} a & b & 0 \\ d & e & 1 \\ g & h & 0 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix}$

(C)$\begin{vmatrix} 0 & b & 0 \\ d & e & f \\ 0 & h & 0 \end{vmatrix}=0$ (D)$\begin{vmatrix} a & 0 & c \\ 0 & e & 0 \\ g & 0 & i \end{vmatrix}=0$

12. (　　)已知$\overrightarrow{OA}=(2,0,1)$，$\overrightarrow{OB}=(1,1,2)$，$\overrightarrow{OC}=(-1,3,-1)$，則由此三個向量所展成的平行六面體體積為 (A)10 (B)12 (C)15 (D)20

13. (　　)若行列式$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=2$，則$\begin{vmatrix} a_1 & c_1+a_1 & b_1-2c_1 \\ a_2 & c_2+a_2 & b_2-2c_2 \\ a_3 & c_3+a_3 & b_3-2c_3 \end{vmatrix}=$ (A)-4 (B)-2 (C)2 (D)4

14. (　　)設$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$是空間中相異的非零向量，且$\overrightarrow{a}\cdot(\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{c})=6$，則$(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{c})\cdot(\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{c})=$ (A)0 (B)6 (C)12 (D)-6

15. (　　)若三階行列式$\begin{vmatrix} x & 13 & 16 \\ 11 & 14 & 17 \\ 12 & 15 & 18 \end{vmatrix}$之值為 3，則三階行列式$\begin{vmatrix} x+2 & 13 & 16 \\ 11 & 14 & 17 \\ 12 & 15 & 18 \end{vmatrix}$之值為 (A)$-5$ (B)-3 (C)3 (D)5

16. (　　)設$\overrightarrow{a}=(1,-1,-1)$，$\overrightarrow{b}=(1,-2,1)$，$\overrightarrow{c}=(3,y,1)$，若$\overrightarrow{c}\perp\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{c}\perp\overrightarrow{b}$，則$y=$ (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

17. (　　)設a、b、c為實數，若$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}=12$且$\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix}=156$，則$\begin{vmatrix} 1 & a+1 & a^2(a+1) \\ 1 & b+1 & b^2(b+1) \\ 1 & c+1 & c^2(c+1) \end{vmatrix}=$ (A)13 (B)144 (C)168 (D)286

18. (　　)設$\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 3 \\ 3 & x-1 & 2 \\ 2 & 3 & x-1 \end{vmatrix}$的展開式為多項式$f(x)$，下列敘述何者**錯誤**？ (A)$f(x)$為三次式 (B)$f(4)=0$ (C)$f(0)=52$ (D)$f(x)=0$之實根為 -4

19. (　　)空間中三向量$\overrightarrow{a}=(-2,1,1)$、$\overrightarrow{b}=(1,3,-1)$、$\overrightarrow{c}=(-2,3,0)$所張之平行六面體體積為 (A)4 (B)5 (C)6 (D)7

20. (　　)$\overrightarrow{a}=(5,4,-3)$與$\overrightarrow{b}=(-2,-1,6)$所圍成之平行四邊形面積最接近 (A)16 (B)17 (C)32 (D)34

21. (　　)設$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}=3$，則$\begin{vmatrix} a+b+c & b & c \\ a+b+c & c & a \\ a+b+c & a & b \end{vmatrix}=$ (A)3 (B)-3 (C)6 (D)0

22. (　　)設$\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$是空間中三個不共平面的非零向量，下列敘述有幾個正確？

(i)$(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})\cdot(\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$

(ii)$|\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}|=\sqrt{|\overrightarrow{a}|^2|\overrightarrow{b}|^2-(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b})^2}$

(iii)由$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$所展成的平行六面體體積為$|\overrightarrow{a}\cdot(\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{c})|$

(iv)$\overrightarrow{a}\times(2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})=\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$

(A)1 (B)2 (C)3 (D)4

23. (　　)設$\overrightarrow{a}=(1,-1,-1)$、$\overrightarrow{b}=(1,-2,1)$、$\overrightarrow{c}=(3,y,1)$，且$\overrightarrow{c}\neq\overrightarrow{0}$，若$\overrightarrow{c}\perp\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{c}\perp\overrightarrow{b}$，則$y=$

