

數學 (C) 卷

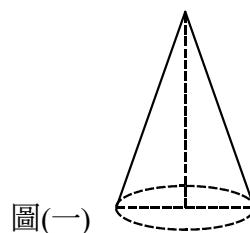
數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類

1. 若 $|x+y| = -(x+y)$ 且 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} < 0$ ，則點 $P(y, x)$ 在坐標平面上哪一個象限內？

- (A) 第一象限 (B) 第二象限
(C) 第三象限 (D) 第四象限

2. 俏俏爲了幫同學慶生，要做一頂生日帽，如圖(一)所示。已知生日帽之底半徑爲6公分、高爲 $12\sqrt{2}$ 公分，若俏俏要做此生日帽，則需要用來製作的扇形的面積爲何？

- (A) 96π
(B) 108π
(C) 120π
(D) 144π



圖(一)

3. 在坐標平面上，設 $A(2, -3)$ 、 $B(8, -6)$ 、 $C(0, -5)$ 、 $D(1, 3)$ 、 $E(4, 5)$ ，若直線 L 與 $\triangle ABC$ ，線段 $\overline{DE}$ 各有一個交點，則直線 L 的斜率最大可能值爲何？

- (A) 1 (B) 2
(C) 4 (D) 8

4. 下列敘述何者錯誤？

- (A) $\log(-3)^2 = 2\log 3$ (B) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3} = \log_4 9$
(C) $\log(2+3) = \log 2 + \log 3$ (D) $\log_2 20 - \log_2 10 + \log_{10} 1 = 1$

5. 三角形香檳塔的結構爲每層均用酒杯圍成正三角形，由最高層往下遞增，第一層1個，第二層3個，第三層6個……依此類推，如圖(二)所示即爲四層的三角形香檳塔。今小樺爲幫同學慶生，決定蓋一座六層的三角形香檳塔，採購酒杯時發現商店只賣一整盒裝，且每盒有6個酒杯，則小樺總共要買多少盒？

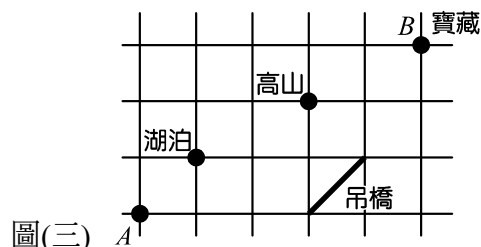
- (A) 8 (B) 9
(C) 10 (D) 11



圖(二)

6. 小淨無意之間拿到一張棋盤型道路之藏寶圖，如圖(三)所示，圖中每格均爲正方形。若小淨想要趕快找到寶藏，從 A 點出發走各線段到 B 點且要走最短路徑，其中高山與湖泊均不可通過，而斜線吊橋可以通過，則有多少種不同的走法？

- (A) 3 (B) 8
(C) 10 (D) 12



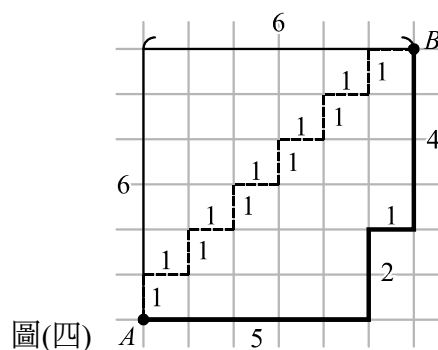
圖(三)

7. 已知指數函數 $f(x) = \pi^x$ ，若 $f(a) = 4$ 、 $f(b) = 3$ 、 $f(c) = 2$ ，則 $f(a+2b-3c)$ 之值為何？
 (A) 3 (B) $\frac{9}{2}$
 (C) 7 (D) $\frac{39}{4}$
8. 小明去參加嘉年華會搭乘熱氣球，一開始熱氣球在地面上時，小明發現有一棵高 60 公尺的大樹在正西方，此時他看樹頂仰角為 30° ，當熱氣球垂直上升數秒後，他再看此樹頂，發現變為俯角 30° ，則此時熱氣球的高度為何？
 (A) 60 (B) 80
 (C) 100 (D) 120
9. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ，若矩陣 $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $2a+b+c+d$ 之值為何？
 (A) 1 (B) 2
 (C) 3 (D) 4
10. 在坐標平面上，滿足 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $x-2y \geq -4$ 、 $5x-y \leq 14$ 、 $2x+y \geq 0$ 之區域範圍為何種圖形？
 (A) 空集合 (B) 三角形
 (C) 四邊形 (D) 五邊形
11. 設坐標平面上兩點 $A(-2, 1)$ 、 $B(2, 3)$ ，若 $\overline{AB}$ 與直線 $L: x+y+k=0$ 有交點，則滿足此條件的整數 k 值有多少個？
 (A) 5 (B) 6
 (C) 7 (D) 8
12. 小全向銀行貸款 1000 萬元，年利率 2%，採複利計算，請問貸 20 年與貸 40 年的利息相差大約多少萬元？(已知 $(1.02)^{20} \approx 1.48$)
 (A) 650 (B) 710
 (C) 770 (D) 880
13. 設多項式 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 2$ ，已知 $x^2 + 3x - 2$ 為 $f(x)$ 的因式，若 $f(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式為 $mx+n$ ，則 $m-n$ 之值為何？
 (A) 32 (B) 18
 (C) -12 (D) -28
14. 臺灣位於亞熱帶西北太平洋區，所以會有熱帶氣旋，當達到熱帶風暴強度時，就是所謂的颱風。在坐標平面上有一颱風，其颱風眼從點 $(8, -3)$ 沿著直線 $3x+4y=12$ 往西北方移動，若颱風暴風圈半徑為 2 單位，在颱風暴風圈半徑不變的情況下，試問下列各地區：高雄(0, 0)、臺南(-1, 2)、嘉義(-1, 4)、彰化(1, 5)、臺中(2, 6)之中，會被暴風圈掃過的有多少個？
 (A) 2 (B) 3
 (C) 4 (D) 5

