

$$\star \log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

$$\textcircled{1} a > 0 \quad \textcircled{2} a \neq 1 \quad \textcircled{3} b > 0$$

練習 已知 x 為整數，且 $\log_{11-2x}(x-3)$ 是有意義的，則 x 值為_____。【4】

$$\star \log_a 1 = 0$$

$$\star \log_a a = 1$$

$$\star \log_a (M \times N) = \log_a M + \log_a N$$

$$\star \log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$$

練習 $\log_{10} \frac{500}{9} + \log_{10} \frac{27}{35} - \log_{10} \frac{3}{7} = \text{_____}$ 。【2】

練習 若方程式 $\log_{10}(x-1) + \log_{10}(x+2) = 1$ ，則 $x = \text{_____}$ 。【3】

$$\star \log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b \Rightarrow \log_a b = \log_{a^2} b^2 = \log_{\sqrt{a}} \sqrt{b}$$

練習 $\log_{\sqrt{6}}(\sqrt{5+\sqrt{21}} - \sqrt{5-\sqrt{21}}) = \text{_____}$ 。【1】

$$\star \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \Rightarrow \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\star \log_a b \times \log_b c \times \log_c d = \log_a d \Rightarrow \log_a B \times \log_b C \times \log_c A = \log_a A \times \log_b B \times \log_c C \text{ (真數互調)}$$

練習 設 $\log_x 8 = 3$ ， $\log_2 y = \frac{1}{2}$ ，計算 $\log_y x = \text{_____}$ 。【2】

練習 $\log_3 25 \times \log_5 49 \times \log_7 27 = \text{_____}$ 。【12】

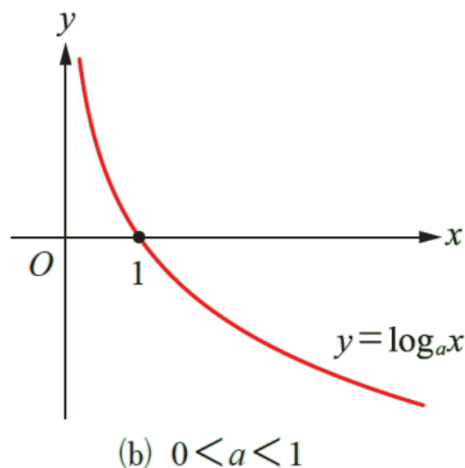
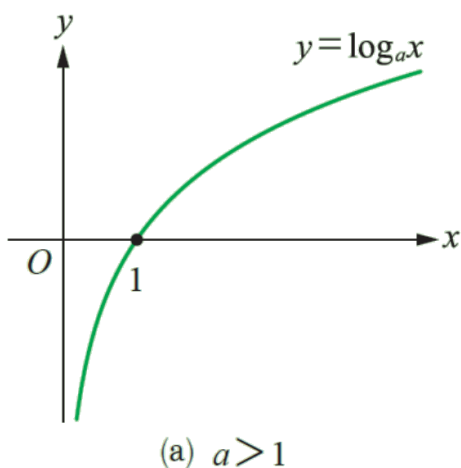
練習 設 $a = \log_{10} 2$ ， $b = \log_{10} 3$ ，則 $\log_{12} 72 = \text{_____}$ 。(以 a 、 b 表示) 【 $\frac{3a+2b}{2a+b}$ 】

$$\star X^{\log_a Y} = Y^{\log_a X} \text{ (} X、Y \text{ 互換其值不變)}$$

練習 $9^{\log_3 2} + 2^{-\log_4 9} - 5^{\frac{\log 2}{\log 5}} = \underline{\hspace{2cm}} \circ \left[\frac{7}{3}\right]$

進階練習 已知 $\log_2 3 = a$ ， $\log_3 5 = b$ ，若 $\log_{45} x = \frac{ab+a+2}{ab+2a}$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}} \circ [60]$

★設 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， x 為正實數，則函數 $y = \log_a x$ 的圖形如下：



$$x_1 < x_2 \stackrel{a > 1}{\Leftrightarrow} \log_a x_1 < \log_a x_2$$

$$x_1 < x_2 \stackrel{0 < a < 1}{\Leftrightarrow} \log_a x_1 > \log_a x_2$$

練習 $a = \log_{\frac{1}{3}} 3$ ， $b = \log_{\frac{1}{3}} 5$ ， $c = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5}$ ， $d = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}$ ，試比較 a 、 b 、 c 、 d 之大小關係為
 $\underline{\hspace{2cm}} \circ [c > d > a > b]$

練習 若 $3 < \log_{0.5}(2x+1) < 4$ ，則 x 的範圍為？ $\left[-\frac{15}{32} < x < -\frac{7}{16}\right]$

★圖形的平移：

右移 4： $x \rightarrow x-4$ ；左移 4： $x \rightarrow x+4$ ；

上移 3： $y \rightarrow y-3$ ；下移 3： $y \rightarrow y+3$ 。

練習 將 $y = \log_2 x$ 的圖形向左平移 4 單位，再向上平移 3 單位，所得之新函數為

$y = \log_2(ax+b)$ ，則 $a+b = \underline{\hspace{2cm}} \circ [40]$

進階練習 現今國際使用「芮氏規模」來表示地震的強度，其定義如下：

$E(r)$ 為地震「芮氏規模 r 」震央所釋放出來的能量，兩者的關係為

$\log_{10} E(r) = 5.24 + 1.44r$ 。試問：「芮氏規模 7」的地震，其震央所釋放的能量為「芮氏

規模 5」的地震震央所釋放能量多少倍？（ $10^{0.88} \doteq 7.59$ ）（此題答案請寫出完整數字，不能僅以次方表示之）【759】

進階練習 天文學家以織女星的亮度 I_0 為標準，被觀察的星星亮度為 I ，將其星等定義為

$$m = -\frac{5}{2} \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)。$$

已知天狼星為 -1.4 等星，而另一顆恆星的亮度為天狼星的 $\frac{1}{100}$ ，

試求此恆星的星等。【3.6】

★ $x = a \times 10^n \quad \Leftrightarrow \quad \log x = \log(a \times 10^n) = n + \log a$