(A)1　(B)2　(C)3　(D)4

24. (　　) 設 b_1、b_2、b_3、c_1、c_2 及 c_3 均為實數，若二階行列式 $\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}=13$，$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}=7$，

$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}=2$，則三階行列式 $\begin{vmatrix} 1 & b_1 & c_1 \\ 2 & b_2 & c_2 \\ 3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=$　(A)5　(B)13　(C)25　(D)33

25. (　　) 設 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ p & q & r \end{vmatrix}=2$，$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ x & y & z \end{vmatrix}=3$，則 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 5p-2x & 5q-2y & 5r-2z \end{vmatrix}=$　(A)2　(B)4　(C)6　(D)8

26. (　　) 若 x、y、z 為相異實數，則三階行列式 $\begin{vmatrix} x+y & x-y & x \\ y+z & y-z & y \\ z+x & z-x & z \end{vmatrix}=$？　(A)0　(B) $(x-y)(y-z)(z-x)$　(C) $(x^2-y^2)(y^2-z^2)(z^2-x^2)$　(D) $(x-y)^2(y-z)^2(z-x)^2$

27. (　　) 行列式 $\begin{vmatrix} 43 & 86 & 172 \\ 0 & 18 & 36 \\ -1 & 4 & 18 \end{vmatrix}=$　(A)6192　(B)6292　(C)7740　(D)7840

28. (　　) 若兩個三階行列式的和 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & a & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & a & 2 \\ 4 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ 之值為 20，則 $a=$　(A) $\frac{1}{2}$　(B)2　(C) $\frac{5}{2}$　(D)3

29. (　　) 有一力之向量 $\overrightarrow{AB}=(-1,-2,1)$ 及力臂 $\overrightarrow{AC}=(0,-5,-5)$，則力矩 $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=(x,y,z)$ 向量，$x:y:z$ 為　(A) $3:(-1):1$　(B) $3:1:(-1)$　(C) $3:1:1$　(D) $3:(-1):(-1)$

30. (　　) 小銘使用六角扳手旋轉螺帽，若以六角扳手 L 形轉彎處作為空間坐標系的原點，測得支點到施力點的向量 $\overrightarrow{r}=(1,2,-3)$，作用力 $\overrightarrow{F}=(2,0,-1)$，則小銘使用扳手產生的力矩大小為（提示：力矩 $\overrightarrow{M}=\overrightarrow{r}\times\overrightarrow{F}$）　(A) $3\sqrt{10}$　(B) $10\sqrt{3}$　(C) $3\sqrt{5}$　(D) $5\sqrt{3}$

31. (　　) 已知 $\begin{vmatrix} 1 & a & x \\ 1 & b & y \\ 1 & c & z \end{vmatrix}=3$，則 $\begin{vmatrix} a+x & 1 & x \\ b+y & 1 & y \\ c+z & 1 & z \end{vmatrix}=$

(A)3　(B)−3　(C)0　(D)1

32. (　　) 有一建築物，由三向量 $\overrightarrow{a}=(2,2,1)$，$\overrightarrow{b}=(2,-1,1)$，$\overrightarrow{c}=(1,3,1)$ 所展成之平行六面體的體積為多少立方單位？　(A)3　(B)4　(C)5　(D)6

33. (　　) 設 $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & -5 & 25 \\ 1 & x & x^2 \end{vmatrix}=0$，則 x 所有解之和為　(A) -2　(B)2　(C)5　(D)9

34. (　　) 三階行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & x^2 \\ 1 & 10 & 121 \end{vmatrix}=0$ 之所有解的和為　(A)11　(B) $\frac{34}{3}$　(C)12　(D) $\frac{40}{3}$

35. (　　) 設空間中三個相異的非零向量 $\overrightarrow{OA}=(x_1,y_1,z_1)$、$\overrightarrow{OB}=(x_2,y_2,z_2)$、$\overrightarrow{OC}=(x_3,y_3,z_3)$，且