15. 小淨到廟宇拜拜，因配合政府環保減碳，持香由 18 炷香減為相同的 4 炷香，祭拜後將香插入 7 個不同香爐中的其中四個，且每個香爐最多插一炷香，但其中天公爐或主神爐至少有一個要插香，其他的香再任意插入剩下的香爐，若不考慮插香順序，則小淨有幾種插香方法？
- (A) 5 (B) 10
(C) 24 (D) 30
16. 方程式 $\cos x = \frac{|x|}{5}$ ，共有幾個實根？
- (A) 0
(B) 2
(C) 4
(D) 6
17. 設角 α 為實數，若 $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) = -\frac{2}{3}$ ，則 $\sin 2\alpha$ 之值為何？
- (A) $-\frac{2}{3}$ (B) $-\frac{1}{8}$
(C) 0 (D) $\frac{1}{9}$
18. 在空間坐標中，設 $A(1, 4, 4)$ 、 $B(7, 1, -2)$ ，已知 P 點在線段 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$ ，若過 P 點且與 $\overline{AB}$ 垂直的平面為 E ，則原點到平面 E 的距離為何？
- (A) $\frac{8}{3}$ (B) 3
(C) $\frac{11}{3}$ (D) $\frac{13}{3}$
19. 拋物線的應用很廣泛，像是汽車大燈的反射鏡面是由拋物線的一部分繞著對稱軸旋轉而成的拋物曲面。如果將大燈的燈泡置於此拋物線的焦點處，則光線經過反射後可以平行對稱軸反射出很遠的平行光束。已知大燈口是直徑為 18 公分的圓，且燈座深 6 公分，則此拋物線的正焦弦長為多少公分？
- (A) $\frac{27}{2}$ (B) 12
(C) $\frac{13}{2}$ (D) 6
20. 銀河系中發現一顆新彗星，繞著一恆星運行，其軌跡方程式為 $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{625} = 1$ ，若該恆星在方程式的一焦點上，則此彗星與該恆星的最遠距離是最近距離的多少倍？
- (A) 2
(B) 5
(C) 9
(D) 12

21. 下列敘述何者正確？
- (A) 無窮等比級數 $1+(-1)+1+(-1)+1+\cdots=0$
- (B) 無窮等比級數 $1+(-\frac{3}{2})+(-\frac{3}{2})^2+(-\frac{3}{2})^3+\cdots=\frac{1}{1-(-\frac{3}{2})}$
- (C) 循環小數 $1.\bar{9}<2$
- (D) 無窮等比級數 $2^{2025}+2^{2024}+\cdots+2+1+\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^3+\cdots$ 是收斂的
22. 設 k 為任意實數，若 $f(x)=\begin{cases} x-2, & x\geq 0 \\ x^2+k, & x<0 \end{cases}$ 為一連續函數，則 k 值為何？
- (A) -2 (B) 0
- (C) 2 (D) 4
23. 已知函數 $f(x)$ 滿足 $f(1)=0$ 且 $f'(1)=-6$ ，則 $\lim_{h\rightarrow 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{2h}$ 之值為何？
- (A) -6 (B) -3
- (C) 0 (D) 2
24. 有關積分的敘述，下列何者正確？
- (A) $\int_{-1}^2 (3x+1)^2 dx = 30$
- (B) $\int_{-114}^{114} x^{2025} dx = 0$
- (C) 設 n 、 c 均為任意實數，則 $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$
- (D) 多項函數 $f(x)$ 的圖形與 x 軸及直線 $x=a$ 、 $x=b$ 所圍成面積為 $\int_a^b f(x) dx$

25. 曼哈頓距離又稱計程車幾何，是用來計算直角坐標上兩點所形成對 x 軸、 y 軸產生的投影距離總和，即點 $P_1(x_1, y_1)$ 與 $P_2(x_2, y_2)$ 的曼哈頓距離為 $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ 。如圖(四)所示，圖中的棋盤型街道每格邊長均為 1，可知 A 、 B 兩點距離為 $\overline{AB} = 6\sqrt{2}$ ，但是不管是走哪一條路線， A 、 B 兩點的曼哈頓距離均為 12。若有 C 、 D 兩點的曼哈頓距離為 20，則 C 、 D 兩點的最短距離可能為何？



- (A) $10\sqrt{2}$ (B) 12
(C) 10 (D) $4\sqrt{2}$

【以下空白】