$(1 \leq a < 10, n \text{ 為整數}) \quad (\text{首數 } n \text{ 為整數, 尾數 } 0 \leq \log a < 1)$

① $n \geq 0$ ：首數 $+1 = x$ 的位數 ② $n < 0$ ： x 在小數點後第 $|n|$ 位始不為 0

③ x 的數字結構同 a 的數字結構

練習 已知 $\log 2 = 0.3010$ ，若 5^{10} 為 m 位數； $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$ 在小數點後第 n 位開始出現不為 0 的數字，

則數對 $(m, n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。【(7, 31)】

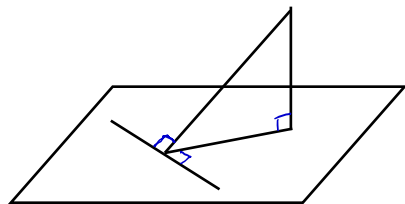
練習 $\log x$ 的尾數與 $\log 0.8354$ 的尾數相同， $\log x$ 的首數與 $\log 1357$ 之首數相同，則

x 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。【8354】

★ $0.abcd + 0.pqrs = 1 \rightarrow \begin{cases} a + p = 9 \\ b + q = 9 \\ c + r = 9 \\ d + s = 10 \end{cases}$

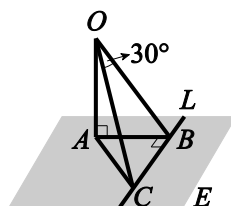
練習 $\log a = -1.2476$ ，則 $\log a$ 的首數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，尾數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。【-2；0.7524】

★ 三垂線定理



練習 設 $\overline{OA} \perp$ 平面 E 於 A ，直線 L 在 E 上， $\overline{AB} \perp L$ 於 B ， C 為 L 上一點，

若 $\overline{OA} = 4$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\angle BOC = 30^\circ$ ，則 $\overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。【 $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ 】

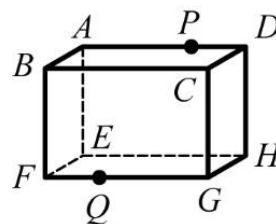
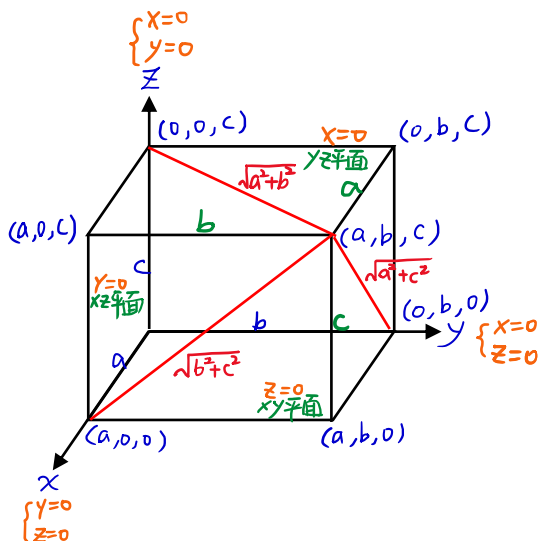


★ $A(x_1, y_1, z_1) 、 B(x_2, y_2, z_2) \rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

練習 如圖，長方體 $ABCD-EFGH$ 中，若 $\overline{AB}=1$ ， $\overline{AE}=2$ ， $\overline{AD}=3$ ， $\overline{PA}=2$ ， $\overline{FQ}=1$ ，則

\overline{PQ} 的長為_____。【 $\sqrt{6}$ 】

★ 空間坐標系中之點到軸與平面之投影點與距離：



練習 已知坐標空間中第一卦限內一點 $p(a, b, c)$ 到 x 軸、 y 軸、 z 軸的距離分別為

$\sqrt{41}$ 、 $\sqrt{34}$ 、 5 ，則 $a+b+c=_____$ 。【 12 】

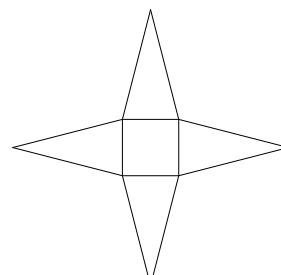
練習 一線段 \overline{AB} 在 xy 平面、 yz 平面、 zx 平面上的投影長度分別為 4 、 $\sqrt{15}$ 、 $\sqrt{21}$ ，則

\overline{AB} 的長為_____。【 $\sqrt{26}$ 】

進階練習 如圖的四角錐展開圖，四角錐底面為邊長 2 的正方形，

四個側面都是腰長為 4 的等腰三角形，則此四角錐的

高度為_____。【 $\sqrt{14}$ 】



進階練習 $ABCD$ 為四面體，已知 \overline{AD} 垂直於平面 BCD ， $\overline{BC} \perp \overline{BD}$ ， $\overline{BC}=7$ ， $\overline{AB}=24$ ， $\overline{AD}=15$ ，若平面 ADB 與平面 ADC 之兩面角為 θ ，試求 $\sin \theta$ 之值為？【 $\frac{7}{20}$ 】