$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = k$，若 O、A、B、C 四點共平面，則 $k=$　(A)0　(B)1　(C)2　(D)3

36. (　　)已知空間中三點 $A(1,-1,3)$、$B(2,1,2)$、$C(2,-2,3)$，則 $\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right| =$

(A)3　(B)$\sqrt{10}$　(C)$\sqrt{11}$　(D)$\sqrt{13}$

37. (　　)設 $\begin{vmatrix} x+1 & x+3 & x+5 \\ x+3 & x+5 & x+1 \\ x+5 & x+1 & x+3 \end{vmatrix} = 0$，則 $x=$　(A)0　(B)-1　(C)-3　(D)-5

38. (　　)已知 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ p & q & r \\ x & y & z \end{vmatrix} = 5$，則 $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ q+r & r+p & p+q \\ y+z & z+x & x+y \end{vmatrix} =$　(A)5　(B)10　(C)15　(D)0

39. (　　)設 a、b、c 均為實數，若 $(a-b)(b-c)(c-a)=-2$，則 $\begin{vmatrix} 2a & b & b \\ 6c & 3c & 3b \\ 2c-2a & c-a & c-a \end{vmatrix}$ 之值為何？

(A)-12　(B)-6　(C)6　(D)12

40. (　　)已知空間中四點 $A(1,4,-1)$、$B(3,4,1)$、$C(4,2,1)$ 及 $D(k,2,2)$ 共平面，則實數 k 之值為

(A)2　(B)3　(C)4　(D)5

41. (　　)空間中四點 $A(3,2,1)$、$B(5,3,1)$、$C(4,3,3)$、$D(7,4,k)$，若向量 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{AD}$ 所展成的平行六面體體積為 6 且 $k<0$，則 k 值為　(A)-3　(B)-4　(C)-5　(D)-6

42. (　　)已知 $\Delta = \begin{vmatrix} 1-x & 2 & 3 \\ 1 & 2-x & 3 \\ 1 & 2 & 3-x \end{vmatrix}$，則 Δ 與下列哪一式**不恆等**？　(A)$\begin{vmatrix} 6-x & 2 & 3 \\ 6-x & 2-x & 3 \\ 6-x & 2 & 3-x \end{vmatrix}$　(B)

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2-x & 3 \\ 1 & 2 & 3-x \end{vmatrix}$　(C)$(6-x)\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -x & 0 \\ 0 & 0 & -x \end{vmatrix}$　(D)$x^2(6-x)$

43. (　　)已知 $\begin{vmatrix} 2 & a & 0 \\ 1 & b & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2$，則 $\begin{vmatrix} 2 & a+1 & 0 \\ 1 & b & -1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$　(A)-1　(B)0　(C)1　(D)2

二、填充題(24 小題)

1. 空間中有三點 $A(2,1,3)$、$B(1,0,2)$、C 在 z 軸上，則△ABC 面積之最小值為____________。

2. 若 $\overrightarrow{a}=(5,3,8)$、$\overrightarrow{b}=(2,-2,5)$、$\overrightarrow{c}=(k,k,0)$ 所展成之平行六面體之體積為 176，則 $k=$ ____________。

3. 設 $\overrightarrow{a}=(4,-1,3)$，$\overrightarrow{b}=(-2,1,-2)$，單位向量 $\overrightarrow{u}$ 滿足 $\overrightarrow{u}\perp\overrightarrow{a}$ 且 $\overrightarrow{u}\perp\overrightarrow{b}$，則 $\overrightarrow{u}=$____________。

4. 求行列式 $\begin{vmatrix} 30 & -71 & 101 \\ 40 & -81 & 121 \\ 50 & -91 & 141 \end{vmatrix}$ 之值為____________。

5. 已知 $\overrightarrow{a}=(3,-1,2)$，$\overrightarrow{b}=(2,1,2)$，求 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 為鄰邊所圍成的平行四邊形面積為____________平方單位。

6. 設 $A(0,1,0)$、$B(2,3,4)$、$C(-1,-1,2)$、$D(-1,0,3)$ 為空間中四點，求由 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{AD}$ 所展成的平行六

面體體積為____________立方單位。

7. 設 a 、 b 、 c 為實數，若 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}=12$ 且 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix}=156$ ，則 $\begin{vmatrix} 1 & a+1 & a^2(a+1) \\ 1 & b+1 & b^2(b+1) \\ 1 & c+1 & c^2(c+1) \end{vmatrix}=$____________。

8. 已知 $\overrightarrow{a}=(3,-1,2)$ ， $\overrightarrow{b}=(2,1,2)$ ，試求 $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=$____________。

9. 若行列式 $\begin{vmatrix} a & 1 & d \\ b & 1 & e \\ c & 1 & f \end{vmatrix}=2$ ，試求 $\begin{vmatrix} 2a & -3 & 4d \\ 2b & -3 & 4e \\ -10c & 15 & -20f \end{vmatrix}$ 之值為____________。

10. 解方程式 $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix}=0$ ，則 $x=$____________。

11. 已知 $\overrightarrow{a}=(3,2,4)$ 和 $\overrightarrow{b}=(6,5,7)$ ，則由 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 為鄰邊所圍成的平行四邊形面積為____________平方單位。

12. 已知 $\overrightarrow{a}=(-6,-5,-4)$ ， $\overrightarrow{b}=(1,2,1)$ ，則 $\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}=$____________。

13. 已知空間中三點 $A(1,2,5)$ 、 $B(9,0,3)$ 、 $C(5,2,3)$ ，則 $\triangle ABC$ 面積為____________平方單位。

14. 設 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}=3$ 、 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ l & m & n \end{vmatrix}=2$ ，則 $\begin{vmatrix} 2a & 2b & 2c \\ d & e & f \\ g+3l & h+3m & k+3n \end{vmatrix}=$____________。

15. 行列式 $\begin{vmatrix} 4 & 12 & 20 \\ -26 & -13 & -39 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}=$____________。

16. 已知空間中不共平面的三向量 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{c}$ ，若 $\left|\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}\right|=13$ ， $\overrightarrow{c}=(4,2,4)$ ，且 $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{c}$ 的夾角為 45° ，則 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{c}$ 所展成的平行六面體體積為____________立方單位。

17. 已知 $\overrightarrow{a}=(3,-1,2)$ ， $\overrightarrow{b}=(2,1,2)$ ，且 $\overrightarrow{n}=(\alpha,2,\beta)$ 同時與 $\overrightarrow{a}$ 和 $\overrightarrow{b}$ 垂直，則 $\alpha+\beta=$____________。

18. 已知 $\begin{vmatrix} a & d & 1 \\ b & e & 1 \\ c & f & 1 \end{vmatrix}=5$ ，則行列式 $\begin{vmatrix} -3 & a-d & d \\ -3 & b-e & e \\ -3 & c-f & f \end{vmatrix}$ 的值為____________。

19. 設 b_1 、 b_2 、 b_3 、 c_1 、 c_2 及 c_3 均為實數，若二階行列式 $\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}=10$ ， $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}=4$ ， $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}=1$ ，則三階行列式 $\begin{vmatrix} 1 & b_1 & c_1 \\ 2 & b_2 & c_2 \\ 3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=$____________。

20. 已知 $\overrightarrow{n}=(\alpha-3,10,\beta+5)$ 同時與 $\overrightarrow{a}=(1,7,-2)$ 和 $\overrightarrow{b}=(2,-5,1)$ 垂直，則 $\alpha-\beta=$____________。

21. 三階行列式 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix}$ 可化簡為____________。

22. 已知 $\overrightarrow{n}$ 與 $\overrightarrow{AB}=(2,5,4)$ 、 $\overrightarrow{AC}=(-1,2,3)$ 均垂直，若 $|\overrightarrow{n}|=\sqrt{920}$ ，則 $\overrightarrow{n}=$____________。

23. 已知一向量 $\overrightarrow{n}=(a,b,c)$ 且 a、b、c 均為非負實數，若 $\overrightarrow{n}$ 同時與 $\overrightarrow{a}=(-4,3,0)$ 和 $\overrightarrow{b}=(4,-3,2)$ 垂直，

且$\left|\overrightarrow{n}\right|=30$，則$\dfrac{a+c}{b}=$____________。

24. $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2-bc \\ 1 & b & b^2-ca \\ 1 & c & c^2-ab \end{vmatrix}=$____________。

三、計算題(54 小題)

1. 阿成使用扳手箍緊螺帽，若以支點（螺帽重心）作為空間坐標系的原點，測得支點到施力點的向量$\overrightarrow{r}=(1,2,-2)$，作用力$\overrightarrow{F}=(0,-1,5)$，試求阿成使用扳手產生的力矩。（提示：力矩$\overrightarrow{M}=\overrightarrow{r}\times\overrightarrow{F}$）
2. 試利用行列式的性質求下列各三階行列式的值：
(1) $\begin{vmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 11 & 22 & 33 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 14 & 15 & 16 \\ 17 & 18 & 19 \end{vmatrix}$
3. 已知$\overrightarrow{a}=(4,-3,5)$，$\overrightarrow{b}=(-1,0,-2)$，試求$\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$與$\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}$。
4. 已知$\overrightarrow{a}=(1,2,3)$，$\overrightarrow{b}=(3,-1,2)$，試求$\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$與$\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}$。
5. 試利用降階法求下列各三階行列式的值：
(1) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 6 & 8 & 2 \\ -8 & -6 & 5 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 3 & 7 & 6 \\ 3 & 8 & 3 \end{vmatrix}$
6. 已知$\overrightarrow{n}=(\alpha,\beta,6)$同時與$\overrightarrow{a}=(1,2,0)$和$\overrightarrow{b}=(1,4,-1)$垂直，試求$\overrightarrow{n}$。
7. 試利用降階法求下列各三階行列式的值：
(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 9 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 14 \\ 2 & 2 & -7 \\ 3 & 4 & -7 \end{vmatrix}$
8. 已知$\overrightarrow{n}=(6,\alpha,\beta)$同時與$\overrightarrow{a}=(2,0,-3)$和$\overrightarrow{b}=(1,-2,1)$垂直，試求$\alpha+\beta$。
9. 已知$\overrightarrow{a}=(4,-5,2)$和$\overrightarrow{b}=(1,-2,2)$，試求由$\overrightarrow{a}$與$\overrightarrow{b}$為鄰邊所圍成的平行四邊形面積。
10. 已知$\overrightarrow{a}=(1,1,-2)$和$\overrightarrow{b}=(0,6,-2)$，試求由$\overrightarrow{a}$與$\overrightarrow{b}$為鄰邊所圍成的平行四邊形面積。
11. 試求由$\overrightarrow{a}=(1,3,2)$，$\overrightarrow{b}=(7,5,2)$，$\overrightarrow{c}=(0,2,8)$所展成的平行六面體體積。
12. 已知$\overrightarrow{n}=(\alpha+1,\beta-2,2)$同時與$\overrightarrow{a}=(1,0,3)$和$\overrightarrow{b}=(-1,1,2)$垂直，試求$\overrightarrow{n}$。
13. 已知空間中三點$A(1,2,3)$、$B(2,3,4)$、$C(4,3,2)$，試求$\triangle ABC$面積。
14. 已知$\overrightarrow{a}=(1,-2,-1)$，$\overrightarrow{b}=(-2,4,1)$，試求$\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$與$\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}$。
15. 已知$\overrightarrow{a}=(1,0,2)$，$\overrightarrow{b}=(2,-2,-1)$，試求由$\overrightarrow{a}$與$\overrightarrow{b}$為鄰邊所圍成的平行四邊形面積。
16. 已知空間中三點$O(0,0,0)$、$A(3,1,2)$、$B(2,-1,3)$，試求$\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}$與$\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OA}$。
17. 已知$\overrightarrow{a}=(3,1,2)$，$\overrightarrow{b}=(2,-1,3)$，試求由$\overrightarrow{a}$與$\overrightarrow{b}$為鄰邊所圍成的平行四邊形面積。

18. 試利用行列式的性質求下列各三階行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 11 & 22 & 33 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$　(2) $\begin{vmatrix} 10 & 20 & 40 \\ 37 & 53 & 91 \\ 11 & 22 & 44 \end{vmatrix}$

19. 已知 $\overrightarrow{n}=(6,\alpha-4,\beta+3)$ 同時與 $\overrightarrow{a}=(4,-1,3)$ 和 $\overrightarrow{b}=(2,3,-3)$ 垂直，試求 $\alpha+\beta$ 之值。

20. 試利用降階法求下列各三階行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 5 \end{vmatrix}$　(2) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

21. 試利用降階法求下列各三階行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 8 & 4 \\ 4 & 9 & 5 \end{vmatrix}$　(2) $\begin{vmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 12 & 4 & 5 \\ 30 & 1 & 8 \end{vmatrix}$

22. 試利用行列式的性質求下列各三階行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} 7 & 14 & 21 \\ 6 & 12 & 18 \\ 3 & 3 & 2 \end{vmatrix}$　(2) $\begin{vmatrix} 3 & 12 & 15 \\ 8 & 16 & 40 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

23. 試利用行列式的性質求下列各三階行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} 3 & 9 & 12 \\ 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 8 \end{vmatrix}$　(2) $\begin{vmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 3 & 4 & 5 \\ 23 & 24 & 25 \end{vmatrix}$

24. 設 $A(1,-1,0)$、$B(0,1,0)$、$C(2,3,4)$、$D(-1,1,3)$ 為空間中四點，試求由 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{AD}$ 所展成的平行六面體體積。

25. 試利用降階法求下列各三階行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 1 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 9 \end{vmatrix}$　(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 14 \\ 2 & 2 & 7 \\ 3 & 4 & 7 \end{vmatrix}$

26. 已知 $\begin{vmatrix} x & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}=-1$，試求 $\begin{vmatrix} 4-x & 2 & 1 \\ -5 & 3+x & 2 \\ 1 & 2 & x \end{vmatrix}$ 之值。

27. 已知 $\overrightarrow{n}=(2,\alpha,\beta)$ 與 $\overrightarrow{a}=(2,-1,0)$ 和 $\overrightarrow{b}=(4,0,1)$ 均垂直，試求 $\alpha+\beta$。

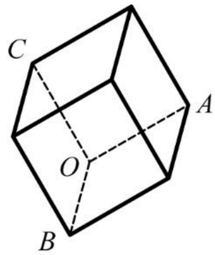
28. 設 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 為空間中之相異非零向量，試求 $(\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b})\cdot(2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})$ 的值。

29. 已知 $A(0,0,0)$、$B(2,2,1)$、$C(2,-1,1)$、$D(1,3,1)$ 為空間中四點。試求

(1) 由 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$ 所圍成之平行四邊形的面積。

(2) 由 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$ 與 $\overrightarrow{AD}$ 所展成之平行六面體的體積。

30. 附圖中，已知 $O(0,0,0)$、$A(2,2,-1)$、$B(1,-2,-2)$、$C(x,y,z)$是正立方體的四個頂點，且 $z>0$，試求 C 點坐標。



31. 空間中，設 $\overrightarrow{u}=(1,2,-2)$，若非零向量 $\overrightarrow{v}$ 滿足 $|\overrightarrow{u}\times\overrightarrow{v}|=3|\overrightarrow{v}|$，試求 $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$ 的值。

32. 試利用降階法求下列各三階行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix}1&3&5\\-2&1&-6\\3&6&2\end{vmatrix}$　　(2) $\begin{vmatrix}4&-2&1\\8&3&5\\20&1&6\end{vmatrix}$

33. 試求由 $\overrightarrow{a}=(1,3,5)$，$\overrightarrow{b}=(3,1,2)$，$\overrightarrow{c}=(2,4,6)$所展成的平行六面體體積。

34. 已知 $\overrightarrow{a}=(2,-1,0)$，$\overrightarrow{b}=(4,-1,-1)$，試求由 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 為鄰邊所圍成的平行四邊形面積。

35. 試求由 $\overrightarrow{a}=(1,2,1)$，$\overrightarrow{b}=(2,-1,2)$，$\overrightarrow{c}=(3,4,2)$所展成的平行六面體體積。

36. 已知 $\overrightarrow{a}=(1,2,3)$，$\overrightarrow{b}=(4,5,6)$，試求 $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}$。

37. 科幻影片中，常常出現使用機械手臂代替真人操作的情景。操作時，需輸入一些指令來使機械手臂正確的朝我們想要進行的方向前進，再透過細微手動調整機械手臂到達位置。已知控制機械手臂可能前進方向的向量為 $\overrightarrow{n}$，輸入指令之向量為 $\overrightarrow{a}=(1,1,3)$、$\overrightarrow{b}=(1,-2,1)$，且 $\overrightarrow{n}$、$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$ 之間的關係為 $\overrightarrow{n}$ 同時與 $\overrightarrow{a}$ 及 $\overrightarrow{b}$ 垂直，試求機械手臂可能前進方向 $\overrightarrow{n}$ 之單位向量。

38. 若行列式 $\begin{vmatrix}a&1&d\\b&1&e\\c&1&f\end{vmatrix}=2$，試求 $\begin{vmatrix}2a&-3&4d\\2b&-3&4e\\-10c&15&-20f\end{vmatrix}$ 之值。

39. 已知 $\overrightarrow{a}=(2,2,1)$，$\overrightarrow{b}=(1,-2,2)$，試求 $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$ 與 $\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}$。

40. 試利用行列式的性質求下列各三階行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix}7&14&21\\4&12&20\\1&-1&1\end{vmatrix}$　　(2) $\begin{vmatrix}1&2&3\\11&12&13\\21&22&23\end{vmatrix}$

41. 已知實數 x 滿足 $\begin{vmatrix}1-x&1&1\\2&2-x&2\\4&4&4-x\end{vmatrix}=0$，試求 x 的值。

42. 已知 $\overrightarrow{c}$ 同時與 $\overrightarrow{a}=(1,2,3)$ 和 $\overrightarrow{b}=(2,3,5)$ 垂直，且 $\left|\overrightarrow{c}\right|=2\sqrt{3}$，試求 $\overrightarrow{c}$。

43. 試求由 $\overrightarrow{a}=(1,1,-1)$，$\overrightarrow{b}=(1,-1,1)$，$\overrightarrow{c}=(-1,1,1)$所展成的平行六面體體積。

44. 某同學於估計某平行六面體建築物體積時（不考量牆面厚度），利用程式先拉出三個展成此平行六面體體積之向量分別為 $\overrightarrow{a}=(1,1,1)$、$\overrightarrow{b}=(1,2,-1)$、$\overrightarrow{c}=(2,1,3)$，已知坐標系中每單位長代表 5 公尺，請問此平行六面體體積為多少立方公尺？

45. 已知 $A(0,3,8)$、$B(1,0,1)$、$C(3,3,7)$為空間中三點，試求點 A 到直線 BC 的距離。（提示：考慮△ABC 中 $\overline{BC}$ 上的高）

46. 試求由 $\overrightarrow{a}=(1,2,1)$，$\overrightarrow{b}=(2,-1,2)$，$\overrightarrow{c}=(3,4,0)$所展成的平行六面體體積。

47. 設 x、y、z 為異於 1 的正數，則行列式$\begin{vmatrix} \log_z x+\log_x y & \log_y z & \log_y z \\ \log_z x & \log_y z+\log_x y & \log_z x \\ \log_x y & \log_x y & \log_y z+\log_z x \end{vmatrix}$的值。

48. 已知 $a^2+b^2+c^2=6$，試求$\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$的最大值。

49. 試求$|\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}|^2+(\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b})^2$的值。

50. 空間中，$O(0,0,0)$、$A(2,-4,8)$、$B(3,9,27)$、$C(1,a,a^2)$四點共平面，試求 a 之值。

51. 已知空間中三向量$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$所展成的平行六面體的體積為 5，試求$2\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}$、$3\overrightarrow{b}+4\overrightarrow{c}$、$\overrightarrow{c}$三向量所展成的平行六面體的體積。

52. 若空間中四點 $A(1,1,1)$、$B(2,1,0)$、$C(1,2,1)$、$D(a,a,3)$共平面，試求 a 值。

（提示：A、B、C、D 四點共平面，則$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{AD}$無法展成一個平行六面體）

53. 試求與$\overrightarrow{a}=(0,-3,-1)$和$\overrightarrow{b}=(1,-2,1)$均垂直，且長度為$\sqrt{35}$的向量。

54. 已知$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}=8$，試求$\begin{vmatrix} a_1+2a_2 & a_3 & 2a_3+a_2 \\ b_1+2b_2 & b_3 & 2b_3+b_2 \\ c_1+2c_2 & c_3 & 2c_3+c_2 \end{vmatrix}$之值。

解答

一、單選題(43 小題)

1.A 2.D 3.C 4.A 5.D 6.C 7.C 8.D 9.C 10.A 11.C 12.A 13.B 14.B 15.B 16.B 17.C 18.B 19.B 20.C 21.A 22.B 23.B 24.A 25.B 26.A 27.C 28.B 29.A 30.C 31.B 32.A 33.A 34.D 35.A 36.C 37.C 38.B 39.D 40.D 41.C 42.B 43.A

二、填充題(24 小題)

1. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ 2. ± 8 3. $\pm(\frac{1}{3},-\frac{2}{3},-\frac{2}{3})$ 4. 0 5. $3\sqrt{5}$ 6. 10 7. 168 8. $(-4,-2,5)$ 9. 240
10. 5 或 -2 11. $3\sqrt{6}$ 12. $(-3,-2,7)$ 13. 6 14. 18 15. 728 16. $39\sqrt{2}$ 17. -1
18. -15 19. 5 20. -24 21. $(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$
22. $(14,-20,18)$或$(-14,20,-18)$ 23. $\frac{3}{4}$ 24. 0

三、計算題(54 小題)

1. $(8,-5,-1)$ 2. (1)44 (2)0 3. $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=(6,3,-3)$，$\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}=(-6,-3,3)$
4. $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=(7,7,-7)$，$\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}=(-7,-7,7)$ 5. (1)-62 (2)0 6. $(-6,3,6)$ 7. (1)2 (2)28
8. 9 9. 9 平方單位 10. $2\sqrt{35}$平方單位 11. 104 立方單位 12. $(-6,-10,2)$
13. $\sqrt{6}$平方單位 14. $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=(2,1,0)$，$\overrightarrow{b}\times\overrightarrow{a}=(-2,-1,0)$ 15. $3\sqrt{5}$
16. $\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=(5,-5,-5)$，$\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OA}=(-5,5,5)$ 17. $5\sqrt{3}$平方單位 18. (1)0 (2)0 19. -31
20. (1)2 (2)5 21. (1)-14 (2)108 22. (1)0 (2)-384 23. (1)-156 (2)0 24. 26 立方單位
25. (1)12 (2)28 26. 0 27. -4 28. 0 29. (1)$3\sqrt{5}$ (2)3 30. $(2,-1,2)$ 31. 0
32. (1)-79 (2)-104 33. 6 立方單位 34. 3 35. 5 36. $(-3,6,-3)$，$(3,-6,3)$
37. $\pm(\frac{7}{\sqrt{62}},\frac{2}{\sqrt{62}},\frac{-3}{\sqrt{62}})$ 38. 240 39. $(6,-3,-6)$；$(-6,3,6)$ 40. (1)112 (2)0 41. 0 或 7
42. $(2,2,-2)$或$(-2,-2,2)$ 43. 4 立方單位 44. 125 立方公尺 45. $\sqrt{10}$ 46. 15 47. 4
48. 24 49. $|\overrightarrow{a}|^2|\overrightarrow{b}|^2$ 50. -2 或 3 51. 30 52. -1 53. $(-5,-1,3)$或$(5,1,-3)$ 54. -8